



# **Teoría del buque**

## **Estabilidad, varada e inundación**

# **Teoría del buque**

## **Estabilidad, varada e inundación**

Joan Olivella Puig

Primera edición: septiembre de 1996

Diseño de la cubierta: Antoni Gutiérrez

© Joan Olivella Puig, 1996  
© Edicions UPC, 1996  
Edicions de la Universitat Politècnica de Catalunya, SL  
C. Jordi Girona Salgado 31, 08034 Barcelona  
Tel. 401 68 83 Fax 401 58 85

Producción: Servei de Publicacions de la UPC  
y CPET (Centre de Publicacions del Campus Nord)  
La Cup. C. Gran Capità s/n, 08034 Barcelona

Depósito legal: B-23.168-96  
ISBN 84-8301-155-7

Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización escrita de los titulares del «copyright», bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución de ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo públicos, así como la exportación e importación de ejemplares para su distribución y venta fuera del ámbito de la Unión Europea.

*A Maria Teresa*

## Prólogo

Aunque por sí mismo pueda considerarse un libro asequible para cualquier estudioso de Teoría del Buque, se recomienda el conocimiento previo del libro del mismo autor *"Teoría del Buque. Flotabilidad y estabilidad"*, o que se tenga una base equivalente, para que pueda ser más fácilmente asumible el contenido de los diferentes capítulos.

En el primer capítulo, aparte de familiarizarnos con la información de las curvas hidrostáticas, se han querido desarrollar con cierta profundidad las correcciones al desplazamiento debidas al asiento de los calados y/o a la deformación del casco por quebranto o arrufo. También se dan diversas fórmulas que permiten obtener el valor aproximado de la superficie de la carena ya que este dato suele ser el gran ausente de las curvas hidrostáticas.

En el capítulo segundo se ponen las bases de aquellos temas de la flotabilidad que van a ser útiles para el resto de los capítulos: inmersión, centros de gravedad y de carena, curvas "C", "R" y "F", metacentros y metacentro diferencial, etc.

La parte central y más extensa del libro, a lo largo de los capítulos 3, 4, 5, 6 y 7, está dedicada a una revisión sistemática de la estabilidad, ofreciendo a los oficiales de los buques unas herramientas que permiten analizar los efectos de las operaciones de carga, descarga y traslado de pesos, más allá de la simple rutina. Se empieza con la estabilidad estática inicial, tanto transversal como longitudinal, para posteriormente centrarse exclusivamente en la estabilidad transversal a grandes escoras, ecuaciones, curvas, cálculo de los brazos de formas y de pesos, y finalizando con la estabilidad dinámica, poniendo interés en mostrar las relaciones que existen entre las curvas de estabilidad estática y dinámica, las cuales nos pueden ayudar a valorar los distintos criterios de estabilidad que actualmente existen y su evolución.

La varada y la inundación, ocupando los últimos capítulos, se han tratado desde la perspectiva de su utilización práctica, por otra parte no deseable, considerando para ello la información que habitualmente se tiene en los buques.

Joan Olivella

## Índice

### 1 Curvas hidrostáticas

1.1	Condiciones de equilibrio de los buques	17
1.2	Empuje y centro de carena	18
1.3	Curvas hidrostáticas	23
1.3.1	Volumen sumergido, $\nabla$	24
1.3.2	Desplazamiento, D	25
1.3.3	Superficies de flotación, $S_F$ , S	25
1.3.4	Superficie de la cuaderna maestra, $S_B$	25
1.3.5	Superficie mojada, $S_m$	25
1.3.6	Posición longitudinal del centro de flotación con respecto a la cuaderna maestra, $\bar{X}_F$	26
1.3.7	Posición longitudinal del centro de carena con respecto a la cuaderna maestra, $\bar{X}_C$	26
1.3.8	Propiedad de las curvas $\bar{X}_C$ y $\bar{X}_F$	26
1.3.9	Altura del centro de carena sobre la quilla, KC	28
1.3.10	Propiedad de la curva KC	28
1.3.11	Radio metacéntrico transversal, CM	30
1.3.12	Radio metacéntrico longitudinal, $CM_L$	30
1.3.13	Toneladas por centímetro de inmersión, Tc	31
1.3.14	Momento unitario para variar el asiento un centímetro, Mu	31
1.3.15	Coefficiente de afinamiento cúbico o de bloque, Kb o $\delta$	31
1.3.16	Coefficiente de afinamiento superficial, Ks o $\alpha$	31
1.3.17	Coefficiente de afinamiento de la cuaderna maestra, Km o $\beta$	32
1.3.18	Coefficiente de afinamiento cilíndrico o prismático, Kp o $\varphi$	32
1.4	Calado en un punto cualquiera de la flotación	32
1.5	Curvas de Bonjean	34
1.6	Cálculo del desplazamiento	35
1.6.1	Fórmula de Nemoto para la corrección por asiento	35
1.6.2	Corrección al desplazamiento por quebranto o arrufo	40
1.6.3	Cálculo del desplazamiento por las curvas de Bonjean, corrigiendo por arrufo o quebranto los calados de las secciones	46
1.7	Superficie mojada. Fórmulas aproximadas	47

1.7.1	Fórmula de Kirk . . . . .	47
1.7.2	Fórmula de Denny . . . . .	49
1.7.3	Fórmula de Taylor . . . . .	50
<b>2</b>	<b>Flotabilidad</b>	
2.1	Inmersión producida al cargar o descargar un peso . . . . .	53
2.2	Centro de gravedad del buque . . . . .	54
2.2.1	Carga y descarga de pesos . . . . .	54
2.2.2	Traslado de pesos . . . . .	58
2.3	Centro de carena . . . . .	59
2.3.1	Movimiento de centro de carena debido a la carga de un peso pequeño . . . . .	59
2.4	Coordenadas de un peso a cargar para que el buque no tome ni asiento ni escora . . . . .	63
2.5	Generalización del Teorema de Euler para una inclinación isocarena . . . . .	64
2.6	Generalización del movimiento del centro de carena para una inclinación isocarena . . . . .	66
2.6.1	Inclinación isocarena transversal . . . . .	69
2.6.2	Inclinación isocarena longitudinal . . . . .	70
2.7	Propiedades de la superficie "C" . . . . .	71
2.8	Metacentros y radios metacéntricos mínimos y máximos . . . . .	73
2.8.1	Radio metacéntrico transversal . . . . .	74
2.8.2	Radio metacéntrico longitudinal . . . . .	75
2.9	Superficie "R". Metacentro y radio metacéntrico transversales de una rebanada . . . . .	77
2.9.1	Variación del centro de gravedad de la rebanada debido a una inclinación isocarena . . . . .	78
2.9.2	Propiedad de la superficie "R" . . . . .	83
2.9.3	Metacentro y radio metacéntrico transversales de una rebanada . . . . .	83
2.10	Superficie "F". Metacentro y radio metacéntrico diferenciales . . . . .	84
2.10.1	Metacentro y radio metacéntrico diferenciales . . . . .	85
2.11	Carenas simétricas, complementarias, suplementarias e interiores . . . . .	86
<b>3</b>	<b>Estabilidad estática inicial</b>	
3.1	Estabilidad del buque . . . . .	87
3.2	Estabilidad estática transversal inicial . . . . .	88
3.2.1	Estabilidad de formas y de pesos . . . . .	93
3.2.2	Escora del buque . . . . .	95
3.3	Estabilidad estática longitudinal inicial . . . . .	95
3.3.1	Momento unitario para variar el asiento un centímetro . . . . .	98
3.4	Efecto de la inmersión paralela sobre la estabilidad transversal inicial . . . . .	102
3.5	Efectos del cambio de densidad del agua . . . . .	107

3.6	Efectos de la carga de un peso pequeño . . . . .	120
3.7	Análisis de los cambios en la estabilidad transversal debidos a la carga de un peso pequeño . . . . .	130
3.7.1	Plano límite para el análisis de la altura metacéntrica transversal . . . . .	130
3.7.2	Plano límite para el análisis del coeficiente de estabilidad transversal . . . . .	132
3.8	Análisis de los cambios en la estabilidad longitudinal debido a la carga de un peso pequeño . . . . .	135
3.9	Efecto del traslado de un peso sobre la estabilidad inicial . . . . .	136
3.10	Efecto de un peso suspendido sobre la estabilidad transversal . . . . .	140
3.11	Efecto de las superficies libres en la estabilidad transversal . . . . .	141
<b>4</b>	<b>Estabilidad a grandes escoras. Ecuaciones</b>	
4.1	Introducción . . . . .	145
4.2	Movimiento del centro de carena sobre el plano de inclinación transversal . . . . .	145
4.3	Brazo y momento de estabilidad transversal a grandes ángulos de escora . . . . .	148
4.4	Estabilidad de formas y estabilidad de pesos . . . . .	152
4.5	Estabilidad a grandes escoras de un buque de costados verticales . . . . .	154
4.6	Altura metacéntrica generalizada . . . . .	159
4.7	Variación del brazo de estabilidad transversal debido a la carga o descarga de un peso pequeño . . . . .	161
4.8	Variación del brazo de estabilidad transversal debido al traslado de un peso . . . . .	166
4.9	Corrección al brazo y al momento adrizantes debida a las superficies libres de líquidos . . . . .	169
<b>5</b>	<b>Estabilidad a grandes escoras. Curvas</b>	
5.1	Curva del centro de carena para escoras equivolumenes . . . . .	173
5.2	Evoluta metacéntrica . . . . .	174
5.3	Diagrama polar de los brazos de estabilidad transversal . . . . .	176
5.4	Curvas de estabilidad estática . . . . .	177
5.5	Reserva de estabilidad . . . . .	184
<b>6</b>	<b>Estabilidad a grandes escoras. Brazos</b>	
6.1	Métodos generalizados para calcular los brazos de los momentos adrizantes para un desplazamiento constante . . . . .	189
6.1.1	Método generalizado de red de líneas . . . . .	189
6.1.2	Método generalizado de las curvas . . . . .	190
6.2	Método de Normand o de Benjamin Spence . . . . .	190

6.3	Método de Doyère . . . . .	191
6.4	Método de Doyère abreviado . . . . .	192
6.5	Método de Atwood . . . . .	194
6.6	Método de Barnes . . . . .	195
6.7	Método de Reech . . . . .	199
6.8	Curvas de brazos GZ . . . . .	200
<b>7</b>	<b>Estabilidad dinámica</b>	
7.1	Estabilidad dinámica: definición y cálculo . . . . .	205
	7.1.1 Fórmula de Moseley . . . . .	205
	7.1.2 Cálculo de la estabilidad dinámica . . . . .	206
7.2	Ecuaciones del brazo dinámico . . . . .	207
7.3	Ecuación diferencial de la estabilidad dinámica . . . . .	211
7.4	Diagrama polar. Brazos dinámicos de estabilidad . . . . .	214
7.5	Curva de estabilidad dinámica . . . . .	215
7.6	Relación entre las curvas de estabilidad estática y dinámica . . . . .	216
7.7	Ángulo de equilibrio dinámico . . . . .	218
7.8	Efecto de un par escorante sobre la estabilidad dinámica . . . . .	220
7.9	Criterios de estabilidad . . . . .	231
<b>8</b>	<b>Varada</b>	
8.1	Generalidades . . . . .	225
8.2	Cálculo de la reacción . . . . .	225
8.3	Efecto de la varada sobre los calados . . . . .	230
8.4	Efecto de la varada sobre la estabilidad transversal inicial . . . . .	231
8.5	Curva de la estabilidad inicial . . . . .	232
8.6	Efecto de la varada sobre la escora y la estabilidad transversal . . . . .	234
8.7	Operaciones para librar la varada . . . . .	235
	8.7.1 Descarga de pesos en la vertical del punto de varada . . . . .	235
	8.7.2 Descarga de pesos en puntos cualesquiera del plano diametral . . . . .	235
	8.7.3 Traslado de pesos . . . . .	238
	8.7.4 Carga de un peso . . . . .	239
	8.7.5 Combinación de carga, descarga y traslado . . . . .	240
8.8	Varada en dique . . . . .	241
<b>9</b>	<b>Compartimentado</b>	
9.1	Generalidades . . . . .	243
9.2	Compartimentado del buque . . . . .	243
	9.2.1 Definiciones . . . . .	244
9.3	Cálculo de la eslora inundable . . . . .	245

9.4	Curvas de esloras inundables . . . . .	248
9.4.1	Método de Shirokauer . . . . .	249
9.4.2	Método gráfico . . . . .	250
9.4.3	Método para trazar la curva de esloras inundables . . . . .	250
9.5	Utilización de las curvas de esloras inundables y admisibles . . . . .	252
<b>10</b>	<b>Inundación</b>	
10.1	Consideraciones generales . . . . .	253
10.2	Clases de inundación . . . . .	253
10.2.1	Compartimento sin comunicación con la mar . . . . .	254
10.2.2	Compartimento con comunicación con la mar . . . . .	254
10.3	Métodos de cálculo de la inundación . . . . .	254
10.3.1	Método de pérdida de empuje . . . . .	255
10.3.2	Método de peso añadido . . . . .	256
10.4	Efectos de la inundación sobre los calados, escora y estabilidad . . . . .	256
10.4.1	Análisis de los efectos de la inundación por el método de pérdida de empuje . . . . .	257
10.4.2	Análisis de los efectos de la inundación por el método del peso añadido . . . . .	259
10.5	Influencia de la permeabilidad . . . . .	261
10.6	Método de pérdida de empuje. Caso particular . . . . .	262
10.6.1	Inmersión paralela . . . . .	262
10.6.2	Estabilidad longitudinal inicial . . . . .	264
10.6.3	Estabilidad transversal inicial . . . . .	270
10.7	Método de pérdida de empuje . . . . .	275
10.7.1	Variación del calado medio . . . . .	278
10.7.2	Coordenadas del centro de gravedad de la superficie de flotación intacta . . . . .	279
10.7.3	Variación del centro de carena . . . . .	280
10.7.4	Radio metacéntrico . . . . .	282
10.7.5	Estabilidad transversal inicial . . . . .	284
10.7.6	Cálculo de la escora . . . . .	285
10.7.7	Estabilidad longitudinal inicial . . . . .	287
10.7.8	Cálculo de la alteración y de los calados finales . . . . .	288
10.8	Método del peso añadido . . . . .	291
10.8.1	Concepto de libre comunicación . . . . .	291
10.9	Cálculo de los efectos por el método del peso añadido . . . . .	292
10.9.1	Peso aproximado hasta la inmersión paralela . . . . .	292
10.9.2	Coordenada vertical del centro de gravedad del buque . . . . .	293
10.9.3	Corrección por superficies libres . . . . .	293
10.9.4	Altura metacéntrica transversal inicial . . . . .	294
10.9.5	Peso de libre comunicación transversal . . . . .	294
10.9.6	Peso del agua embarcada . . . . .	296
10.9.7	Peso de libre comunicación longitudinal . . . . .	296
10.9.8	Calados finales . . . . .	298
10.9.9	Escora y curvas de estabilidad . . . . .	298
10.10	Caso práctico de pesos de libre comunicación transversal y longitudinal	

	simultáneos . . . . .	299
10.11	Método de pérdida de empuje. Cálculo de la inmersión paralela con las curvas hidrostática . . . . .	300
10.12	Método del peso añadido. Cálculo de la inmersión paralela con las curvas hidrostáticas . . . . .	300

<b>Bibliografía</b> . . . . .	303
-------------------------------	-----

<b>Índice alfabético</b> . . . . .	305
------------------------------------	-----

### Apéndice A

#### Buque Echo

Tabla A.1	Características del buque Echo . . . . .	309
	Distribución general del buque . . . . .	310
Tabla A.2	Información del buque Echo . . . . .	311
Tabla A.3	Hidrostáticas del buque Echo . . . . .	313
Tabla A.4	Buque Echo. Curvas KN en mm . . . . .	317
Tabla A.5	Buque Echo. Escoras de inundación . . . . .	318
	Plano de formas . . . . .	319
	Curvas hidrostáticas . . . . .	320
	Curvas de KN y escoras de inundación . . . . .	321

### Apéndice B

#### Buque Sirius

Tabla B.1	Características del buque Sirius . . . . .	323
	Disposición general de bodegas y tanques . . . . .	324
Tabla B.2	Información del buque Sirius . . . . .	325
	Capacidades, inercias y coordenadas del centro de gravedad de tanques según sonda . . . . .	327
	Tanques números 2 de lastre, Br y Er . . . . .	327
	Tanques números 6 de combustible, Br y Er . . . . .	327
	Tanques números 10 de combustible, Br y Er . . . . .	328
	Tanque número 11 de agua dulce . . . . .	328
Tabla B.3	Hidrostáticas del buque Sirius . . . . .	329
Tabla B.4	Buque Sirius. Curvas KN en mm . . . . .	330
Tabla B.5	Buque Sirius. Escoras de inundación . . . . .	330
Tabla B.6	Tanques del buque Sirius. Momentos de inercia y de superficies libres . . . . .	331

---

Tabla B.7	Tanques del buque Sirius.	
	Momentos de superficies libres para 30° de escora . . . . .	332
Tabla B.8	Buque Sirius.	
	Momentos de superficies libres de los tanques no exceptuados . . .	333
	Curvas hidrostáticas . . . . .	335
	Curvas de KN . . . . .	336
	Curvas de escoras de inundación . . . . .	337

# 1 Curvas hidrostáticas

## 1.1 Condiciones de equilibrio de los buques

Las fuerzas de la gravedad y de la presión del agua que actúan sobre el buque se reducen a dos resultantes, el desplazamiento,  $D$ , aplicado en el centro de gravedad de pesos,  $G$ , y el empuje,  $E$ , aplicado en el centro de empuje, de carena,  $C$ , o de gravedad del volumen sumergido.

Las dos condiciones fundamentales de equilibrio de un buque son:

a) Desplazamiento igual a empuje,

$$D = \nabla \cdot \gamma$$

b) Centro de gravedad y centro de carena en la misma vertical, que para el buque en la condición de asiento igual a cero, es decir, aguas iguales, será

$$x_G = x_C$$

y para el buque en la condición de adrizado, esto es, escora cero, se establece

$$y_G = y_C = 0$$

Aunque desde la perspectiva teórica no existe ninguna condición en cuanto a las posiciones relativas verticales entre el centro de gravedad y el centro de carena,  $z_G$  y  $z_C$ , el buque tendría asegurado un equilibrio estable si  $G$  estuviera por debajo de  $C$ , lo cual no suele darse en los buques mercantes de formas normales.

Siendo:

$D$  desplazamiento  
 $\nabla$  volumen sumergido

$\gamma$	densidad del agua
$G$	centro de gravedad del buque
$C$	centro de carena
$x_G$	brazo longitudinal desde la cuaderna maestra al centro de gravedad
$y_G$	brazo transversal desde la línea central al centro de gravedad
$z_G$	brazo vertical desde la línea base al centro de gravedad
$x_C$	brazo longitudinal desde la cuaderna maestra al centro de carena
$y_C$	brazo transversal desde la línea central al centro de carena
$z_C$	brazo vertical desde la línea base al centro de carena

## 1.2 Empuje y centro de carena

La presión ejercida por el agua sobre la superficie mojada del buque se reduce a una fuerza vertical que pasa por el centro de carena. La presión del agua actúa perpendicularmente y hacia el interior sobre cada punto de la superficie mojada de un buque, que flota en una situación de reposo, esto es, buque parado y mar llana.

La presión sobre un punto cualquiera de la superficie mojada viene determinada por,

$$p = p_0 + \gamma (C - z) \quad (1.1)$$

donde:

$p$	presión en un punto cualquiera de la superficie mojada del buque
$p_0$	presión atmosférica sobre la superficie de la mar
$\gamma$	densidad
$C$	calado del buque
$z$	ordenada del punto

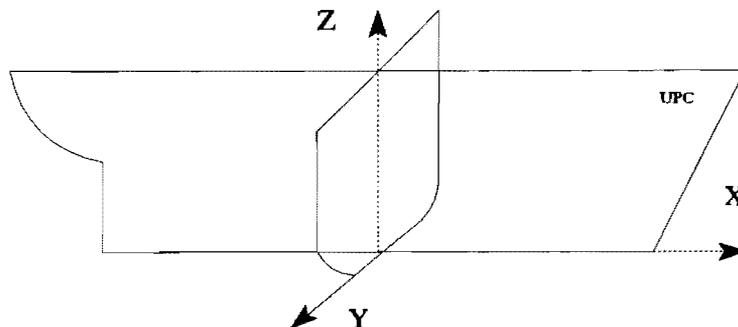


Fig. 1.1 Planos y ejes principales

La presión normal sobre una zona pequeña de la superficie mojada por el área de esta zona,  $dS_n$ , dará la fuerza del agua sobre la misma. Esta fuerza normal,  $F_n$ , se puede descomponer en otras tres, vertical, transversal y longitudinal, perpendiculares a los tres planos principales del barco, (Fig. 1.1), los cuales a su vez contienen los tres ejes principales, línea base, línea central y perpendicular media o cuaderna maestra. Los valores de estas tres fuerzas en función de la fuerza normal a la superficie, (Fig. 1.2), son,

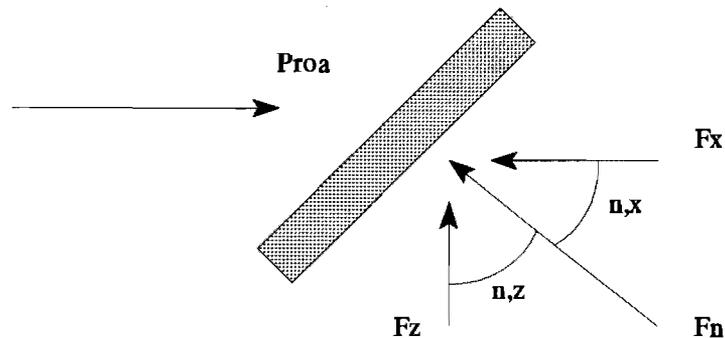


Fig. 1.2 Descomposición de la fuerza normal

$$F_z = \int_{S_n} p \cdot \cos(n,z) \cdot dS_n \quad (1.2)$$

$$F_y = \int_{S_n} p \cdot \cos(n,y) \cdot dS_n \quad (1.3)$$

$$F_x = \int_{S_n} p \cdot \cos(n,x) \cdot dS_n \quad (1.4)$$

Los momentos producidos por estas fuerzas serán,

$$M_z = F_y \cdot x + F_x \cdot y \quad (1.5)$$

$$M_y = F_x \cdot z + F_z \cdot x \quad (1.6)$$

$$M_x = F_z \cdot y + F_y \cdot z \quad (1.7)$$

Suponiendo que  $S_n$  sea una superficie cerrada, (Fig. 1.3), incluida la parte superior que coincidirá con la superficie del agua, las fuerzas que actúan en los sentidos transversales y longitudinales se anularán.

Esto es así debido a que las proyecciones sobre el plano diametral de la superficie mojada y de las fuerzas que actúan en cada sentido son iguales, y lo mismo sucederá con las proyecciones a la cuaderna maestra, por tanto,  $F_x$ ,  $F_y$  y  $M_z$  serán iguales a cero, quedando

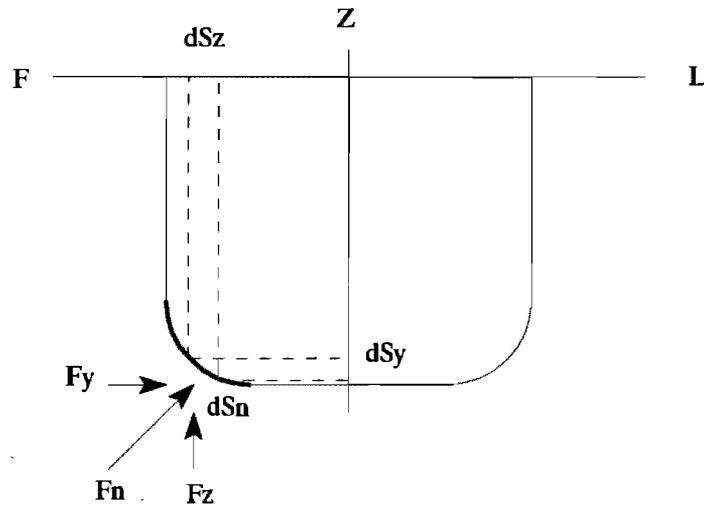


Fig. 1.3 Proyección de  $dS_n$  sobre los planos diametral y horizontal

$$F_z = \int_{S_n} p \cdot \cos(n,z) \cdot dS_n \quad (1.8)$$

$$M_y = F_z \cdot x = \int_{S_n} p \cdot x \cdot \cos(n,z) \cdot dS_n \quad (1.9)$$

$$M_x = F_z \cdot y = \int_{S_n} p \cdot y \cdot \cos(n,z) \cdot dS_n \quad (1.10)$$

Substituyendo  $p$  por su valor de acuerdo con la ecuación 1.1,

$$F_z = \int_{S_n} [p_0 + \gamma (C - z)] \cdot \cos(n,z) \cdot dS_n \quad (1.11)$$

$$M_y = \int_{S_n} [p_0 + \gamma (C - z)] \cdot x \cdot \cos(n,z) \cdot dS_n \quad (1.12)$$

$$Mx = \int_{S_n} [p_0 + \gamma (C - z)] \cdot y \cdot \cos (n,z) \cdot dS_n \quad (1.13)$$

y efectuando operaciones

$$Fz = p_0 \int_{S_n} \cos (n,z) \cdot dS_n + \gamma \int_{S_n} (C - z) \cdot \cos (n,z) \cdot dS_n \quad (1.14)$$

$$My = p_0 \int_{S_n} x \cdot \cos (n,z) \cdot dS_n + \gamma \int_{S_n} (C - z) \cdot x \cdot \cos (n,z) \cdot dS_n \quad (1.15)$$

$$Mx = p_0 \int_{S_n} y \cdot \cos (n,z) \cdot dS_n + \gamma \int_{S_n} (C - z) \cdot y \cdot \cos (n,z) \cdot dS_n \quad (1.16)$$

Teniendo en cuenta que las proyecciones de la superficie  $S_n$  sobre el plano horizontal tendrán los valores (+  $S_z$ ) y (-  $S_z$ ), es decir, el mismo valor pero con signo diferente, se anularán las integrales de los primeros términos de las ecuaciones  $Fz$ ,  $My$  y  $Mx$ .

$$\int_{S_n} \cos (n,z) \cdot dS_n = 0$$

$$\int_{S_n} x \cdot \cos (n,z) \cdot dS_n = 0$$

$$\int_{S_n} y \cdot \cos (n,z) \cdot dS_n = 0$$

En consecuencia,

$$Fz = \gamma \int_{S_n} (C - z) \cdot \cos (n,z) \cdot dS_n = \gamma \int_{S_z} (C - z) \cdot dS_z \quad (1.17)$$

$$My = \gamma \int_{S_n} (C - z) \cdot x \cdot \cos (n,z) \cdot dS_n = \gamma \int_{S_z} (C - z) \cdot x \cdot dS_z \quad (1.18)$$

$$Mx = \gamma \int_{S_n} (C - z) \cdot y \cdot \cos(n, z) \cdot dS_n = \gamma \int_{S_z} (C - z) \cdot y \cdot dS_z \quad (1.19)$$

Los valores dentro de las integrales representan,

$(C - z) \cdot dS_z$	volumen de un prisma elemental de base $dS_z$ y altura $(C - z)$
$(C - z) \cdot x \cdot dS_z$	momento del volumen del prisma con respecto a la cuaderna maestra
$(C - z) \cdot y \cdot dS_z$	momento del volumen con respecto al plano diametral

por tanto, sus integrales serán el volumen sumergido y sus momentos con respecto a la cuaderna maestra y al plano diametral, respectivamente.

$$Fz = \gamma \cdot \nabla \quad (1.20)$$

$$My = \gamma \cdot Myz = \gamma \cdot \nabla \cdot x_c \quad (1.21)$$

$$Mx = \gamma \cdot Mxz = \gamma \cdot \nabla \cdot y_c \quad (1.22)$$

$\nabla$	volumen sumergido
$\gamma$	densidad
$Myz$	momento del volumen sumergido con respecto a la sección transversal o cuaderna maestra, YOZ
$x_c$	brazo longitudinal del centro de carena
$Mxz$	momento del volumen sumergido con respecto a la sección longitudinal o plano diametral, XOZ
$y_c$	brazo transversal del centro de carena

Debido a que el plano diametral es plano de simetría para la condición del buque adrizado, el brazo transversal será

$$y_c = 0$$

La conclusión de estas expresiones es que la fuerza vertical resultante de la integración de la presión sobre la superficie mojada del casco de un buque es la fuerza de empuje, igual al volumen sumergido por la densidad del agua, pasando esta fuerza por el centro de gravedad del volumen sumergido o centro de carena, (principio de Arquímedes).

Los buques no están cerrados por su parte superior tal como se ha supuesto en el estudio realizado, por tanto, se deberá tener en cuenta la presión del aire sobre el casco, siendo ésta

$$p_a = p_0 + \gamma_a (C - z) \quad (1.23)$$

del mismo tipo que la ecuación 1.1 vista anteriormente para el agua.

Sobre un punto del casco actuarán las fuerzas normales del agua y del aire. La fuerza normal resultante será igual a la diferencia de presiones

$$dp = p - p_a$$

$$dp = [p_0 + \gamma (C - z)] - [p_0 + \gamma_a (C - z)]$$

$$dp = (\gamma - \gamma_a) (C - z) \quad (1.24)$$

De acuerdo con esta deducción, la fuerza de empuje  $Fz$ , (Ec. 1.17), será

$$Fz = (\gamma - \gamma_a) \int_{S_z} (C - z) \cdot dS_z$$

$$Fz = \gamma \cdot \nabla - \gamma_a \cdot \nabla \quad (1.25)$$

esto es, el peso del agua desplazada por el volumen sumergido menos el peso del aire contenido en este mismo volumen.

Teniendo en cuenta que se toman como valores normales de las densidades del agua y del aire,

$$\gamma = 1,025 \text{ Tm/m}^3$$

$$\gamma_a = 1,293 \cdot 10^{-3} \text{ Tm/m}^3$$

el empuje del aire reduce el empuje del agua en un 0,126 por ciento.

### 1.3 Curvas hidrostáticas

Las características básicas que dependen de la geometría del buque están representadas en las curvas hidrostáticas. Los datos de los diferentes parámetros se calculan para flotaciones paralelas y por lo general, en lo que a los buques mercantes se refiere, para la condición de aguas iguales, es decir, sin asiento. Los resultados así obtenidos se sitúan en un diagrama en donde las ordenadas son los calados medios del buque, por tanto los calados correspondientes al centro de gravedad de la superficie de

flotación, F. (Apéndices A y B. Curvas hidrostáticas de los buques Echo y Sirius).

Las curvas que usualmente se representan son las siguientes:

- a)  $\nabla$ , volumen sumergido del buque en  $m^3$
- b) D, desplazamiento del buque en agua salada en Tm
- c)  $S_F$ , áreas de las superficies de flotación en  $m^2$
- d)  $S_X$ , áreas de la cuaderna maestra en  $m^2$
- e)  $S_m$ , áreas de la superficie mojada en  $m^2$
- f)  $\overline{XF}$ , abscisa del centro de flotación en m
- g)  $\overline{XC}$ , abscisa del centro de carena en m
- h) KC, ordenada del centro de carena en m
- i) KM o CM, altura del metacentro transversal sobre la quilla o radio metacéntrico transversal, respectivamente, en m
- j)  $KM_L$  o  $CM_L$ , altura del metacentro longitudinal sobre la quilla o radio metacéntrico longitudinal, respectivamente, en m
- k) Tc, toneladas por centímetro de inmersión en Tm/cm
- l) Mu, momento unitario para variar el asiento un centímetro en Tm·m/cm
- m)  $K_b$  o  $\delta$ , coeficiente de afinamiento cúbico o de bloque. Es adimensional
- n)  $K_s$  o  $\alpha$ , coeficiente de afinamiento de la superficie de flotación. Es adimensional
- o)  $K_m$  o  $\beta$ , coeficiente de afinamiento de la cuaderna maestra. Es adimensional
- p)  $K_p$  o  $\varphi$ , coeficiente de afinamiento prismático o cilíndrico. Es adimensional

A continuación se expone la manera de determinar cada una de estas curvas.

### 1.3.1 Volumen sumergido, $\nabla$

Es el volumen limitado por el casco y por la superficie de flotación. Su cálculo se puede realizar a partir de las áreas de las flotaciones o a partir de las áreas de las secciones transversales. En el primer caso y supuesto el buque dividido verticalmente desde la quilla hasta un calado cualquiera en una serie de flotaciones equidistantes, la expresión para calcular el volumen sumergido será,

$$\nabla = \int_0^z S \cdot dz \quad (1.26)$$

Si el buque está dividido por secciones transversales, paralelas entre sí, distanciadas un intervalo común y hasta un calado determinado, la expresión para calcular el volumen sumergido del buque será,

$$\nabla = \int_{-E/2}^{+E/2} \omega \cdot dx \quad (1.27)$$

$\nabla$	volumen sumergido
z	calado
E	eslora

S áreas de las flotaciones  
 $\omega$  áreas de las secciones transversales

### 1.3.2 Desplazamiento, D

Peso del buque para una condición de carga determinada. Es igual al volumen sumergido por la densidad,

$$D = \nabla \cdot \gamma \quad (1.28)$$

representando el peso del agua desplazada para este volumen.

Como densidad del agua de la mar se toma  $1,025 \text{ Tm/m}^3$ . De esta definición se deduce que el valor del volumen sumergido en  $\text{m}^3$ , es también el del desplazamiento del buque en agua dulce en Tm.

Tanto el calado como el volumen sumergido y, en consecuencia, el desplazamiento, que figuran en las curvas hidrostáticas para uso del marino, deben tener el espesor del forro incluido así como el volumen de los apéndices.

### 1.3.3 Superficies de flotación, $S_F$ , S

Curva de las áreas de las flotaciones calculadas por la fórmula

$$S = 2 \int_{-E/2}^{+E/2} y \cdot dx \quad (1.29)$$

S área de la flotación  
 E eslora  
 y semimangas

### 1.3.4 Superficie de la cuaderna maestra, $S_M$

Curva de las áreas de la cuaderna maestra calculadas hasta los diferentes calados,

$$S_M = 2 \int_0^z y \cdot dz \quad (1.30)$$

$S_M$  área de la cuaderna maestra  
 z calado  
 y semimangas

### 1.3.5 Superficie mojada, $S_m$

Área del forro exterior incluidos los apéndices. Sería deseable que esta información estuviera presente

en las curvas hidrostáticas, sin embargo, no siempre es así, y por ello se debe realizar su cálculo de forma aproximada como se verá más adelante.

### 1.3.6 Posición longitudinal del centro de flotación con respecto a la cuaderna maestra, $\bar{M}_F$

La curva de los brazos longitudinales tomados con respecto a la cuaderna maestra, correspondientes a los centros de gravedad de las áreas de las flotaciones para los distintos calados, se obtiene a partir de la expresión,

$$\bar{M}_F = \frac{M_{\otimes}}{S} = \frac{2 \int_{-E/2}^{+E/2} y \cdot x \cdot dx}{2 \int_{-E/2}^{+E/2} y \cdot dx} \quad (1.31)$$

- $\bar{M}_F$  posición longitudinal del centro de flotación con respecto a la cuaderna maestra
- S área de la superficie de flotación
- $M_{\otimes}$  momento del área de la flotación a la cuaderna maestra
- E eslora
- y semimangas de la flotación
- x brazos a la cuaderna maestra

En algunas curvas hidrostáticas este dato se da con respecto a la perpendicular de popa.

### 1.3.7 Posición longitudinal del centro de carena con respecto a la cuaderna maestra, $\bar{M}_C$

El centro de carena es el centro de gravedad del volumen sumergido. Se obtiene de la expresión,

$$\bar{M}_C = \frac{M_{\otimes}}{\nabla} = \frac{\int_{-E/2}^{+E/2} \omega \cdot x \cdot dx}{\int_{-E/2}^{+E/2} \omega \cdot dx} \quad (1.32)$$

- $\bar{M}_C$  posición longitudinal del centro de carena con respecto a la cuaderna maestra
- $\nabla$  volumen sumergido
- $M_{\otimes}$  momento del volumen sumergido con respecto a la cuaderna maestra
- $\omega$  áreas de las secciones transversales
- x brazos longitudinales

El centro de carena puede venir referido a la perpendicular de popa, en lugar de la cuaderna maestra.

### 1.3.8 Propiedad de las curvas $\bar{M}_C$ y $\bar{M}_F$

El punto de intersección de ambas curvas,  $\bar{M}_C$  y  $\bar{M}_F$ , corresponde a un valor extremo de  $\bar{M}_C$ , es

decir, es un punto de tangencia vertical con respecto a la curva  $\mathbb{K}C$ . (Apéndice B. Curvas hidrostáticas del buque Sirius). Debe cumplirse, por tanto, la condición que este punto sea un máximo o un mínimo,

$$\frac{dx_C}{dz} = 0 \quad (1.33)$$

siendo  $\mathbb{K}C = x_C$ .

Derivando la ecuación siguiente con respecto al calado  $z$ , se tendrá

$$x_C = \frac{M_{\oplus}}{\nabla} = \frac{M_{yz}}{\nabla}$$

$$\frac{dx_C}{dz} = \frac{\frac{dM_{yz}}{dz} \cdot \nabla - M_{yz} \cdot \frac{d\nabla}{dz}}{\nabla^2} \quad (1.34)$$

Dado que interesa trabajar con respecto a la variable  $z$ ,  $M_{yz}$  podrá obtenerse dividiendo el volumen sumergido en superficies de flotación, y realizando el siguiente planteamiento

$$M_{yz} = \int_0^z M_y \cdot dz$$

$M_y$  momento de la superficie de flotación con respecto a la cuaderna maestra

$$dM_{yz} = M_y \cdot dz$$

$$\frac{dM_{yz}}{dz} = M_y = S \cdot x_F$$

Por otra parte, de las ecuaciones

$$x_C = \frac{M_{yz}}{\nabla}$$

$$\nabla = \int_0^z S \cdot dz$$

se obtienen

$$M_{yz} = \nabla \cdot x_C$$

$$S = \frac{d\nabla}{dz}$$

Substituyendo en la ecuación 1.34,

$$\frac{dx_C}{dz} = \frac{S \cdot x_F \cdot \nabla - \nabla \cdot x_C \cdot S}{\nabla^2}$$

$$\frac{dx_C}{dz} = \frac{S}{\nabla} (x_F - x_C) \quad (1.35)$$

Para que se cumpla la condición impuesta al principio, (Ec. 1.33), deberá ser

$$x_F - x_C = 0$$

Por tanto, en el punto de intersección de las curvas  $x_F$  y  $x_C$ , la curva  $x_C$  tiene un máximo o un mínimo.

### 1.3.9 Altura del centro de carena sobre la quilla, KC

El valor del centro de carena sobre la quilla se obtendrá aplicando la ecuación siguiente,

$$KC = \frac{M_{xy}}{\nabla} = \frac{\int_0^z S \cdot z \cdot dz}{\int_0^z S \cdot dz} \quad (1.36)$$

KC	altura del centro de carena sobre la quilla
$\nabla$	volumen sumergido
$M_{xy}$	momento del volumen con respecto al plano base
S	superficie de flotación
z	brazo vertical. Como límite de la integral su valor es igual al del calado del buque

### 1.3.10 Propiedad de la curva KC

La propiedad de la curva KC es que siempre es creciente. (Anexos A y B. Curvas hidrostáticas de

los buques Echo y Sirius).

De la ecuación siguiente y derivando con respecto al calado  $z$ , se tiene

$$KC = z_C = \frac{M_{xy}}{\nabla}$$

$$\frac{dz_C}{dz} = \frac{\frac{dM_{xy}}{dz} \cdot \nabla - M_{xy} \cdot \frac{d\nabla}{dz}}{\nabla^2} \quad (1.37)$$

Siendo,

$$M_{xy} = \nabla \cdot z_C$$

$$M_{xy} = \int_0^z S \cdot z \cdot dz$$

$$dM_{xy} = S \cdot z \cdot dz$$

$$\frac{dM_{xy}}{dz} = S \cdot z$$

y

$$\nabla = \int_0^z S \cdot dz$$

$$d\nabla = S \cdot dz$$

$$\frac{d\nabla}{dz} = S$$

Substituyendo en la ecuación 1.37,

$$\frac{dz_c}{dz} = \frac{S \cdot z \cdot \nabla - \nabla \cdot z_c \cdot S}{\nabla^2}$$

$$\frac{dz_c}{dz} = \frac{S}{\nabla} (z - z_c) \quad (1.38)$$

El calado  $z$  será siempre mayor que el brazo vertical del centro de carena  $z_c$ , para este calado. Por tanto, la curva de valores  $z_c$  siempre será creciente.

### 1.3.11 Radio metacéntrico transversal, $CM$

Partiendo de una situación de equilibrio y con el buque adrizado, al producirse una escora infinitesimal, las fuerzas de empuje verticales que pasan por los centros de carena inicial y final, se cortarían en un punto denominado metacentro transversal inicial que estará situado en la línea central. El radio metacéntrico es igual a

$$CM = \frac{I_T}{\nabla} = \frac{\frac{2}{3} \int_{-E/2}^{+E/2} y^3 \cdot dx}{\nabla} \quad (1.39)$$

$CM$  radio metacéntrico transversal  
 $\nabla$  volumen sumergido  
 $I_T$  inercia transversal de la superficie de flotación con respecto al eje longitudinal popa-proa  
 $E$  eslora  
 $y$  semimangas

### 1.3.12 Radio metacéntrico longitudinal, $CM_L$

Partiendo de la situación de equilibrio para el buque sin asiento, el empuje correspondiente a un ángulo infinitesimal cortará a la línea de empuje que pasa por el centro de carena inicial en un punto,  $M_L$ , metacentro longitudinal inicial. Se calcula a partir de

$$CM_L = \frac{I_F}{\nabla} = \frac{2 \int_{-E/2}^{+E/2} x^2 \cdot y \cdot dx}{\nabla} \quad (1.40)$$

$CM_L$  radio metacéntrico longitudinal  
 $\nabla$  volumen sumergido  
 $I_F$  inercia longitudinal con respecto a un eje transversal que pasa por el centro de gravedad de la superficie de flotación  
 $E$  eslora

y semimangas de la superficie de flotación  
 x brazos longitudinales a F, c. de g. de la flotación

### 1.3.13 Toneladas por centímetro de inmersión, Tc

Las toneladas por centímetro de inmersión son el número de toneladas a cargar o descargar en la vertical del centro de flotación para que el calado medio aumente o disminuya paralelamente un centímetro. También se definen como el número aproximado de toneladas a cargar o descargar de cualquier punto del buque para que el calado medio aumente o disminuya un centímetro. Las toneladas por centímetro están relacionadas con el área de la superficie de flotación,  $S_F$ , por la siguiente fórmula

$$Tc = S_F \cdot 0,01 \cdot 1,025 \quad (1.41)$$

### 1.3.14 Momento unitario para variar el asiento un centímetro, Mu

El momento unitario utilizado para calcular la alteración producida en el asiento debido a una carga, descarga o traslado, o también para calcular el asiento correspondiente a una situación determinada, se obtiene a través de la fórmula aproximada

$$Mu \approx \frac{D \cdot CM_L}{100 \cdot E} \quad (1.42)$$

en la que se ha substituido el valor de  $GM_L$ , altura metacéntrica longitudinal, por el del radio metacéntrico longitudinal, lo cual permite tener como dato de las hidrostáticas el momento unitario con una mínima penalización a la exactitud de su valor.

### 1.3.15 Coeficiente de afinamiento cúbico o de bloque, $K_b$ , o $\delta$

Relación adimensional que se establece entre el volumen desplazado por el buque o volumen sumergido y el prisma rectangular que tiene por dimensiones la eslora, la manga y el calado hasta la flotación considerada.

$$K_b = \delta = \frac{\nabla}{E \cdot M \cdot C} \quad (1.43)$$

### 1.3.16 Coeficiente de afinamiento superficial, $K_s$ , o $\alpha$

Relación adimensional entre el área de la flotación y la de un rectángulo que tenga por medidas su eslora y su manga.

$$K_s = \alpha = \frac{S_F}{E \cdot M} \quad (1.44)$$

### 1.3.17 Coeficiente de afinamiento de la cuaderna maestra, $K_m$ o $\beta$

Relación adimensional entre el área de la cuaderna maestra hasta una flotación y el área de un rectángulo cuyas dimensiones son el calado y la manga de la misma.

$$K_m = \beta = \frac{S_{\otimes}}{M \cdot C} \quad (1.45)$$

### 1.3.18 Coeficiente de afinamiento cilíndrico o prismático, $K_p$ o $\varphi$

Relación adimensional entre el volumen sumergido del buque y el de un prisma de sección transversal constante e igual al área de la cuaderna maestra hasta la flotación que tiene por longitud la eslora.

$$K_p = \varphi = \frac{\nabla}{S_{\otimes} \cdot E} \quad (1.46)$$

## 1.4 Calado en un punto cualquiera de la flotación

Supongamos que el buque tiene una flotación no paralela al plano base, por tanto,  $A \neq 0$ , y que se quiere determinar el calado en un punto cualquiera de la flotación, siendo los datos conocidos los calados de popa y de proa, la eslora del buque y su escora. El calado en la perpendicular media o cuaderna maestra será

$$C_{\otimes} = \frac{C_{pp} + C_{pr}}{2}$$

y el asiento

$$A = C_{pp} - C_{pr}$$

El calado en un punto cualquiera de la flotación, (Fig. 1.4), tanto en el plano diametral como en el plano transversal, será

$$C_{(x,y)} = C_{\otimes} + x_{\otimes} \cdot \tan \frac{A}{E} + y_{\otimes} \cdot \tan \theta \quad (1.47)$$

$$\tan \frac{A}{E} = \tan \psi$$

$C_{(x,y)}$  calado en el punto  $x, y$

$C_m$	calado en la cuaderna maestra
$C_{pp}$	calado en la perpendicular de popa
$C_{pr}$	calado en la perpendicular de proa
$A$	asiento, positivo apopante y negativo aproante
$E$	eslora
$\psi$	ángulo de inclinación longitudinal
$\theta$	ángulo de escora, positivo a estribor y negativo a babor
$x_m$	distancia longitudinal del punto a la cuaderna maestra. Será positiva si el punto está a popa de la cuaderna maestra y negativa si está a proa
$y_m$	distancia transversal del punto al plano diametral. Será positiva si el punto está a estribor del plano diametral y negativa si está a babor

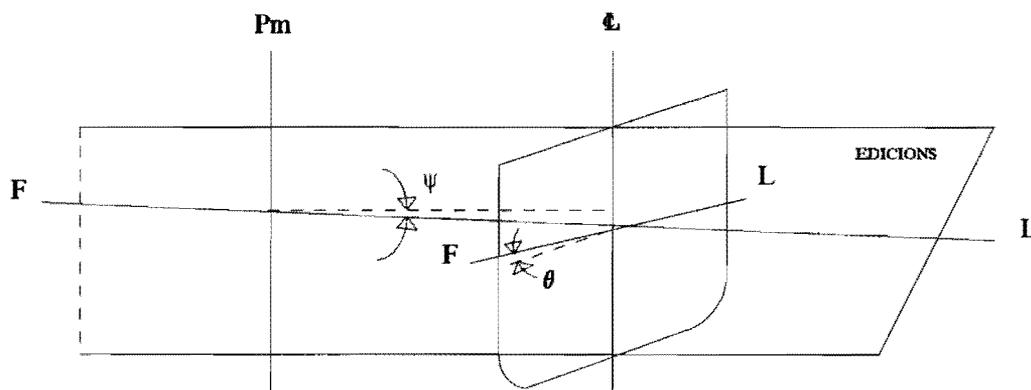


Fig. 1.4 Calado en un punto cualquiera de la flotación

Si partimos del calado medio, es decir, del calado medido en la vertical del centro de gravedad de la flotación,  $F$ , del asiento y de la escora, la ecuación del calado en el punto  $(x,y)$  será,

$$C_{(x,y)} = C_m + x_F \cdot \tan \frac{A}{E} + y_F \cdot \tan \theta \quad (1.48)$$

presentando con respecto a la fórmula anterior para calcular el calado en un punto determinado,  $(x,y)$ , las siguientes diferencias,

$C_m$	calado medio del buque en la vertical del centro de flotación, $F$
$x_F$	distancia longitudinal del punto al centro de flotación, $F$
$y_F$	distancia transversal del punto al centro de flotación, $F$

### 1.5 Curvas de Bonjean

Otra forma de hallar el volumen sumergido del buque es utilizando las curvas de Bonjean. Sobre el plano longitudinal del buque se sitúan un número de cuadernas o secciones transversales a intervalos comunes. Junto a cada cuaderna está la curva de áreas de su sección a diferentes calados y, probablemente, la curva de momentos longitudinales de estas áreas con respecto a la cuaderna maestra, (Fig. 1.5).

Las ordenadas de estas curvas son,

$$\omega = 2 \int_0^z y \cdot dz$$

$$M_{\oplus} = \int_{-E/2}^{+E/2} \omega \cdot x \cdot dx$$

$\omega$	área de la sección transversal
$M_{\oplus}$	momento del área de la sección transversal con respecto a la cuaderna maestra
$z$	calados
$y$	semimangas
$x$	brazos longitudinales

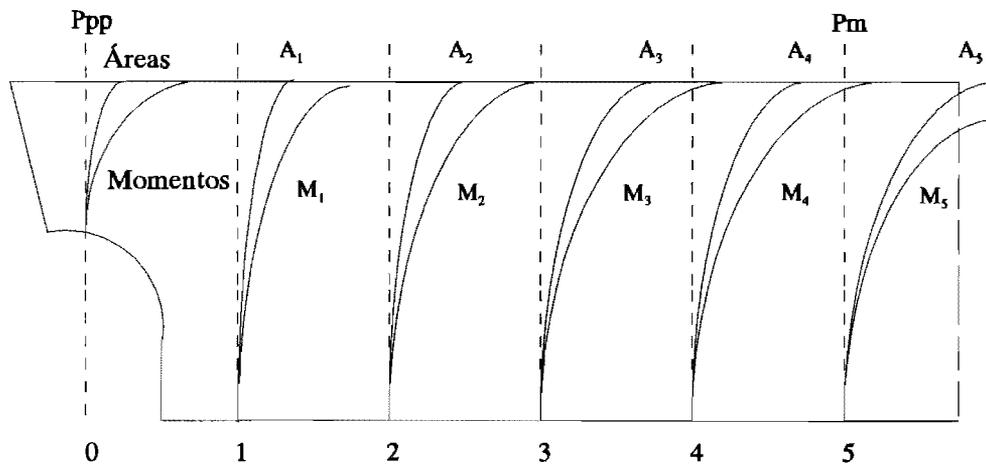


Fig. 1.5 Curvas de Bonjean

Suponiendo el buque con los calados correspondientes a una flotación cualquiera, se traza ésta sobre el plano longitudinal, obteniéndose unos puntos de corte en cada una de las cuadernas. Desde estos puntos se trazarán unas paralelas a la línea base, dando sus intersecciones con las curvas las áreas y

momentos de cada sección para la flotación considerada, (Fig. 1.6). Aplicando uno cualquier de los métodos aproximados de integración se hallará el volumen sumergido, y a partir de él el desplazamiento del buque y la posición longitudinal del centro de carena,

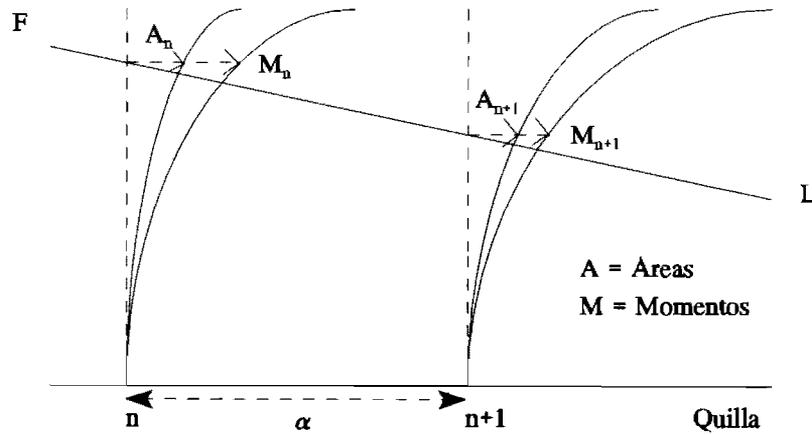


Fig. 1.6 Obtención del área y del momento de cada sección, para una flotación determinada

$$\nabla = \int_{-E/2}^{+E/2} \omega \cdot dx$$

$$D = \nabla \cdot \gamma$$

$$x_C = \frac{M_{\odot}}{\nabla} = \frac{\int_{-E/2}^{+E/2} \omega \cdot x \cdot dx}{\int_{-E/2}^{+E/2} \omega \cdot dx}$$

El uso de las curvas de Bonjean permite calcular el desplazamiento del buque para unos calados cualesquiera con asiento diferente al del cálculo de las curvas hidrostáticas, siendo más necesaria su utilización cuanto mayor sea la alteración de los asientos.

## 1.6 Cálculo del desplazamiento

### 1.6.1 Fórmula de Nemoto para la corrección por asiento

El desplazamiento del buque se obtiene en las curvas hidrostáticas o a través de las curvas de Bonjean, no siendo práctica habitual hacerlo por estas últimas. Las curvas hidrostáticas están calculadas para

el buque con un asiento determinado, que suele ser cero en los buques mercantes y, por tanto, para cualquier otra condición se deberá corregir el desplazamiento dado por las hidrostáticas para hallar un valor más aproximado al real. Para ello se expone la fórmula de Nemoto que corrige al desplazamiento por asiento.

El buque de la figura 1.7 tiene una flotación  $F_1L_1$  con asiento. El calado en la perpendicular media o cuaderna maestra será,

$$C_{\otimes} = \frac{C_{PP} + C_{Pr}}{2}$$

siendo la flotación  $F_0L_0$  la correspondiente al calado calculado por semisuma de las cabezas. El centro de flotación,  $F$ , puede coincidir o no con la perpendicular media, pero en este caso, para generalizar más, suponemos que  $\overline{CF} \neq 0$ .

El desplazamiento limitado por las dos flotaciones no será el mismo y para hallar la corrección a aplicar, es decir, la diferencia entre ambos desplazamientos, se trabaja con las cuñas de inmersión y emersión formadas entre  $F_0L_0$  y  $F_1L_1$ .

El área de una sección transversal cualquiera de una de las cuñas será,

$$\omega_x = 2 \int_{C_{\otimes}}^{C_{\otimes} + x \cdot \tan \psi} y \cdot dz$$

siendo las semimangas y una función continua de  $z$ .

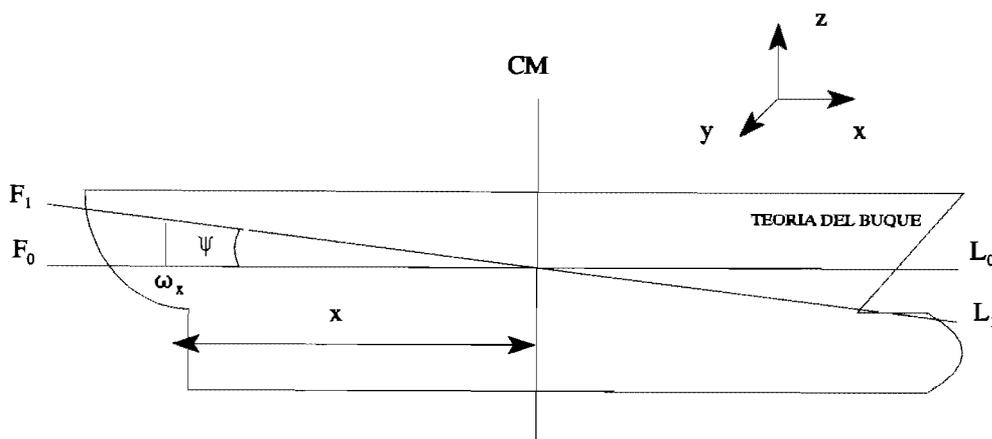


Fig. 1.7 Demostración de la fórmula de Nemoto

Desarrollando en serie de Taylor y resolviendo la integral,

$$\omega_x = 2 \int_{C_{\oplus}}^{C_{\oplus} + x \cdot \tan \psi} \left[ y_0 + \frac{(z - C_{\oplus})}{1!} \frac{(dy)}{(dz)_0} + \frac{(z - C_{\oplus})^2}{2!} \frac{(d^2y)}{(dz^2)_0} + \dots \right] dz$$

$$\begin{aligned} \omega_x = 2 \int_{C_{\oplus}}^{C_{\oplus} + x \cdot \tan \psi} y_0 \cdot dz + 2 \int_{C_{\oplus}}^{C_{\oplus} + x \cdot \tan \psi} (z - C_{\oplus}) \frac{(dy)}{(dz)_0} dz + \\ + 2 \int_{C_{\oplus}}^{C_{\oplus} + x \cdot \tan \psi} \frac{(z - C_{\oplus})^2}{2!} \frac{(d^2y)}{(dz^2)_0} dz + \dots \end{aligned}$$

$(dy)/(dz)_0$  se toma en la flotación  $F_0L_0$ , por tanto, será constante para una sección determinada.

$$\omega_x = 2y_0 \cdot x \cdot \tan \psi + \frac{2(x \cdot \tan \psi)^2}{2!} \frac{(dy)}{(dz)_0} + \frac{2(x \cdot \tan \psi)^3}{3!} \frac{(d^2y)}{(dz^2)_0} + \dots$$

Integrando esta última ecuación a lo largo de la eslora del buque se obtendrá la diferencia de volumen entre las cuñas de inmersión y emersión,

$$\begin{aligned} d\nabla = \int_{-E/2}^{+E/2} \left[ 2y_0 \cdot x \cdot \tan \psi + \frac{2(x \cdot \tan \psi)^2}{2!} \frac{(dy)}{(dz)_0} + \right. \\ \left. + \frac{2(x \cdot \tan \psi)^3}{3!} \frac{(d^2y)}{(dz^2)_0} + \dots \right] dx \\ d\nabla = 2 \cdot \tan \psi \int_{-E/2}^{+E/2} y_0 \cdot x \cdot dx + \frac{2 \cdot \tan^2 \psi}{2!} \frac{d}{(dz)_0} \int_{-E/2}^{+E/2} y_0 \cdot x^2 \cdot dx + \\ + \frac{2 \cdot \tan^3 \psi}{3!} \frac{d^2}{(dz^2)_0} \int_{-E/2}^{+E/2} y_0 \cdot x^3 \cdot dx + \dots \end{aligned}$$

Resolviendo el primer término de la integral

$$\tan \psi = \frac{A}{E}$$

$$2 \int_{-E/2}^{+E/2} \gamma_0 \cdot x \cdot dx = S \cdot x_F$$

$$\text{primer término} = \frac{A}{E} \cdot S \cdot x_F$$

- A asiento en m, apopante positivo y aproante negativo  
 E eslora en m  
 S superficie de flotación en m<sup>2</sup>  
 x<sub>F</sub> brazo longitudinal de F, centro de gravedad de la flotación, a la cuaderna maestra, en m

El segundo término será,

$$\tan^2 \psi = \frac{A^2}{E^2}$$

$$2 \int_{-E/2}^{+E/2} \gamma_0 \cdot x^2 \cdot dx = I$$

$$\text{segundo término} = \frac{1}{2} \cdot \frac{A^2}{E^2} \cdot \frac{dI}{dz}$$

- I inercia longitudinal de la superficie de flotación

Se desprecian el resto de los términos. Por tanto,

$$dV = S \cdot x_F \cdot \frac{A}{E} + \frac{1}{2} \cdot \frac{A^2}{E^2} \cdot \frac{dI}{dz} + \dots$$

La corrección al desplazamiento, dD, se obtendrá a partir del dV anterior multiplicado por la densidad,  $\gamma$ ,

$$dD = \gamma \cdot S \cdot x_F \cdot \frac{A}{E} + \frac{\gamma}{2} \cdot \frac{A^2}{E^2} \cdot \frac{dI}{dz} + \dots$$

Poniendo el primer término en función de las toneladas por centímetro,

$$Tc = S \cdot 0,01 \cdot \gamma$$

$$\gamma \cdot S \cdot x_F \cdot \frac{A}{E} = Tc \cdot \frac{A \text{ (cm)}}{E} \cdot x_F \quad (1.49)$$

siendo las unidades

Tc	toneladas por centímetro de inmersión, Tm/cm
A	asiento en cm
E	eslora en m
x <sub>F</sub>	distancia de F, c. de g. de la flotación, a la cuaderna maestra, en m

Fórmula habitualmente utilizada para corregir el desplazamiento, hallado en las curvas hidrostáticas entrando con el calado obtenido por semisuma de los calados de popa y proa, por asiento y posición longitudinal del centro de flotación.

Introduciendo el momento unitario para variar el asiento un centímetro en el segundo término de la ecuación del  $dV$ ,

$$Mu = \frac{D \cdot GM_L}{100 E} \approx \frac{D \cdot CM_L}{100 E}$$

$$Mu = \frac{\nabla \cdot \gamma \cdot \frac{I}{\nabla}}{100 E} = \frac{\gamma \cdot I}{100 E}$$

GM <sub>L</sub>	altura metacéntrica longitudinal
CM <sub>L</sub>	radio metacéntrico longitudinal

Substituyendo en el segundo término indicado para dejarlo en función del Mu y poniendo la eslora en metros y el asiento en centímetros,

$$\frac{\gamma}{2} \cdot \frac{A^2 \text{ (cm)}}{100^2 E^2} \frac{dI}{dz} = \frac{1}{2} \frac{A^2 \text{ (cm)}}{E} \frac{d(Mu)}{100 \cdot dz} \quad (1.50)$$

Como ejemplo de cálculo de  $d(Mu)/dz$  se tomarán de las curvas hidrostáticas los valores de los momentos unitarios correspondientes a los calados de (C<sub>B</sub> + 0,5) m y (C<sub>B</sub> - 0,5) m, es decir, dz = 1 m. Restando los dos valores se obtendrá  $d(Mu)$ .

En los cálculos realizados según este método para corregir el desplazamiento, el valor de dz = 1 m utilizado en el ejemplo anterior se puede tomar de forma generalizada para los buques mercantes de tamaños y formas normales.

### 1.6.2 Corrección al desplazamiento por quebranto o arrufo

Otra consideración a realizar con respecto al desplazamiento es que en los buques, y en particular en los de gran eslora, la quilla tiene una cierta flexión de quebranto o de arrufo, aún en el caso de flotar en aguas tranquilas. Esto hace que los calados reales en puntos determinados de la eslora, por ejemplo el calado en la cuaderna maestra, no sean iguales a los obtenidos a partir de los calados de las cabezas, siendo la diferencia la flecha de la curvatura en el punto elegido,

$$C_{\otimes} = \frac{C_{pp} + C_{pr}}{2}$$

$$C_{\text{medido en la } \otimes} - C_{\otimes} = \epsilon$$

En el caso de quebranto el desplazamiento obtenido en las curvas hidrostáticas entrando con el calado medio en la vertical de F, centro de flotación, hallado a partir de los calados de popa y de proa, corregidos en su caso por la posición longitudinal del centro de flotación,  $\otimes F$  y por asiento, dará un valor del desplazamiento superior al real, mientras que en el caso de que el buque tenga arrufo será al revés, las curvas darán un valor del desplazamiento por debajo del real.

#### a) Estudio de la quilla como curva parabólica

Suponiendo que la forma de la quilla que ha sufrido flexión sea parabólica, se puede expresar por una ecuación de la forma, (Fig. 1.8),

$$x^2 = 2p \cdot z$$

en la que p es una constante denominada parámetro de la parábola, siendo x, z, valores sobre los ejes X, Z de la figura.

La ecuación en un punto P, de acuerdo con la relación anterior, será

$$\left(\frac{E}{2}\right)^2 = 2p \cdot \epsilon$$

E      eslora del buque  
 $\epsilon$       flecha de arrufo o quebranto en la  $\otimes$

Dividiendo ambas ecuaciones miembro a miembro

$$\left(\frac{x}{E/2}\right)^2 = \frac{z}{\epsilon}$$



$$2y = M \left[ 1 - \left( \frac{x}{E/2} \right)^n \right] \quad (1.53)$$

M manga máxima de la flotación

Como se verá más adelante, (Ec. 1.59), el área de la flotación, S, será igual a

$$S = M \cdot E \frac{n}{n+1}$$

de lo que se deduce que la flotación se aproximará a una superficie rectangular para valores altos de n.

d) *Cálculo de la integral del volumen*

Introduciendo la ecuación 1.53 en la ecuación 1.52, el valor del volumen será,

$$v = \int_{-E/2}^{+E/2} M \left[ 1 - \left( \frac{x}{E/2} \right)^n \right] \epsilon \left[ 1 - \left( \frac{x}{E/2} \right)^2 \right] dx \quad (1.54)$$

Realizando la multiplicación de los términos entre corchetes,

$$\begin{aligned} & \left[ 1 - \left( \frac{x}{E/2} \right)^n \right] \cdot \left[ 1 - \left( \frac{x}{E/2} \right)^2 \right] = \\ & = 1 - \left( \frac{x}{E/2} \right)^2 - \left( \frac{x}{E/2} \right)^n + \left( \frac{x}{E/2} \right)^{n+2} \end{aligned}$$

$$v = \int_{-E/2}^{+E/2} M \cdot \epsilon \left[ 1 - \left( \frac{x}{E/2} \right)^2 - \left( \frac{x}{E/2} \right)^n + \left( \frac{x}{E/2} \right)^{n+2} \right] dx$$

siendo esta integral igual a,

$$\begin{aligned} v = M \cdot \epsilon \left[ x - \frac{1}{3} \frac{x^3}{(E/2)^2} - \frac{1}{(n+1)} \frac{x^{n+1}}{(E/2)^n} + \right. \\ \left. + \frac{1}{(n+3)} \frac{x^{n+3}}{(E/2)^{n+2}} \right]_{-E/2}^{+E/2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v &= M \cdot \epsilon \left[ E - \frac{2 (E/2)^3}{3 (E/2)^2} - \frac{2 (E/2)^{n+1}}{(n+1) (E/2)^n} + \frac{2 (E/2)^{n+3}}{(n+3) (E/2)^{n+2}} \right] \\
v &= M \cdot \epsilon \left[ E - \frac{2}{3} (E/2) - \frac{2}{n+1} (E/2) + \frac{2}{(n+3)} (E/2) \right] \\
v &= M \cdot E \cdot \epsilon \left[ 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+3} \right] \\
v &= M \cdot E \cdot \epsilon \left[ \frac{2}{3} - \frac{2}{(n+1) (n+3)} \right] \\
v &= 2 \cdot M \cdot E \cdot \epsilon \left[ \frac{1}{3} - \frac{1}{(n+1) (n+3)} \right] \\
v &= 2 \cdot M \cdot E \cdot \epsilon \left[ \frac{(n+1) (n+3) - 3}{3 (n+1) (n+3)} \right] \tag{1.55}
\end{aligned}$$

e) *Coefficiente de afinamiento superficial de la flotación base*

El coeficiente de afinamiento superficial de la flotación base será,

$$\alpha = \frac{2 \int_{-E/2}^{+E/2} y \cdot dx}{M \cdot E} \tag{1.56}$$

siendo el área de la flotación

$$S = 2 \int_{-E/2}^{+E/2} y \cdot dx$$

en la que substituyendo 2y por el valor dado en la ecuación 1.53, se tiene

$$S = \int_{-E/2}^{+E/2} M \left[ 1 - \left( \frac{x}{E/2} \right)^n \right] dx \tag{1.57}$$

Resolviendo la integral

$$S = M \cdot E - \frac{1}{n+1} \cdot \frac{M}{(E/2)^n} \left[ x^{n+1} \right]_{-E/2}^{+E/2}$$

$$S = M \cdot E - \frac{1}{n+1} M \cdot E \quad (1.58)$$

$$S = M \cdot E \frac{n}{n+1} \quad (1.59)$$

Substituyendo en la ecuación 1.56,

$$\alpha = \frac{M \cdot E \frac{n}{n+1}}{M \cdot E} = \frac{n}{n+1} \quad (1.60)$$

o bien

$$n = \frac{\alpha}{1 - \alpha} \quad (1.61)$$

f) *Cálculo del volumen en función del coeficiente de afinamiento superficial*

Substituyendo n por su valor en función de  $\alpha$  en la ecuación del volumen 1.55,

$$v = 2 \cdot M \cdot E \cdot \epsilon \left[ \frac{\left( \frac{\alpha}{1-\alpha} + 1 \right) \left( \frac{\alpha}{1-\alpha} + 3 \right) - 3}{3 \left( \frac{\alpha}{1-\alpha} + 1 \right) \left( \frac{\alpha}{1-\alpha} + 3 \right)} \right]$$

y resolviendo separadamente el numerador y el denominador,

$$\left( \frac{\alpha}{1-\alpha} + 1 \right) \left( \frac{\alpha}{1-\alpha} + 3 \right) - 3 = \frac{4\alpha - 3\alpha^2}{(1-\alpha)^2}$$

$$3 \left( \frac{\alpha}{1-\alpha} + 1 \right) \left( \frac{\alpha}{1-\alpha} + 3 \right) = \frac{9 - 6\alpha}{(1-\alpha)^2}$$

Finalmente el volumen a corregir será igual a

$$v = M \cdot E \cdot \epsilon \cdot \frac{8\alpha - 6\alpha^2}{9 - 6\alpha} \quad (1.62)$$

$$v = M \cdot E \cdot \epsilon \cdot \alpha_v \quad (1.63)$$

g) *Tabla de valores de  $\alpha_v$*

Tabla 1.1 Valores de los coeficientes  $\alpha_v$

$\alpha$	$\alpha_v$
0,50	0,4166
0,55	0,4535
0,60	0,4888
0,65	0,5225
0,70	0,5541
0,75	0,5833
0,80	0,6095
0,85	0,6320
0,90	0,6500
0,95	0,6621
1,00	0,6666

h) *Corrección al desplazamiento*

Multiplicando por la densidad,  $\gamma$ , el volumen calculado en la ecuación 1.62,  $v$ , se obtendrá la corrección al desplazamiento hallado en las curvas hidrostáticas,

$$dD = v \cdot \gamma$$

$dD$  peso del volumen a corregir

$$dD = D_{real} - D_{CH}$$

$$D_{real} = D_{CH} + dD$$

$D_{CH}$  desplazamiento hallado en las curvas hidrostáticas  
 $dD$  corrección al desplazamiento:  
 quebranto, negativo  
 arrufo, positivo

Como ya se han indicado al principio de este subapartado, si el buque tiene quebranto el desplazamiento de las curvas hidrostáticas será superior al real, por tanto, la corrección se restará, y al contrario si el buque tiene arrufo.

### 1.6.3 Cálculo del desplazamiento por las curvas de Bonjean, corrigiendo por arrufo o quebranto los calados de las secciones

Las curvas de Bonjean, como ya se ha visto en el apartado 1.5, se utilizan para calcular el desplazamiento cuando se quiere una mayor aproximación al dato real en aquellos casos en que el asiento del buque difiera del asiento con el que han sido construidas las curvas hidrostáticas.

Si la quilla del buque tiene arrufo o quebranto y se conoce su valor, se pueden obtener los calados de las secciones de las curvas de Bonjean a fin de dibujar sobre el perfil longitudinal de las mismas la flotación correcta para proceder al cálculo del desplazamiento.

Para obtener el valor del calado en cualquier punto de la flotación, teniendo en cuenta el arrufo o el quebranto del buque, se procederá de la siguiente manera,

$$C_{\otimes} = \frac{C_{pp} + C_{pr}}{2}$$

$$\epsilon = C_{medida\ en\ la\ \otimes} - C_{\otimes}$$

dando el arrufo positivo y el quebranto negativo.

De la ecuación 1.51, se obtiene la fórmula para hallar la flecha de arrufo o quebranto en cualquier punto de la quilla,

$$\epsilon_x = \epsilon - z_x = \epsilon \left[ 1 - \left( \frac{x}{E/2} \right)^2 \right] \quad (1.64)$$

La fórmula para calcular el calado en un punto cualquiera del plano diametral, (Ec. 1.47), es

$$C_x = C_{\otimes} + x_{\otimes} \cdot \tan \psi \quad (1.65)$$

en la que

$$\tan \psi = \frac{A}{E}$$

Sólo queda aplicar la corrección  $\epsilon_x$ , (Ec. 1.64), al calado en el punto  $x$  del plano diametral, (Ec. 1.65), para hallar el calado real en este mismo punto a utilizar en las curvas de Bonjean,

$$C_{real_x} - C_x = \epsilon_x$$

$$C_{real_x} = C_x + \epsilon_x$$

## 1.7 Superficie mojada. Fórmulas aproximadas

La superficie mojada de un buque es el área del casco que está en contacto con el agua. Puede ser un dato que figure en las curvas hidrostáticas aunque no siempre es así. Su cálculo planteó en el pasado una enorme dificultad por lo que dio motivo a la deducción de fórmulas aproximadas permitiendo hallar su valor con la exactitud suficiente. La dificultad que presenta la superficie de la carena del buque para la medición de su área es la de no ser desarrollable dada su doble curvatura, transversal y longitudinal, debiéndose recurrir a técnicas de modificación de los desarrollos. Una dificultad añadida son los apéndices del casco. Si éstos tienen superficies planas o curvas a las que se puedan aplicar alguna de las fórmulas conocidas de cálculo de áreas, resultará relativamente fácil hallar su superficie. Debe tenerse en cuenta que estos apéndices significan un incremento de la superficie mojada, pero que también disminuyen la superficie del casco desnudo, es decir, sin apéndices, al ocultar parte del mismo.

### 1.7.1 Fórmula de Kirk

Para obtener la fórmula de Kirk se parte de la hipótesis de que el valor de la superficie mojada del buque es igual a la de un cuerpo formado por un prisma rectangular central y dos prismas iguales con bases triangulares en las cabezas, (Fig. 1.9). Para conocer las dimensiones de este cuerpo prismático se razona de la siguiente manera:

1. La eslora de todo el cuerpo es igual a la eslora del buque.
2. El calado sin asiento es igual al calado medio del buque.
3. La manga máxima del cuerpo,  $M'$ , será

$$\beta = \frac{\omega_{\text{M}}}{M \cdot C}$$

$$\omega_{\text{M}} = \beta \cdot M \cdot C = M' \cdot C$$

$$M' = \frac{\omega_{\text{M}}}{C} = \beta \cdot M$$

$\beta$	coeficiente de afinamiento de la cuaderna maestra
$\omega_{\text{M}}$	área de la cuaderna maestra
$C$	calado
$M$	manga máxima
$M'$	manga del prisma

4. Dado que el volumen del cuerpo debe ser igual al volumen sumergido del buque, esto permite definir el valor de  $e$ , eslora de cada prisma triangular.

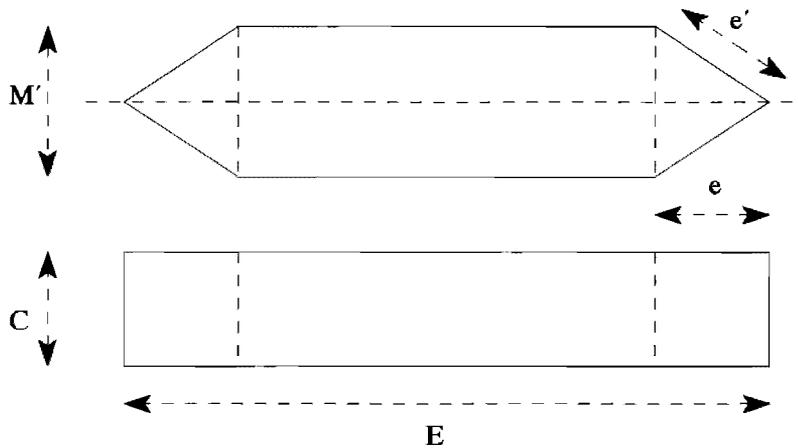


Fig. 1.9 Cuerpo de la fórmula de Kirk

La superficie mojada del cuerpo será:

$$\text{Fondo} = M' (E - 2e) + \frac{1}{2} M' \cdot 2e = M' (E - e)$$

$$\text{Bandas} = 2 \cdot C (E - 2e) + 4 \cdot C \cdot e'$$

$$S_m = M' (E - e) + 2 \cdot C (E - 2e) + 4 \cdot C \cdot e'$$

Realizando la aproximación  $e \approx e'$

$$S_m = M' (E - e) + 2 \cdot C \cdot E$$

$$S_m = C \cdot E \left[ 2 + \frac{M' (E - e)}{C \cdot E} \right] \quad (1.66)$$

Ahora bien

$$\nabla = \text{fondo} \cdot \text{calado} = M' (E - e) \cdot C = E \cdot M \cdot C \cdot \delta$$

siendo

$\nabla$  volumen sumergido del buque  
 $\delta$  coeficiente de afinamiento cúbico

de lo que se deduce que el valor del numerador de la ecuación 1.66 es

$$M' (E - e) = E \cdot M \cdot \delta$$

Finalmente, y previa sustitución en la ecuación 1.66, se obtiene la fórmula aproximada de Kirk para hallar la superficie mojada de la carena de un buque,

$$S_m = C \cdot E \left[ 2 + \delta \frac{M}{C} \right] \quad (1.67)$$

$S_m$  superficie mojada de la carena  
 $E$  eslora  
 $M$  manga  
 $C$  calado  
 $\delta$  coeficiente de afinamiento cúbico o de bloque

### 1.7.2 Fórmula de Denny

Está dentro de la línea de la fórmula de Kirk, difiriendo solamente en el valor de la constante, tomando 1,7 en lugar de 2, conclusión a la que llegó tras estudiar la superficie mojada de un número importante de buques,

$$S_m = E \cdot C \left[ 1,7 + \delta \frac{M}{C} \right] \quad (1.68)$$

$$S_m = 1,7 E \cdot C + \frac{\nabla}{C} \quad (1.69)$$

$S_m$	superficie mojada de la carena
$E$	eslora
$M$	manga
$C$	calado
$\nabla$	volumen sumergido
$\delta$	coeficiente de afinamiento cúbico

### 1.7.3 Fórmula de Taylor

La variación del contorno de secciones transversales semejantes es lineal y se puede expresar de la siguiente manera

$$G = K \cdot \sqrt{\omega}$$

$G$	contorno de la sección transversal
$\omega$	área de la sección transversal
$K$	coeficiente de proporcionalidad igual al contorno de una sección cuya área sea la unidad

Dividiendo al buque longitudinalmente por  $n$  cuadernas equidistantes cuyas áreas son

$$\omega_0, \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{n-1}, \omega_n$$

Los contornos de estas secciones serán,

$$G_0 = K_0 \cdot \sqrt{\omega_0}, \quad G_1 = K_1 \cdot \sqrt{\omega_1}, \quad G_2 = K_2 \cdot \sqrt{\omega_2}, \quad \dots,$$

$$G_{n-1} = K_{n-1} \cdot \sqrt{\omega_{n-1}}, \quad G_n = K_n \cdot \sqrt{\omega_n}$$

En un sistema de coordenadas se sitúan en abscisas la eslora  $E$  y sus  $n$  divisiones, siendo el intervalo común  $E/n$ , y en ordenadas los valores de los contornos,  $G_0, G_1, G_2, \dots, G_{(n-1)}, G_n$ .

El área de la figura así formada se podrá hallar aplicando el método aproximado de integración de los trapecios y será igual a la superficie mojada,  $S_m$ , del buque,

$$Sm = \frac{E}{n} \left[ \frac{G_0}{2} + G_1 + G_2 + \dots + G_{n-1} + \frac{G_n}{2} \right]$$

Substituyendo los contornos por sus valores en función de las áreas de las secciones,

$$Sm = \frac{E}{n} \left[ \frac{K_0}{2} \sqrt{\omega_0} + K_1 \sqrt{\omega_1} + K_2 \sqrt{\omega_2} + \dots + K_{n-1} \sqrt{\omega_{n-1}} + \frac{K_n}{2} \sqrt{\omega_n} \right]$$

Si G representa el valor promedio de los contornos, multiplicado por la eslora, E, del buque, se obtendrá la superficie mojada, Sm.

$$Sm = E \cdot G = \frac{E}{n} \left[ \frac{K_0}{2} \sqrt{\omega_0} + K_1 \sqrt{\omega_1} + K_2 \sqrt{\omega_2} + \dots + K_{n-1} \sqrt{\omega_{n-1}} + \frac{K_n}{2} \sqrt{\omega_n} \right]$$

por lo tanto, G será igual a

$$G = \frac{1}{n} \left[ \frac{K_0}{2} \sqrt{\omega_0} + K_1 \sqrt{\omega_1} + K_2 \sqrt{\omega_2} + \dots + K_{n-1} \sqrt{\omega_{n-1}} + \frac{K_n}{2} \sqrt{\omega_n} \right]$$

Haciendo,

$$G = K \cdot \sqrt{\frac{\nabla}{E}}$$

K      coeficiente de proporcionalidad medio  
 ∇      volumen sumergido

la superficie mojada será igual a

$$Sm = E \cdot G = E \cdot K \cdot \sqrt{\frac{\nabla}{E}}$$

$$Sm = K \cdot \sqrt{\nabla \cdot E} \quad (1.70)$$

Fórmula aproximada para calcular la superficie mojada de la carena y que también se puede encontrar con el valor del desplazamiento en lugar del volumen sumergido,

$$Sm = K \cdot \sqrt{D \cdot E} \quad (1.71)$$

D desplazamiento del buque

Los valores de  $K$  se pueden hallar en unas gráficas confeccionadas para distintas relaciones manga/calado,  $M/C$ , y distintos coeficientes de afinamiento de la cuaderna maestra,  $\beta$ .

## 2 Flotabilidad

### 2.1 Inmersión producida al cargar o descargar un peso

La primera condición de equilibrio exige que el desplazamiento sea igual al empuje, por tanto, al cargar un peso deberá aumentar el valor del volumen sumergido, estableciéndose las igualdades siguientes,

$$D_1 = D + p$$

$$\nabla_1 = \nabla + \delta\nabla$$

$$D_1 = \nabla_1 \cdot \gamma$$

$$\delta\nabla = S \cdot \delta z$$

$$p = \delta\nabla \cdot \gamma$$

$D$ y $D_1$	desplazamientos inicial y final
$p$	peso a cargar
$\nabla$ y $\nabla_1$	volúmenes sumergidos inicial y final
$\delta\nabla$	incremento del volumen debido al peso cargado
$S$	superficie de flotación inicial
$\delta z$	incremento de calado o inmersión producido por la carga del peso
$\gamma$	densidad del agua de la mar

Si se carga de manera que produzca una inmersión paralela, el aumento del calado del buque será,

$$I = \delta z = \frac{P}{Tc}$$

$I = \delta z$	inmersión paralela en cm
$p$	peso en Tm
$Tc$	toneladas por centímetro de inmersión en Tm/cm

siempre y cuando se trate de un peso pequeño, concepto éste que va ligado a las formas del buque y en particular a que los costados de la zona del calado con que esté flotando sean verticales.

Cuando el peso no pueda tener la consideración de pequeño, se utilizarán las curvas hidrostáticas para hallar el calado entrando con el nuevo desplazamiento ( $D_1 = D + p$ ). Por diferencia de calados final e inicial se calculará la inmersión.

## 2.2 Centro de gravedad del buque

El centro de gravedad del buque,  $G$ , como punto de aplicación de todos los pesos incluido el del propio buque, queda situado en el espacio por sus tres coordenadas  $z_G$ ,  $y_G$ ,  $x_G$ . La carga, la descarga y el traslado de pesos modifica su posición.

### 2.2.1 Carga y descarga de pesos

Se estudian simultáneamente la carga y la descarga de pesos. En el primer caso, al substituir el peso por su valor, éste será positivo, y en el segundo caso negativo. Por tanto, se utiliza como denominación genérica de cualquiera de las operaciones, carga o descarga, la de carga de un peso. Las coordenadas del centro de gravedad del peso a cargar serán  $z_g$ ,  $y_g$ ,  $x_g$ , (Fig. 2.1).

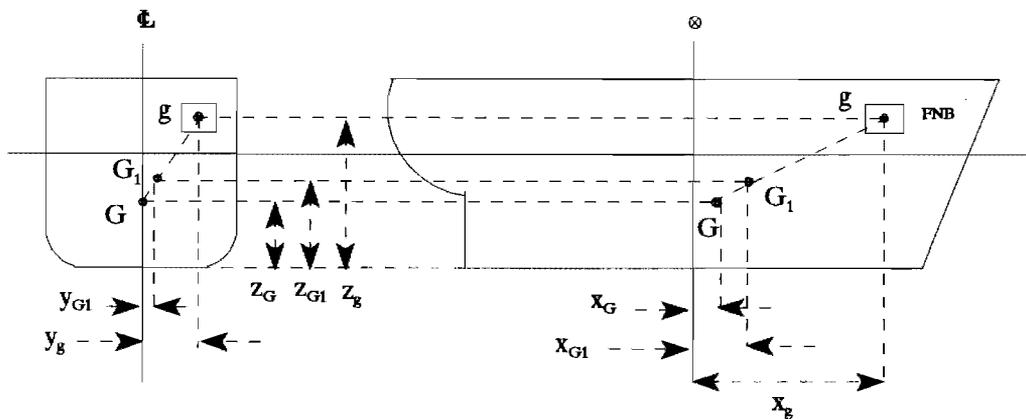


Fig. 2.1 Coordenadas del buque y del peso

#### a) Momentos con respecto a los ejes que pasan por $G$

Tomando momentos con respecto a los ejes que pasan por el centro de gravedad del buque,  $G$ , siendo

paralelos a los ejes principales, esto es, línea base, línea central y cuaderna maestra, las ecuaciones para calcular el movimiento del centro de gravedad del buque serán,

$$(D + p) \cdot \delta z_G = p \cdot (z_g - z_G) \quad (2.1)$$

$$(D + p) \cdot \delta y_G = p \cdot (y_g - y_G) \quad (2.2)$$

$$(D + p) \cdot \delta x_G = p \cdot (x_g - x_G) \quad (2.3)$$

$$\delta z_G = \frac{p}{D + p} (z_g - z_G) \quad (2.4)$$

$$\delta y_G = \frac{p}{D + p} (y_g - y_G) \quad (2.5)$$

$$\delta x_G = \frac{p}{D + p} (x_g - x_G) \quad (2.6)$$

$$z_{G_1} = z_G + \delta z_G$$

$$y_{G_1} = y_G + \delta y_G$$

$$x_{G_1} = x_G + \delta x_G$$

b) *Momentos con respecto a los ejes principales*

$$(D + p) \cdot z_{G_1} = D \cdot z_G + p \cdot z_g \quad (2.7)$$

$$(D + p) \cdot y_{G_1} = D \cdot y_G + p \cdot y_g \quad (2.8)$$

$$(D + p) \cdot x_{G_1} = D \cdot x_G + p \cdot x_g \quad (2.9)$$

$$z_{G_1} = \frac{D \cdot z_G + p \cdot z_g}{D + p} \quad (2.10)$$

$$y_{G_1} = \frac{D \cdot y_G + p \cdot y_g}{D + p} \quad (2.11)$$

$$x_{G_1} = \frac{D \cdot x_G + p \cdot x_g}{D + p} \quad (2.12)$$

c) *Carga de un peso muy pequeño*

Si se trata de un peso muy pequeño con respecto al desplazamiento del buque, de manera que,

$$D + \delta p \approx D$$

se puede substituir en las ecuaciones anteriores del movimiento del centro de gravedad del buque resultantes de tomar momentos a los ejes que pasan por G y a los ejes principales, obteniéndose

$$\delta z_G \approx \frac{\delta p}{D} (z_g - z_G) \quad (2.13)$$

$$\delta y_G \approx \frac{\delta p}{D} (y_g - y_G) \quad (2.14)$$

$$\delta x_G \approx \frac{\delta p}{D} (x_g - x_G) \quad (2.15)$$

$$z_{G_1} \approx \frac{D \cdot z_G + \delta p \cdot z_g}{D} \quad (2.16)$$

$$y_{G_1} \approx \frac{D \cdot y_G + \delta p \cdot y_g}{D} \quad (2.17)$$

$$x_{G_1} \approx \frac{D \cdot x_G + \delta p \cdot x_g}{D} \quad (2.18)$$

siendo,

D	desplazamiento
$z_G, y_G, x_G$	coordenadas del centro de gravedad inicial del buque
p	peso a cargar
$z_g, y_g, x_g$	coordenadas del peso
$\delta z_G, \delta y_G, \delta x_G$	movimiento del centro de gravedad del buque
$z_{G1}, y_{G1}, x_{G1}$	coordenadas del centro de gravedad final del buque
$\delta p$	peso muy pequeño

d) *Carga de un peso en el centro de gravedad del buque*

De las ecuaciones anteriores se deduce que cargando un peso en el centro de gravedad del buque, éste no sufrirá ninguna modificación.

Analizando cualquier grupo de las fórmulas presentadas en las que se calcula la posición final del centro de gravedad del buque después de una carga o descarga, se llegará a la conclusión de que al cargar o descargar un peso en el centro de gravedad del buque, éste no sufrirá ninguna modificación. En efecto, si tomamos como ejemplo las ecuaciones 2.4, 2.5 y 2.6, correspondientes al movimiento del centro de gravedad

$$\delta z_G = \frac{P}{D + p} (z_g - z_G)$$

$$\delta y_G = \frac{P}{D + p} (y_g - y_G)$$

$$\delta x_G = \frac{P}{D + p} (x_g - x_G)$$

podremos verificar fácilmente que dado que los valores entre paréntesis de los segundos miembros serán cero, ya que en base a la condición impuesta

$$z_g = z_G$$

$$y_g = y_G$$

$$x_g = x_G$$

los valores de los movimientos del centro de gravedad serán, consiguientemente, cero.

### 2.2.2 Traslado de pesos

En este caso no varía el desplazamiento del buque. De acuerdo con el teorema de los momentos, el centro de gravedad del buque se moverá paralelamente a la línea que une los centros de gravedad inicial y final del peso trasladado y en el mismo sentido. Los valores de los movimientos vertical, transversal y longitudinal del centro de gravedad del buque serán, (Fig. 2.2),

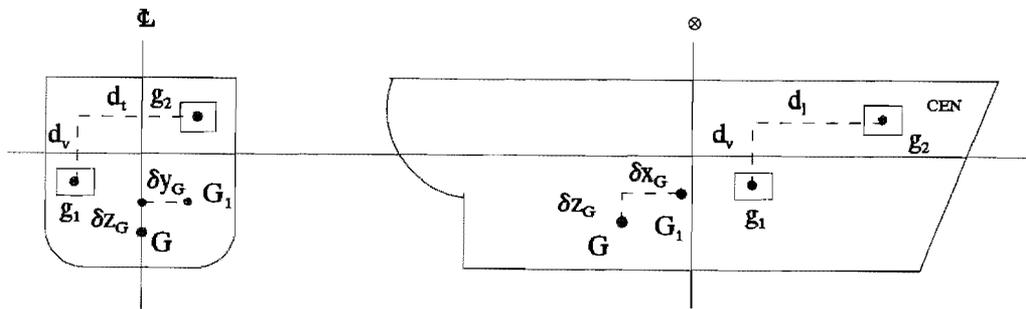


Fig. 2.2 Movimiento del centro de gravedad del buque debido al traslado de un peso

$$\delta z_G = \frac{p \cdot dv}{D} \quad (2.19)$$

$$dv = z_{g_2} - z_{g_1}$$

$$\delta y_G = \frac{p \cdot dt}{D} \quad (2.20)$$

$$dt = y_{g_2} - y_{g_1}$$

$$\delta x_G = \frac{p \cdot dl}{D} \quad (2.21)$$

$$dl = x_{g_2} - x_{g_1}$$

$\delta z_G, \delta y_G, \delta x_G$	movimiento vertical, transversal y longitudinal del centro de gravedad del buque
D	desplazamiento
p	peso trasladado
dv, dt, dl	distancias vertical, transversal y longitudinal de traslado del peso
$z_{g1}, y_{g1}, x_{g1}$	valores vertical, transversal y longitudinal de la posición inicial del peso trasladado con respecto a los ejes principales
$z_{g2}, y_{g2}, x_{g2}$	valores vertical, transversal y longitudinal de la posición final del peso trasladado con respecto a los ejes principales

### 2.3 Centro de carena

El centro de carena es el centro de gravedad del volumen sumergido o volumen de la carena. Las coordenadas con respecto a los ejes principales son  $z_C, y_C, x_C$ . Al igual que el centro de gravedad del buque, el centro de carena queda afectado por la carga, la descarga o el traslado de un peso. Para calcular la posición final del centro de carena después de la carga de un peso que produzca una inmersión paralela, deberá tenerse en cuenta si el peso puede considerarse pequeño o no en relación con el desplazamiento del buque. Esto dará lugar a dos casos bien diferenciados: peso pequeño, desde una perspectiva teórica sería un peso infinitesimal, y peso grande. Este último se soluciona utilizando las curvas hidrostáticas o, en su caso, las curvas de Bonjean. Por tanto, nos limitaremos a estudiar la deducción de las fórmulas a aplicar para peso pequeño.

#### 2.3.1 Movimiento del centro de carena debido a la carga de un peso pequeño

##### a) Centro de gravedad de la rebanada

Supongamos que la carga de un peso pequeño produce una inmersión paralela. El valor del incremento del volumen limitado por las flotaciones final e inicial del buque puede determinarse por medio de la siguiente relación,

$$\delta \nabla = S \cdot I = S \cdot \delta z$$

siendo,

$\delta \nabla$	incremento del volumen debido a la carga del peso
S	superficie de flotación
$I = \delta z$	inmersión paralela

El centro de gravedad de la rebanada,  $z_R, y_R, x_R$ , para un buque de costados verticales en la zona del calado, z, estará situado en la vertical del centro de flotación y a la mitad de la inmersión paralela producida, (Fig. 2.3). Dado que el buque es simétrico con respecto al plano diametral, el brazo transversal del centro de flotación,  $y_F$ , será igual a cero, pero para generalizar se introducirá también esta coordenada transversal. En definitiva, las coordenadas del centro de gravedad de la rebanada se pueden expresar de la siguiente manera,

$$z_R = z + \frac{\delta z}{2}$$

$$y_R = y_F$$

$$x_R = x_F$$

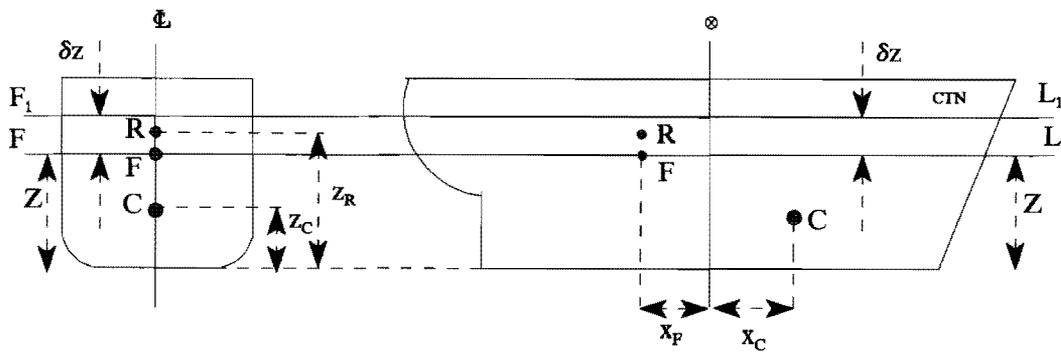


Fig. 2.3 Centro de carena del buque y centro de gravedad de la rebanada

b) Momentos con respecto a los ejes que pasan por C

Estos ejes serán paralelos a los principales, línea base, línea central y cuaderna maestra. Las ecuaciones que se deducen de aplicar momentos son las siguientes:

$$(\nabla + \delta \nabla) \cdot \delta z_C = \delta \nabla \left( z + \frac{\delta z}{2} - z_C \right) \quad (2.22)$$

$$(\nabla + \delta \nabla) \cdot \delta y_C = \delta \nabla (y_F - y_C) \quad (2.23)$$

$$(\nabla + \delta \nabla) \cdot \delta x_C = \delta \nabla (x_F - x_C) \quad (2.24)$$

$$\delta z_C = \frac{\delta \nabla \left( z + \frac{\delta z}{2} - z_C \right)}{\nabla + \delta \nabla}$$

$$\delta z_C = \frac{p \left( z + \frac{\delta z}{2} - z_C \right)}{D + p} \quad (2.25)$$

$$\delta y_C = \frac{\delta \nabla (y_F - y_C)}{\nabla + \delta \nabla}$$

$$\delta y_C = \frac{p (y_F - y_C)}{D + p} \quad (2.26)$$

$$\delta z_C = \frac{\delta \nabla (x_F - x_C)}{\nabla + \delta \nabla}$$

$$\delta x_C = \frac{p (x_F - x_C)}{D + p} \quad (2.27)$$

$\delta y_C = 0$ , debido a la simetría del buque con respecto al plano diametral.

$$z_{C_1} = z_C + \delta z_C$$

$$y_{C_1} = y_C + \delta y_C$$

$$x_{C_1} = x_C + \delta x_C$$

c) *Momentos con respecto a los ejes principales*

$$(\nabla + \delta \nabla) \cdot (z_C + \delta z_C) = \nabla \cdot z_C + \delta \nabla \left( z + \frac{\delta z}{2} \right) \quad (2.28)$$

$$(\nabla + \delta \nabla) \cdot \delta z_C = \delta \nabla \left( z + \frac{\delta z}{2} - z_C \right)$$

$$\delta z_C = \frac{\delta \nabla}{\nabla + \delta \nabla} \left( z + \frac{\delta z}{2} - z_C \right)$$

$$\delta z_C = \frac{p}{D + p} \left( z + \frac{\delta z}{2} - z_C \right) \quad (2.29)$$

$$(\nabla + \delta\nabla) \cdot (y_C + \delta y_C) = \nabla \cdot y_C + \delta\nabla \cdot y_F \quad (2.30)$$

$$(\nabla + \delta\nabla) \cdot \delta y_C = \delta\nabla \cdot (y_F - y_C)$$

$$\delta y_C = \frac{\delta\nabla}{\nabla + \delta\nabla} (y_F - y_C)$$

$$\delta y_C = \frac{p}{D + p} (y_F - y_C) \quad (2.31)$$

$$(\nabla + \delta\nabla) \cdot (x_C + \delta x_C) = \nabla \cdot x_C + \delta\nabla \cdot x_F \quad (2.32)$$

$$(\nabla + \delta\nabla) \cdot \delta x_C = \delta\nabla \cdot (x_F - x_C)$$

$$\delta x_C = \frac{\delta\nabla}{\nabla + \delta\nabla} (x_F - x_C)$$

$$\delta x_C = \frac{p}{D + p} (x_F - x_C) \quad (2.33)$$

resultados iguales a los deducidos anteriormente.

*d) Carga de un peso muy pequeño*

En el caso de que el peso sea muy pequeño, como para que se pueda tomar

$$D + \delta p \approx D$$

y despreciando  $\delta z/2$ , las ecuaciones del movimiento del centro de carena quedarán reducidas a las siguientes expresiones,

$$\delta z_C = \frac{\delta p}{D} (z - z_C) \quad (2.34)$$

$$\delta y_C = \frac{\delta p}{D} (y_F - y_C) \quad (2.35)$$

$$\delta x_C = \frac{\delta p}{D} (x_F - x_C) \quad (2.36)$$

siendo,

$\nabla$ y $D$	volumen sumergido y desplazamiento del buque
$z_C, y_C, x_C$	coordenadas del centro de carena
$\delta \nabla$ y $p$	incremento de volumen por inmersión paralela y peso cargado
$\delta z_C, \delta y_C, \delta x_C$	movimientos vertical, transversal y longitudinal del centro de carena
$z$ y $\delta z$	calado e inmersión paralela
$y_F, x_F$	coordenadas del centro de flotación
$\delta p$	peso infinitesimal, en la práctica peso pequeño

#### 2.4 Coordenadas de un peso a cargar para que el buque no tome ni asiento ni escora

Se parte de las condiciones que corresponden al buque en aguas iguales, (asiento cero), y sin escora. Para cumplir la segunda condición de equilibrio del buque, es decir, centro de gravedad y centro de carena en la misma vertical, deberá realizarse que

$$\delta x_G = \delta x_C$$

$$\delta y_G = \delta y_C = 0$$

De las ecuaciones 2.6 y 2.27, movimientos longitudinales del centro de gravedad y del centro de carena del buque,

$$\delta x_G = \frac{p}{D + p} (x_g - x_G)$$

$$\delta x_C = \frac{p}{D + p} (x_F - x_C)$$

se deduce que para cumplir  $\delta x_G = \delta x_C$ , debe ser

$$x_g = x_F$$

De las ecuaciones 2.5 y 2.26,

$$\delta y_G = \frac{P}{D + p} (y_g - y_G)$$

$$\delta y_C = \frac{P}{D + p} (y_F - y_C)$$

y dadas las condiciones de simetría del buque con respecto al plano diametral,

$$y_G = y_C = y_F = 0$$

deberá ser

$$y_g = 0$$

Las fórmulas anteriores están basadas en que el peso a cargar sea pequeño. En resumen, para que el buque no tome ni asiento ni escora, el peso se debe cargar en la misma vertical del centro de flotación. Generalizando esta norma a la carga de un peso cualquiera sin que el buque tome ni asiento ni escora, el centro de gravedad del peso deberá estar en la vertical del centro de gravedad de la rebanada.

## 2.5 Generalización del Teorema de Euler para una inclinación isocarena

Las flotaciones isocarenas limitan carenas de igual volumen, isocarenas o equivalentes. El eje de inclinación de un par de flotaciones isocarenas próximas entre sí, queda definido por su intersección, siendo el plano de inclinación perpendicular al eje y pasa, además, por el centro de carena correspondiente a la flotación inicial.

Para pequeñas inclinaciones, la línea de intersección de las flotaciones isocarenas, eje de inclinación, pasa por el centro de gravedad de las áreas de ambas superficies (teorema de Euler). Para su demostración se supone el buque adrizado y en aguas iguales. En la figura 2.4 las flotaciones FL y F<sub>1</sub>L<sub>1</sub> son isocarenas, por tanto, las cuñas de emersión e inmersión tendrán el mismo volumen,

$$v_e = v_i$$

$v_e$       volumen de la cuña de emersión  
 $v_i$       volumen de la cuña de inmersión

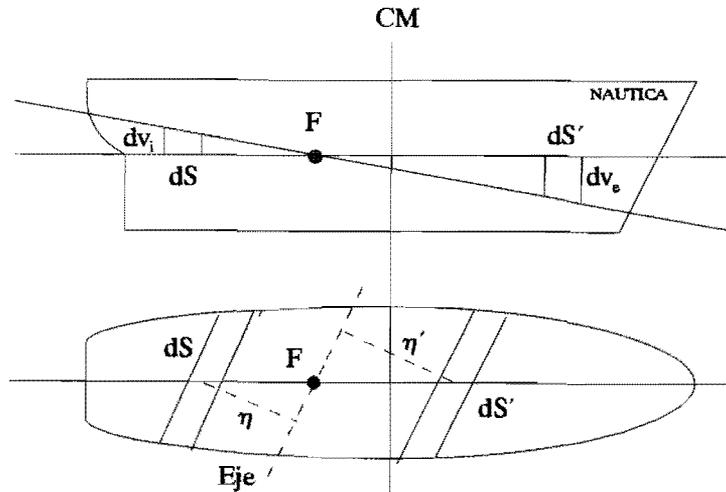


Fig. 2.4 Demostración del Teorema de Euler para un eje de inclinación cualquiera

Para determinar el volumen de las cuñas se supondrán formadas por volúmenes elementales con la base sobre la flotación inicial. Estos volúmenes elementales se calcularán multiplicando el área de la base por la altura,

$$dv_e = dS \cdot \eta \cdot d\alpha$$

$$dv_i = dS' \cdot \eta' \cdot d\alpha$$

$dv_e, dv_i$  volúmenes elementales de las cuñas de emersión e inmersión  
 $dS, dS'$  áreas de las bases de los volúmenes elementales  
 $d\alpha$  ángulo de inclinación  
 $\eta, \eta'$  brazos entre el centro de gravedad de las bases al eje de inclinación

Siendo el volumen de las cuñas

$$v_e = \int_S \eta \cdot d\alpha \cdot dS = d\alpha \int_S \eta \cdot dS$$

$$v_i = \int_{S'} \eta' \cdot d\alpha \cdot dS' = d\alpha \int_{S'} \eta' \cdot dS'$$

$S, S'$  superficies de flotación de cada una de las cuñas

Dado que los volúmenes de emersión e inmersión son iguales, resultará

$$\int_S \eta \cdot dS = \int_{S'} \eta' \cdot dS'$$

$\eta \cdot dS$  y  $\eta' \cdot dS'$  son los momentos de las áreas elementales con respecto al eje de inclinación, por tanto, sus integrales serán los momentos de las respectivas superficies de las cuñas al mismo eje,

$$M_S = M_{S'}$$

La suma de estos momentos será el momento total de la superficie de flotación, FL, con respecto al eje de inclinación,

$$M_S - M_{S'} = M_F = 0$$

$$M_F = S_F \cdot \eta_F = 0$$

$M_F$  momento de la superficie de flotación con respecto al eje de inclinación  
 $S_F$  superficie de flotación  
 $\eta_F$  brazo entre el c. de g. de la superficie de flotación y el eje de inclinación

La expresión anterior indica que el brazo  $\eta_F$  debe ser cero, por tanto, el eje de inclinación debe pasar por F, centro de gravedad de la superficie de flotación.

Haciendo la misma demostración para la flotación  $F_1L_1$ , se concluye que el eje de inclinación pasa por el centro de gravedad de ambas flotaciones cuando el valor del ángulo de inclinación  $\alpha$  es suficientemente pequeño,  $d\alpha$ .

## 2.6 Generalización del movimiento del centro de carena para una inclinación isocarena

Se va a estudiar el movimiento del centro de carena debido a una pequeña inclinación equivolumen con respecto a un eje cualquiera. La inclinación isocarena producirá las cuñas de emersión e inmersión. El efecto sobre el centro de carena será el de un traslado, moviéndose paralelamente y en el mismo sentido que la línea que une los centros de gravedad de las cuñas. La ecuación de equilibrio será,

$$\nabla \cdot CC' = v_c \cdot h_1 h_2 \quad (2.37)$$

$\nabla$  volumen sumergido  
 $CC'$  movimiento del centro de carena  
 $v_c$  volumen de una de las cuñas

$h_1, h_2$  brazo entre los centros de gravedad de las cuñas de emersión e inmersión

El eje de inclinación pasará por F, centro de gravedad de ambas flotaciones isocarenas. Sobre este punto se sitúa el origen de las coordenadas, coincidiendo el eje  $\xi$  con el de inclinación, (Fig. 2.5).

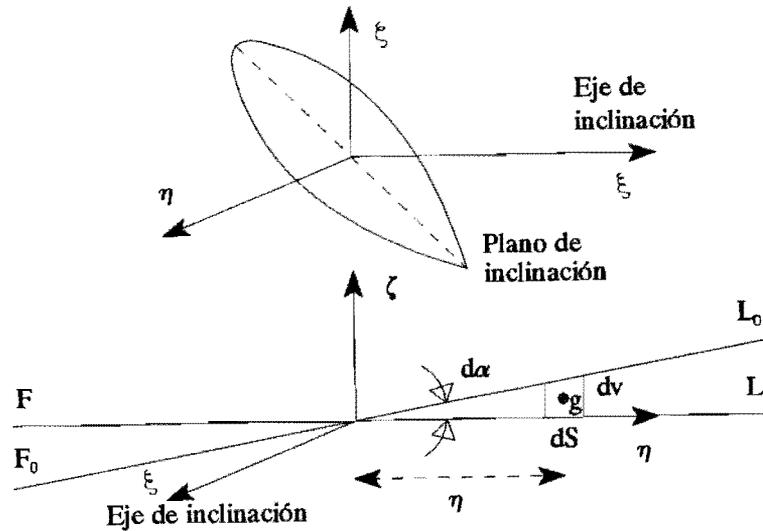


Fig. 2.5 Inclinación isocarena alrededor de un eje cualquiera

Los planos de referencia serán  $\eta F \zeta$  y  $\xi F \zeta$ , perpendiculares entre sí, y el plano  $\xi F \eta$ , coincidiendo con la flotación inicial y perpendicular a los anteriores. El movimiento del centro de carena se descompone según las tres direcciones paralelas a los ejes principales  $\xi$ ,  $\eta$  y  $\zeta$ , siendo sus valores  $d\xi_C$ ,  $d\eta_C$  y  $d\zeta_C$ , respectivamente.

Los momentos elementales de una cuña con respecto a los tres planos de inclinación se obtendrán multiplicando los volúmenes elementales por los brazos correspondientes. Integrando estos momentos elementales sobre la superficie de flotación se hallarán los momentos sobre cada plano,

$$dM_{\eta\zeta} = \eta \cdot d\alpha \cdot dS \cdot \xi$$

$$M_{\eta\zeta} = d\alpha \int_s \xi \cdot \eta \cdot dS$$

$$dM_{\xi\zeta} = \eta \cdot d\alpha \cdot dS \cdot \eta$$

$$M_{\xi\zeta} = d\alpha \int_s \eta^2 \cdot dS$$

$$dM_{\eta\xi} = \eta \cdot d\alpha \cdot dS \cdot 1/2 \eta \cdot d\alpha$$

$$M_{\eta\xi} = \frac{d\alpha^2}{2} \int_s \eta^2 \cdot dS$$

$M_{\eta\xi}$ ,  $M_{\xi\zeta}$ ,  $M_{\eta\zeta}$   
 $dM_{\eta\xi}$ ,  $dM_{\xi\zeta}$ ,  $dM_{\eta\zeta}$   
 $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$

momentos a los planos  $\eta F \zeta$ ,  $\xi F \zeta$  y  $\eta F \xi$ , respectivamente  
 momentos elementales a los planos  $\eta F \zeta$ ,  $\xi F \zeta$  y  $\eta F \xi$ , respectivamente  
 brazos entre los c. de g. de los volúmenes elementales y los planos de referencia

$d\alpha$ ,  $dS$

ángulo de inclinación y superficie elemental, respectivamente

De acuerdo con la ecuación de equilibrio 2.37 se puede escribir,

$$\nabla \cdot d\xi_c = M_{\eta\zeta} = d\alpha \int_s \xi \cdot \eta \cdot dS$$

$$d\xi_c = \frac{d\alpha \int_s \xi \cdot \eta \cdot dS}{\nabla} \quad (2.38)$$

$$\nabla \cdot d\eta_c = M_{\xi\zeta} = d\alpha \int_s \eta^2 \cdot dS$$

$$d\eta_c = \frac{d\alpha \int_s \eta^2 \cdot dS}{\nabla} \quad (2.39)$$

$$\nabla \cdot d\zeta_c = M_{\eta\xi} = \frac{d\alpha^2}{2} \int_s \eta^2 \cdot dS$$

$$d\zeta_c = \frac{d\alpha^2}{2} \frac{\int_s \eta^2 \cdot dS}{\nabla} \quad (2.40)$$

$\nabla$

volumen sumergido

$d\xi_c, d\eta_c, d\zeta_c$  variación del c. de c. según los tres ejes,  $\xi, \eta, \zeta$

Los valores de las integrales son los momentos de inercia de la superficie de flotación con respecto a los ejes  $\eta$  y  $\xi$ .

$$\int_S \xi \cdot \eta \cdot dS = I_{\eta\xi} \quad (2.41)$$

es el producto de inercia rectangular de la superficie de flotación con respecto a los ejes  $\eta$  y  $\xi$ .

$$\int_S \eta^2 \cdot dS = I_\xi \quad (2.42)$$

es la inercia de la superficie de flotación con respecto al eje  $\xi$ , que coincide con el eje de inclinación.

Substituyendo estos valores en las ecuaciones 2.38, 2.39 y 2.40,

$$d\xi_c = \frac{d\alpha \cdot I_{\eta\xi}}{\nabla} \quad (2.43)$$

$$d\eta_c = \frac{d\alpha \cdot I_\xi}{\nabla} \quad (2.44)$$

$$d\zeta_c = \frac{d\alpha^2}{2} \frac{I_\xi}{\nabla} \quad (2.45)$$

Se van a analizar dos casos especiales: el de la inclinación isocarena transversal alrededor de un eje longitudinal (popa-proa) y el de la inclinación isocarena longitudinal alrededor de un eje transversal (babor-estribor).

### 2.6.1 Inclinación isocarena transversal

El eje de inclinación,  $\xi$ , coincidirá con el eje X (popa-proa) del buque, (Fig. 2.6). Siendo los ejes  $\eta$  y  $\zeta$  los ejes transversal, Y, y vertical, Z, respectivamente. El ángulo  $\alpha$  en este caso corresponderá a la escora  $\theta$  del buque. Las ecuaciones 2.43, 2.44 y 2.45, se reescribirán,

$$dx_c = \frac{d\theta \cdot I_{xy}}{\nabla} = 0 \quad (2.46)$$

$$dy_c = \frac{d\theta \cdot I_x}{\nabla} \quad (2.47)$$

$$dz_c = \frac{d\theta^2}{2} \frac{I_x}{\nabla} = \frac{1}{2} d\theta \cdot dy_c \quad (2.48)$$

$I_{xy}$  es el producto de inercia rectangular de la superficie de flotación con respecto a los ejes principales X e Y, por tanto, igual a cero.

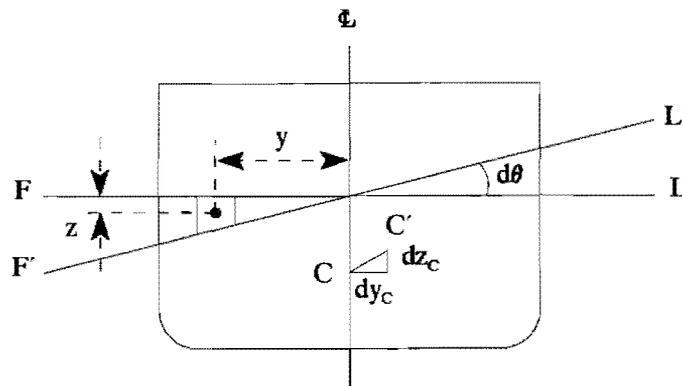


Fig. 2.6 Movimiento del c. de c. debido a una inclinación isocarena transversal

### 2.6.2 Inclinación isocarena longitudinal

En este caso el eje de inclinación,  $\xi$ , coincidirá con el eje Y (babor-estribor) del buque, (Fig. 2.7). Los ejes  $\eta$  y  $\zeta$  serán los ejes longitudinal, X, y vertical, Z, respectivamente. El ángulo  $\alpha$  corresponderá a la inclinación longitudinal del buque,  $\psi$ .

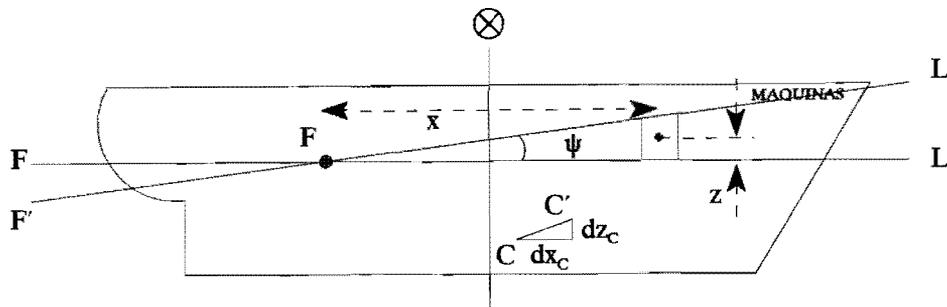


Figura 2.7 Movimiento del c. de c. debido a una inclinación isocarena longitudinal

Las ecuaciones del movimiento del centro de carena para esta inclinación se expresarán de la siguiente forma,

$$dx_C = \frac{d\psi \cdot I_y}{\nabla} \quad (2.49)$$

$$dy_C = \frac{d\psi \cdot I_{xy}}{\nabla} = 0 \quad (2.50)$$

$$dz_C = \frac{d\psi^2}{2} \frac{I_y}{\nabla} = \frac{1}{2} d\psi \cdot dx_C \quad (2.51)$$

Al igual que en el caso anterior  $I_{xy}$ , producto de inercia rectangular de la superficie de flotación con respecto a los ejes principales X e Y, es igual a cero.

## 2.7 Propiedades de la superficie "C"

Se llama superficie "C" al lugar geométrico de los infinitos centros de carena correspondientes a las infinitas flotaciones isocarenas que puede tomar el buque para un volumen determinado. Realizando el buque un giro completo con respecto al mismo eje y plano de inclinación se obtendrá sobre la superficie "C" la curva "C" trayectoria, cuya proyección ortogonal sobre el plano de inclinación dará la curva "C" proyección o curva "C".

A continuación se exponen dos de las propiedades más importantes de la superficie "C".

### a) Plano tangente a la superficie "C"

El plano tangente a la superficie "C" en el centro de carena correspondiente a una cierta flotación, FL, es paralelo a esta flotación.

Para demostrarlo se traza en la figura 2.8 un plano YY', paralelo al FL, que pasa por el centro de carena C. Para que este plano sea tangente a la superficie "C" en C, el valor de la vertical de C', centro de carena correspondiente a una flotación isocarena infinitamente próxima, sobre el plano YY', deberá ser un infinitésimo de segundo orden.

Del estudio del movimiento del centro de carena para pequeñas inclinaciones isocarenas se obtuvo la ecuación general, (Ec. 2.45),

$$d\zeta_C = \frac{d\alpha^2}{2} \frac{I_\xi}{\nabla}$$

$d\zeta_C$  variación del centro de carena en el sentido del eje  $\xi$

$d\alpha$	ángulo de inclinación
$I\xi$	inercia de la superficie de flotación al eje $\xi$
$\nabla$	volumen sumergido

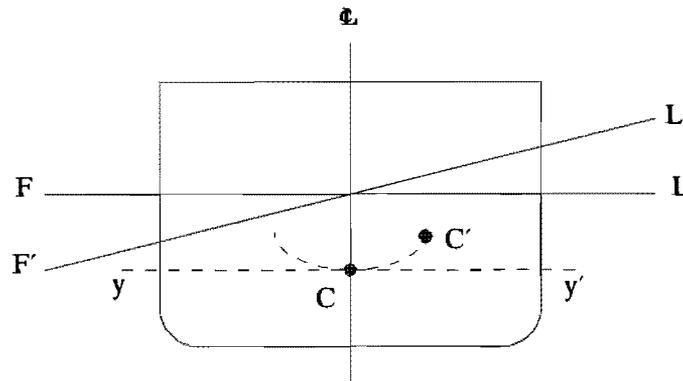


Fig. 2.8 Plano tangente a la superficie "C"

que particularizado al caso de una inclinación isocarena transversal, (Ec. 2.48),

$$dz_c = \frac{d\theta^2}{2} \frac{I_x}{\nabla} = \frac{1}{2} d\theta \cdot dy_c$$

$dz_c, dy_c$	variaciones vertical y transversal del centro de carena
$d\theta$	ángulo de escora
$I_x$	inercia de la superficie de flotación con respecto al eje X

Por tanto,  $dz_c$ , distancia de  $C'$  al plano tangente a  $C$ , es un infinitésimo de segundo orden.

Como consecuencia de esta propiedad, la fuerza del empuje del agua, que pasa por el centro de carena,  $C$ , será perpendicular en este punto a la superficie "C", ya que el empuje es perpendicular a la flotación y, por lo tanto, también al plano tangente en  $C$  a la superficie "C", siendo esta condición la que define a su vez que sea perpendicular a la superficie "C".

b) La superficie "C" es convexa y cerrada

Tomando momentos con respecto al plano de tangencia,  $YY'$ , (Fig. 2.9), tendremos

$$\nabla \cdot dz_c = v_i \cdot z_i - v_e \cdot z_e$$

$$v_i = v_e$$

$$\nabla \cdot dz_C = v_i (z_i - z_e)$$

$$z_i > z_e$$

$$dz_C > 0$$

- $\nabla$  volumen sumergido
- $dz_C$  variación vertical del centro de carena, distancia vertical entre C' y el plano tangente YY'
- $v_i, v_e$  volúmenes de las cuñas de inmersión y emersión
- $z_i, z_e$  brazos verticales entre los centros de gravedad de las cuñas y el plano tangente YY'

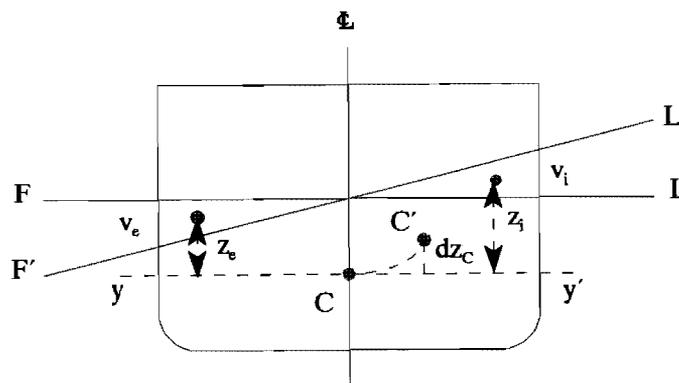


Fig. 2.9 Momentos con respecto al plano de tangencia YY'

Si  $dz_C$  es siempre positivo, todos los puntos de la superficie "C" próximos a C estarán por encima del plano tangente, YY', por tanto, esta superficie será convexa. Suponiendo que el buque fuera totalmente estanco, incluida la cubierta, pudiendo tomar todas las infinitas flotaciones isocarenas, se obtendría una superficie "C" convexa, continua y cerrada, deduciéndose que su forma sería elíptica.

### 2.8 Metacentros y radios metacéntricos mínimos y máximos

Las perpendiculares, líneas de empuje, que pasan por los centros de carena de las flotaciones isocarenas infinitamente próximas, perteneciendo la primera perpendicular al plano de inclinación y proyectando la segunda perpendicular sobre el mismo, se cortarán en un punto, metacentro, que es el centro de curvatura del arco de la curva "C" proyección o curva "C" entre estos dos centros de carena, (Figs. 2.10 y 2.11).

Para hallar el valor del radio de curvatura, radio metacéntrico, se hará el estudio sobre los dos casos que se consideran normalmente en el buque: eje de inclinación longitudinal y eje de inclinación transversal.

### 2.8.1 Radio metacéntrico transversal

Las ecuaciones del movimiento del centro de carena debido a una inclinación isocarena transversal, (Fig. 2.10), son, (Ecs. 2.46, 2.47 y 2.48),

$$dx_c = \frac{d\theta \cdot I_{xy}}{\nabla} = 0$$

$$dy_c = \frac{d\theta \cdot I_x}{\nabla}$$

$$dz_c = \frac{d\theta^2}{2} \frac{I_x}{\nabla} = \frac{1}{2} d\theta \cdot dy_c$$

$dx_c, dy_c, dz_c$	variaciones longitudinal, transversal y vertical del c. de c.
$I_{xy}$	inercia rectangular de la flotación con respecto a los ejes X e Y
$I_x$	inercia de la flotación al eje X
$d\theta$	ángulo de escora
$\nabla$	volumen sumergido

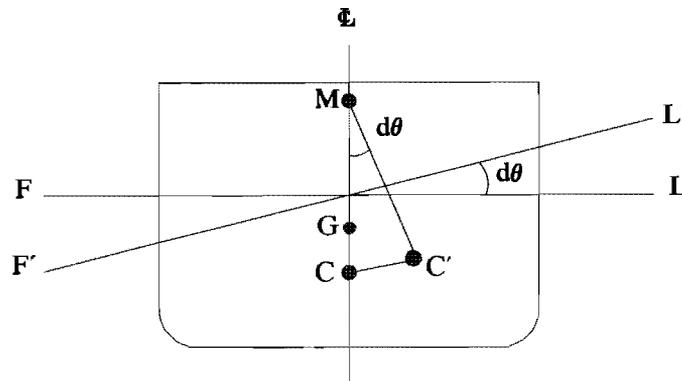


Fig. 2.10 Metacentro y radio metacéntrico transversales

En este caso, el arco  $CC'$  de la curva "C" trayectoria coincide con la curva "C" proyección sobre el plano de inclinación, ya que  $dx_c = 0$ . El valor del arco  $CC'$  será,

$$CC' = dc = \sqrt{(dy_c)^2 + (dz_c)^2}$$

dc cuerda correspondiente al radio CC'

Despreciando  $dz_c$  por ser un infinitésimo de segundo orden, resultará

$$CC' = dc = \frac{I_x}{\nabla} \cdot d\theta \quad (2.52)$$

El valor del radio metacéntrico transversal quedará determinado por,

$$CM = r = \frac{dc}{d\theta} = \frac{I_x}{\nabla} \quad (2.53)$$

CM = r radio metacéntrico transversal

El momento de inercia de la superficie de flotación con respecto al eje longitudinal popa-proa es,

$$I_x = \frac{2}{3} \int_{-B/2}^{+B/2} y^3 \cdot dx$$

y semimangas

Este momento de inercia será mínimo debido a que los brazos, y, tendrán su valor menor, en consecuencia el valor del radio metacéntrico transversal será el mínimo de los radios metacéntricos.

### 2.8.2 Radio metacéntrico longitudinal

La variación del centro de carena por una inclinación isocarena longitudinal, (Fig. 2.11), viene determinada por las ecuaciones 2.49, 2.50 y 2.51,

$$dx_c = \frac{d\psi \cdot I_y}{\nabla}$$

$$dy_c = \frac{d\psi \cdot I_{xy}}{\nabla} = 0$$

$$dz_c = \frac{d\psi^2}{2} \frac{I_y}{\nabla} = \frac{1}{2} d\psi \cdot dx_c$$

$dx_c, dy_c, dz_c$	variaciones longitudinal, transversal y vertical del c. de c.
$I_{xy}$	inercia rectangular de la flotación con respecto a los ejes X e Y
$I_y$	inercia de la flotación al eje Y, que pasa por el centro de flotación
$d\psi$	ángulo de inclinación longitudinal
$\nabla$	volumen sumergido

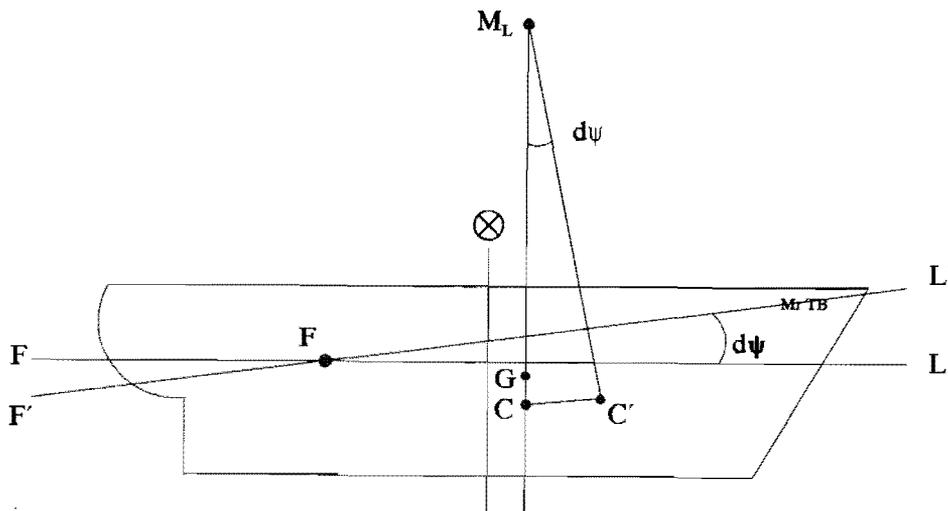


Fig. 2.11 Metacentro y radio metacéntrico longitudinales

La curva "C" trayectoria, y, por tanto, el arco CC', estará sobre el plano de inclinación que será el plano diametral del buque, coincidiendo con la curva "C" proyección, dada la condición de simetría del buque que tiene el plano diametral.

El radio metacéntrico longitudinal se obtendrá de,

$$CC' = dc = \sqrt{(dx_c)^2 + (dz_c)^2}$$

dc cuerda de la curva CC'

$$dz_c = 0$$

$$CC' = dc = \frac{I_y}{\nabla} \cdot d\psi \tag{2.54}$$

$$CM_L = R = \frac{dc}{d\psi} = \frac{I_y}{\nabla} \tag{2.55}$$

$CM_L = R$       radio metacéntrico longitudinal

$$I_y = 2 \int_{-B/2}^{+B/2} x^2 \cdot y \cdot dx$$

y                      semimangas  
 x                      brazos longitudinales

Dado que los brazos longitudinales, x, son los de mayor valor, el momento de inercia de la flotación será máximo y, por lo tanto, el radio metacéntrico longitudinal será el mayor de los radios metacéntricos.

**2.9 Superficie "R". Metacentro y radio metacéntrico transversales de una rebanada**

Al volumen comprendido entre dos flotaciones paralelas o isoclinas se le llama zona o rebanada. Dos rebanadas son isocarenas cuando las flotaciones que las limitan son isoclinas e isocarenas, (Fig. 2.12). La superficie "R" será el lugar geométrico de los infinitos centros de gravedad correspondientes a las infinitas posiciones que puedan tomar las rebanadas isocarenas. Efectuando el buque un giro completo con respecto a un mismo eje y plano de inclinación se obtendrá sobre la superficie "R" la curva "R" trayectoria, cuya proyección ortogonal sobre el plano de inclinación será la curva "R" proyección o curva "R".

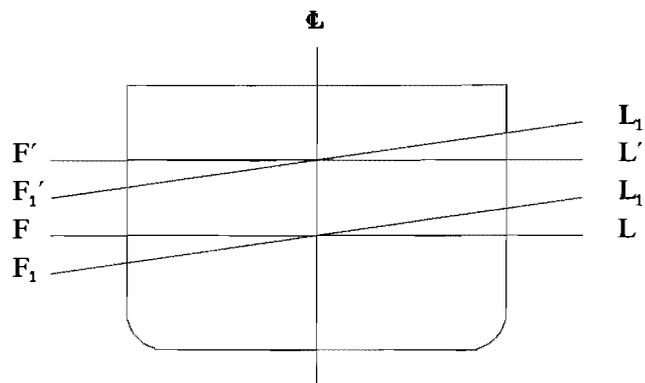


Fig. 2.12 Rebanadas isocarenas

### 2.9.1 Variación del centro de gravedad de la rebanada debido a una inclinación isocarena

Para hallar el valor de la variación sufrida por el centro de gravedad de la rebanada debido a una inclinación isocarena, analizaremos primero la figura 2.13, que corresponde a una sección transversal en la que se han situado solamente las flotaciones y los centros de gravedad de las carenas y la rebanada. El buque en la condición inicial está con la flotación FL, siendo el centro de carena C, el cual se toma como centro del sistema de coordenadas. Incrementamos el volumen sumergido,  $\nabla$ , hasta la flotación  $F_1L_1$ , isoclina de FL. El volumen de la rebanada será  $\delta\nabla$  y R su centro de gravedad. El nuevo volumen sumergido hasta  $F_1L_1$  tendrá por valor  $\nabla + \delta\nabla$  y su centro de carena estará en  $C_1$ .

En estas condiciones el buque sufre una escora pequeña,  $d\theta$ , siendo  $F'L'$  y  $F_1'L_1'$  las flotaciones isocarenas de FL y  $F_1L_1$ , respectivamente. Los nuevos centros de gravedad de las carenas equivalentes y de la rebanada isocarena serán  $C'$ ,  $C_1'$  y  $R'$ .

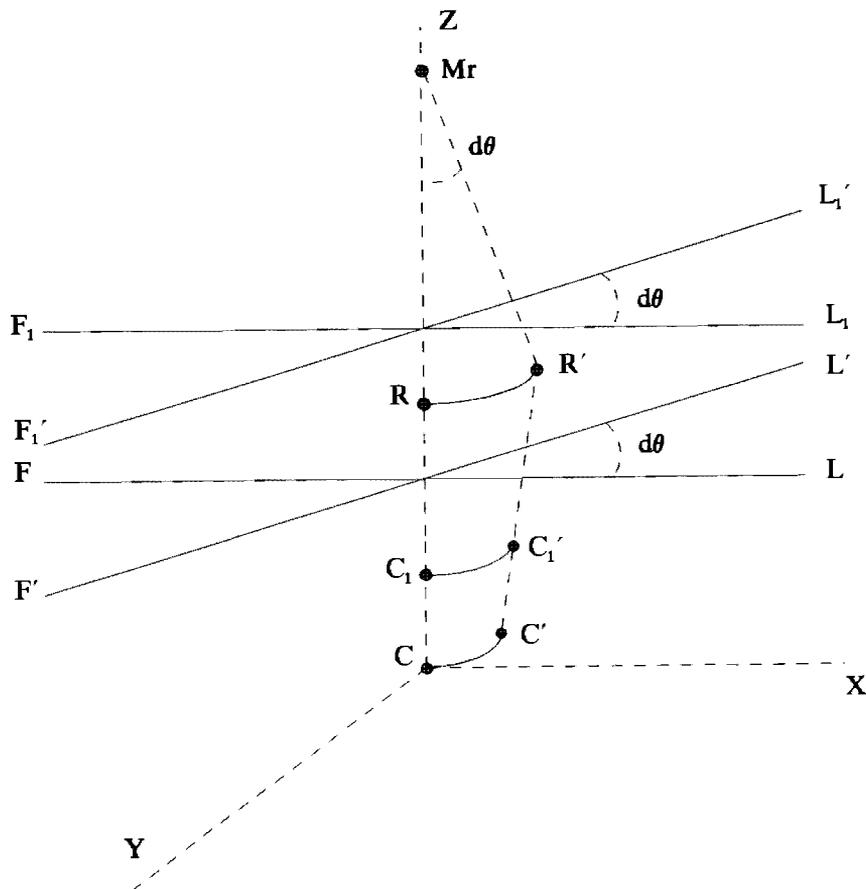


Fig. 2.13 Superficie "R" y metacentro de una rebanada

a) Cálculo de  $\delta y_R$

Los volúmenes de las carenas inicial, rebanada y final son, como se ha indicado,

$$\nabla, \delta\nabla, \nabla + \delta\nabla$$

Los brazos transversales desde los centros de gravedad respectivos al plano X CZ, para las flotaciones FL y  $F_1L_1$ , son

$$y_C, y_R, y_{C_1}$$

Mientras que los brazos transversales correspondientes a las flotaciones  $F'L'$  y  $F_1'L_1'$ , isocarenas de las anteriores, tendrán por valor

$$y_C + \delta y_C, y_R + \delta y_R, y_{C_1} + \delta y_{C_1}$$

Con estos datos se plantean las ecuaciones de los momentos transversales de las flotaciones  $F_1L_1$  y  $F_1'L_1'$ , a partir de las flotaciones FL y  $F'L'$  y de las correspondientes rebanadas isocarenas.

$$(\nabla + \delta\nabla) \cdot y_{C_1} = \nabla \cdot y_C + \delta\nabla \cdot y_R$$

$$(\nabla + \delta\nabla) \cdot (y_{C_1} + \delta y_{C_1}) = \nabla \cdot (y_C + \delta y_C) + \delta\nabla \cdot (y_R + \delta y_R)$$

Restando a la segunda ecuación la primera,

$$(\nabla + \delta\nabla) \cdot \delta y_{C_1} = \nabla \cdot \delta y_C + \delta\nabla \cdot \delta y_R$$

Con lo que el valor de la variación transversal del centro de gravedad de la rebanada será

$$\delta y_R = \frac{(\nabla + \delta\nabla) \cdot \delta y_{C_1} - \nabla \cdot \delta y_C}{\delta\nabla} \quad (2.56)$$

De acuerdo con las fórmulas del movimiento del centro de carena debidas a una inclinación equivolumen se deducirá el valor del movimiento del centro de gravedad de la rebanada en función de las inercias de las flotaciones isoclinas final e inicial. A partir de la ecuación 2.47 se tiene

$$\delta y_C = \frac{I_x}{\nabla} d\theta$$

$$\delta y_{C_1} = \frac{I_{x_1}}{\nabla + \delta \nabla} d\theta$$

$I_x, I_{x_1}$  momentos de inercia de las superficies de flotación FL y  $F_1L_1$  con respecto al eje popa-proa

Substituyendo en la fórmula 2.56,

$$\delta y_R = \frac{(\nabla + \delta \nabla) \frac{I_{x_1}}{\nabla + \delta \nabla} - \nabla \frac{I_x}{\nabla}}{\delta \nabla} d\theta$$

$$\delta y_R = \frac{I_{x_1} - I_x}{\delta \nabla} d\theta$$

$$\delta y_R = \frac{\delta I_x}{\delta \nabla} d\theta \quad (2.57)$$

$\delta y_R$  movimiento transversal del centro de gravedad de la rebanada  
 $\delta I_x$  diferencia entre las inercias de la flotación final,  $F_1L_1$ , e inicial, FL  
 $\delta \nabla$  volumen de la rebanada  
 $d\theta$  ángulo de escora infinitesimal

b) Cálculo de  $\delta x_R$

Los volúmenes y los brazos longitudinales con respecto al plano YCZ, serán

$$\nabla, \delta \nabla, \nabla + \delta \nabla$$

$$x_C, x_R, x_{C_1}$$

$$x_C + \delta x_C, x_R + \delta x_R, x_{C_1} + \delta x_{C_1}$$

Y las ecuaciones de los momentos longitudinales y su diferencia para obtener el valor de  $\delta x_R$ ,

$$(\nabla + \delta \nabla) \cdot x_{C_1} = \nabla \cdot x_C + \delta \nabla \cdot x_R$$

$$(\nabla + \delta \nabla) \cdot (x_{C_1} + \delta x_{C_1}) = \nabla \cdot (x_C + \delta x_C) + \delta \nabla \cdot (x_R + \delta x_R)$$

$$(\nabla + \delta \nabla) \cdot \delta x_{C_1} = \nabla \cdot \delta x_C + \delta \nabla \cdot \delta x_R$$

$$\delta x_R = \frac{(\nabla + \delta \nabla) \cdot \delta x_{C_1} - \nabla \cdot \delta x_C}{\delta \nabla} \quad (2.58)$$

De la ecuación 2.46 del movimiento del centro de carena debido a una inclinación equivolumen se deduce que,

$$\delta x_C = \frac{I_{xy}}{\nabla} d\theta$$

$$\delta x_{C_1} = \frac{I_{x_1y_1}}{\nabla + \delta \nabla} d\theta$$

$I_{xy}$ ,  $I_{x_1y_1}$  momentos de inercia de las superficies de flotación FL y  $F_1L_1$  con respecto a los ejes X e Y

Substituyendo en la fórmula 2.58,

$$\delta x_R = \frac{(\nabla + \delta \nabla) \frac{I_{x_1y_1}}{\nabla + \delta \nabla} - \nabla \frac{I_{xy}}{\nabla}}{\delta \nabla} d\theta$$

$$\delta x_R = \frac{I_{x_1y_1} - I_{xy}}{\delta \nabla} d\theta$$

$$\delta x_R = \frac{\delta I_{xy}}{\delta \nabla} d\theta \quad (2.59)$$

$\delta x_R$  movimiento longitudinal del centro de gravedad de la rebanada  
 $\delta I_{xy}$  diferencia entre las inercias rectangulares de la flotación final,  $F_1L_1$ , e inicial, FL  
 $\delta \nabla$  volumen de la rebanada  
 $d\theta$  ángulo de escora infinitesimal

Se recuerda que el producto de inercia rectangular de una superficie de flotación con respecto a los ejes principales es cero.

### c) Cálculo de $\delta z_R$

El plano con respecto al que se toman los brazos es el XCY, siendo los volúmenes y brazos a considerar,

$$\nabla, \delta\nabla, \nabla + \delta\nabla$$

$$z_C, z_R, z_{C_1}$$

$$z_C + \delta z_C, z_R + \delta z_R, z_{C_1} + \delta z_{C_1}$$

Al igual que en los casos anteriores, se plantean las dos ecuaciones de momentos, se halla la diferencia entre ellas y se deduce el valor de  $\delta z_R$ .

$$(\nabla + \delta\nabla) \cdot z_{C_1} = \nabla \cdot z_C + \delta\nabla \cdot z_R$$

$$(\nabla + \delta\nabla) \cdot (z_{C_1} + \delta z_{C_1}) = \nabla \cdot (z_C + \delta z_C) + \delta\nabla \cdot (z_R + \delta z_R)$$

$$(\nabla + \delta\nabla) \cdot \delta z_{C_1} = \nabla \cdot \delta z_C + \delta\nabla \cdot \delta z_R$$

$$\delta z_R = \frac{(\nabla + \delta\nabla) \cdot \delta z_{C_1} - \nabla \cdot \delta z_C}{\delta\nabla} \quad (2.60)$$

La ecuación 2.48 expresa la variación del c. de c. debido a una inclinación isocarena sobre un plano transversal.

$$\delta z_C = \frac{I_x}{\nabla} \frac{d\theta^2}{2}$$

$$\delta z_{C_1} = \frac{I_{x_1}}{\nabla + \delta\nabla} \frac{d\theta^2}{2}$$

$I_x, I_{x_1}$  momentos de inercia de las superficies de flotación FL y  $F_1L_1$  con respecto al eje longitudinal popa-proa

Substituyendo en la fórmula 2.60,

$$\delta z_R = \frac{(\nabla + \delta\nabla) \frac{I_{x_1}}{\nabla + \delta\nabla} - \nabla \frac{I_x}{\nabla}}{\delta\nabla} \frac{d\theta^2}{2}$$

$$\delta z_R = \frac{I_{x_1} - I_x}{\delta \nabla} \frac{d\theta^2}{2}$$

$$\delta z_R = \frac{\delta I_x}{\delta \nabla} \frac{d\theta^2}{2} \quad (2.61)$$

$\delta z_R$  movimiento vertical del centro de gravedad de la rebanada  
 $\delta I_x$  diferencia entre las inercias de la flotación final,  $F_1L_1$ , e inicial, FL  
 $\delta \nabla$  volumen de la rebanada  
 $d\theta$  ángulo de escora infinitesimal

Analizando las expresiones anteriores 2.57, 2.59 y 2.61, se llega a la conclusión que para un buque de costados verticales en la zona de las flotaciones de la rebanada, las áreas de estas flotaciones serán iguales, así como sus inercias, por cuyo motivo el arco de la curva "R" trayectoria, mientras la inclinación producida esté en la zona de costados verticales, quedará reducida a un punto, y, en consecuencia, también la curva "R".

### 2.9.2 Propiedad de la superficie "R"

Una propiedad importante es que el plano tangente a la superficie "R" en el centro de gravedad R de la rebanada para una flotación determinada, es paralelo a esta flotación. Su demostración está en la línea de la realizada para la misma propiedad de la superficie "C", (Apartado 2.7).

### 2.9.3 Metacentro y radio metacéntrico transversales de una rebanada

El metacentro y el radio metacéntrico de la rebanada serán el centro y el radio de curvatura de la curva "R" proyección. Siendo R y R' los centros de gravedad de las dos rebanadas isocarenas infinitamente próximas, por tanto, pertenecientes a la superficie "R", el metacentro de la rebanada quedará definido por el punto de corte entre la perpendicular que pasa por R y la proyección de la perpendicular que pasa por R', al plano de inclinación que contiene a R, (Fig. 2.13).

El radio metacéntrico transversal de la rebanada,  $\rho_R$ , será

$$RR' = dc = \sqrt{(\delta y_R)^2 + (\delta z_R)^2}$$

dc cuerda del arco RR'

$$\delta z_R \approx 0$$

al ser un infinitésimo de segundo orden.

$$RR' = dc \approx \delta y_R = \frac{\delta I_x}{\delta \nabla} d\theta \quad (2.62)$$

$$\rho_R = \frac{dc}{d\theta} = \frac{\delta I_x}{\delta \nabla} \quad (2.63)$$

$\rho_R$       radio metacéntrico de la rebanada  
 $\delta I_x$       diferencia entre las inercias de la flotación final,  $F_1L_1$ , e inicial,  $FL$   
 $\delta \nabla$       volumen de la rebanada

Cuando las área de las flotaciones no varían, es el caso de un buque de costados verticales, el valor del radio metacéntrico de la rebanada, para inclinaciones dentro de la zona de costados verticales, será cero.

### 2.10 Superficie "F". Metacentro y radio metacéntrico diferenciales

Haciendo que el volumen,  $\delta \nabla$ , de una rebanada tienda a cero, en el límite se confundirá con la superficie de flotación, mientras que la superficie "R" tenderá a una superficie límite denominada superficie "F", (Fig. 2.14). También se puede definir a la superficie "F" como el lugar geométrico de los centros de gravedad de las flotaciones isocarenas.

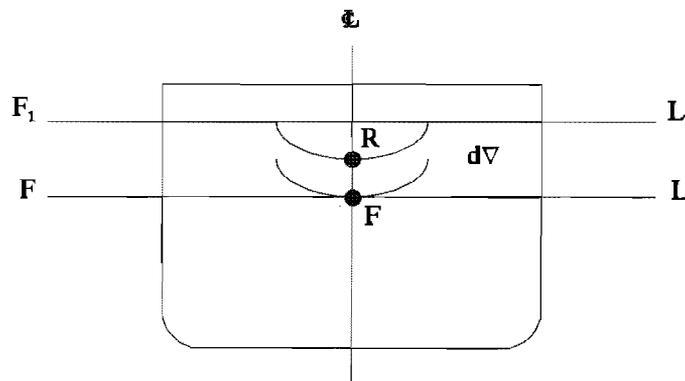


Fig. 2.14 Superficie "F"

De igual manera a como se ha realizado para el centro de carena y el centro de gravedad de la rebanada, se define la curva "F" trayectoria y la curva "F" proyección o curva "F". La curva "F" relativa a un plano de inclinación es la proyección sobre este plano de la curva "F" trayectoria correspondiente a las flotaciones isocarenas del mismo.

La superficie "F" goza de la propiedad de que el plano tangente a la superficie en el centro de gravedad, F, de la flotación, es la propia flotación. Esta propiedad es una consecuencia del Teorema de Euler (Apartado 2.5), dado que F es el centro de gravedad de la flotación inicial y de una flotación

isocarena infinitamente próxima.

### 2.10.1 Metacentro y radio metacéntrico diferenciales

Al centro de curvatura de un arco de la curva "F" correspondiente a una inclinación isocarena infinitesimal se le denomina metacentro diferencial y al radio de curvatura, radio metacéntrico diferencial,  $\rho_m$ .

Si partimos del valor del radio metacéntrico transversal de una rebanada, (Ec. 2.63),

$$\rho_R = \frac{\delta I_x}{\delta \nabla}$$

$\rho_R$  radio metacéntrico de la rebanada  
 $\delta I_x$  diferencia entre las inercias de la flotación final,  $F_1L_1$ , e inicial, FL  
 $\delta \nabla$  volumen de la rebanada

haciendo tender a cero el incremento de inmersión de la rebanada, se obtendrá a partir del radio metacéntrico de la misma el radio metacéntrico diferencial, y en este caso, transversal.

$$\rho_m = \frac{dI_x}{d\nabla} \quad (2.64)$$

$\rho_m$  radio metacéntrico diferencial  
 $dI_x$  diferencial de la inercia de la flotación  
 $d\nabla$  diferencial de volumen

Para establecer el signo de  $\rho_m$ , radio metacentrico diferencial, hay que analizar la tendencia del momento de inercia  $I_x$  entre dos flotaciones próximas. Se pueden presentar tres casos:

$$\rho_m = 0$$

$$\rho_m > 0$$

$$\rho_m < 0$$

El primer caso significa que la inercia y, por tanto, la superficie de flotación, no varían con el cambio de calado, lo que significa que el buque tiene costados verticales en la rebanada bajo consideración. Procediendo de manera análoga con el segundo y tercer casos llegaremos a la conclusión que corresponden a buques cuyas flotaciones van creciendo o decreciendo, respectivamente, al producirse una inmersión paralela. Los dos primeros supuestos,  $\rho_m = 0$  y  $\rho_m > 0$ , son los normales en los

buques mercantes; sin embargo, dado que la inmersión paralela tiene la condición de infinitesimal, se puede suponer que los costados entre flotaciones próximas son prácticamente verticales y, por tanto, puede considerarse  $\rho_m = 0$ .

### 2.11 Carenas simétricas, complementarias, suplementarias e interiores

Carena simétrica es la que tiene un plano de simetría, como es el caso del buque con el plano diametral. Este plano es en los buques el de inclinación longitudinal, estando las diferentes curvas, trayectorias y proyectadas, "C", "R", y "F", contenidas en el mismo.

Se denominan carenas complementarias a las dos partes de un volumen cerrado, separadas por una superficie de flotación. En las carenas complementarias la superficie "F" es la misma para ambas.

Al añadir a una carena un apéndice de volumen determinado y totalmente sumergido, a este volumen se le denomina carena suplementaria.

Si un compartimiento de un buque contiene líquido hasta una altura determinada, es decir, está parcialmente lleno, la superficie libre limita lo que se denomina carena interior, a la que se le pueden aplicar todas las consideraciones geométricas hechas a las carenas, esto es, superficies "C", "R" y "F", metacentros y radios metacéntricos, etc.

### 3 Estabilidad estática inicial

#### 3.1 Estabilidad del buque

En primer lugar recordemos las dos condiciones que deben cumplirse para que un buque esté en equilibrio: desplazamiento igual a empuje y centro de gravedad de pesos en la misma vertical que el centro de carena.

La estabilidad es la capacidad del buque de volver a su posición de equilibrio al cesar la fuerza que lo había apartado del mismo. Para acotar el ámbito de esta definición se considera que el buque está parado y que el movimiento producido por la fuerza perturbadora es pequeño.

De acuerdo con la definición dada el equilibrio del buque puede ser estable o no estable, es decir, si el buque tiene la capacidad de recuperar la posición inicial de equilibrio, será estable, de lo contrario se considerará inestable. Por tanto, dentro del equilibrio no estable tienen cabida las condiciones de indiferente e inestable.

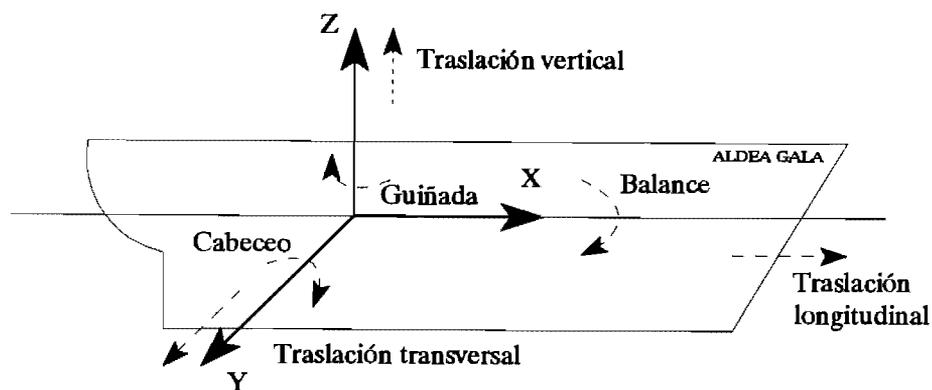


Fig. 3.1 Movimientos de traslación y rotación del buque

Un buque, supuesto parado, tiene seis grados de libertad: tres de rotación y tres de traslación, (Fig. 3.1). Los tres movimientos de traslación se realizan según los tres ejes, vertical, transversal y longitudinal. El buque tiene equilibrio indiferente para los movimientos de traslado transversal y longitudinal, por tanto, será no estable. En el movimiento vertical el equilibrio es estable dado que si varía el volumen sumergido variará el empuje producido, siendo la tendencia clara del buque la de recuperar la flotación inicial, restableciendo la primera condición de equilibrio, es decir, desplazamiento igual a empuje.

Los tres movimientos de rotación, balance, cabeceo y guiñada, tienen como ejes de giro el longitudinal, el transversal y el vertical, respectivamente. El balance y el cabeceo del buque modifican la forma del volumen sumergido y, en consecuencia, la posición del centro de carena, con lo que se rompe la segunda condición de equilibrio, centro de gravedad y centro de carena en la misma vertical. El equilibrio puede ser estable o no estable, dando lugar al estudio de la estabilidad transversal y longitudinal del buque. La guiñada no afecta a ninguna de las dos condiciones de equilibrio citadas, siendo su equilibrio indiferente, en consecuencia, será no estable.

### 3.2 Estabilidad estática transversal inicial

En la figura 3.2 se representan sobre una sección transversal del buque y para un ángulo de escora pequeño, el centro de carena, el centro de gravedad de pesos, el metacentro inicial transversal y el brazo adrizante. A continuación se van a analizar los parámetros de la estabilidad transversal inicial y las relaciones que entre los mismos se establecen, indicándose, al mismo tiempo, dos de las maneras habituales de referirnos a ellos.

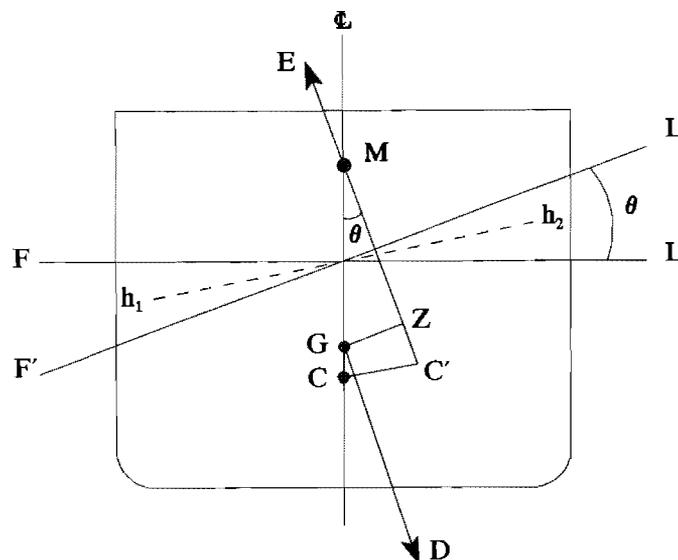


Fig. 3.2 Estabilidad estática transversal inicial

KC	$z_C$	coordenada vertical del centro de carena del buque
KG	$z_G$	coordenada vertical del centro de gravedad del buque
CG	$a$	distancia vertical entre el centro de gravedad y el centro de carena
KM	$z_M$	altura del metacentro transversal sobre la quilla
CM	$r$	radio metacéntrico transversal
GM	$h$	altura metacéntrica transversal
$d\theta$		escora infinitesimal, en la práctica escora pequeña
GZ	$l$	brazo adrizante transversal
$M_x$		momento adrizante transversal

La distancia vertical entre el centro de gravedad y el de carena se obtendrá por diferencia entre las coordenadas verticales de estos mismos centros,

$$a = z_G - z_C \quad (3.1)$$

pudiendo ser este valor positivo, negativo o cero, en función del tipo de buque, y del tipo de carga y su distribución. Lo usual en los buques mercantes es que sea positivo, es decir, que el centro de gravedad esté por encima del centro de carena.

$$z_G > z_C \quad a > 0$$

$$z_G < z_C \quad a < 0$$

$$z_G = z_C \quad a = 0$$

En el análisis de la altura metacéntrica es importante el estudio de las posiciones relativas de los tres centros, carena, gravedad y metacentro, y además su relación con el brazo y el par adrizantes dentro de la estabilidad estática inicial transversal. La fórmula habitual utilizada en los cálculos de estabilidad es

$$h = z_M - z_G \quad (3.2)$$

pudiendo ser

$$z_M > z_G \quad h > 0$$

$$z_M < z_G \quad h < 0$$

$$z_M = z_G \quad h = 0$$

Sin embargo, para analizar el efecto producido por la carga, descarga o traslado de pesos es más útil la siguiente relación,

$$h = z_C + r - z_G \quad (3.3)$$

la cual permite identificar la variación producida sobre cada uno de los tres términos del segundo miembro, es decir, las variaciones sobre la posición vertical del centro de carena, el valor del radio metacéntrico y la posición vertical del centro de gravedad del buque.

La relación anterior puede expresarse de la siguiente manera,

$$h = r - a \quad (3.4)$$

El brazo GZ del par de fuerzas, desplazamiento y empuje con puntos de aplicación en el centro de gravedad y centro de carena (en realidad el punto de aplicación del empuje es el centro de empuje vertical y pasa por el centro de carena), tienen como valor dentro de la estabilidad inicial,

$$GZ = h \cdot d\theta \quad (3.5)$$

por tanto, el momento adrizante del par de fuerzas será

$$D \cdot GZ = D \cdot h \cdot d\theta \quad (3.6)$$

siendo  $D \cdot h$  el coeficiente de estabilidad inicial transversal. Substituyendo la altura metacéntrica,  $h$ , por  $(r-a)$ , de acuerdo con la ecuación 3.4 anterior, se tiene

$$D \cdot GZ = D (r - a) d\theta \quad (3.7)$$

Las situaciones relativas que pueden tomar entre sí el centro de carena, el centro de gravedad y el metacentro, definen el equilibrio inicial del buque. Se van a analizar cuatro casos. En el primero el centro de carena está por encima del de gravedad y en los otros tres el centro de gravedad está por encima del de carena, que suele ser lo normal en la mayoría de los buques mercantes.

a) *Altura metacéntrica positiva y  $a < 0$*

$$a = z_G - z_C$$

$$a < 0$$

$$z_G < z_C$$

La altura metacéntrica, bajo este supuesto, será siempre positiva debido a la condición impuesta de centro de carena por encima del centro de gravedad del buque.

$$h = z_M - z_G$$

$$h = z_C + r - z_G$$

$$z_M > z_G$$

$$h > 0$$

El momento adrizante,  $M_a$ , para pequeños ángulos de escora será también positivo, siendo su valor,

$$GZ = h \cdot d\theta$$

$$M_a = D \cdot GZ = D \cdot h \cdot d\theta$$

$$M_a > 0$$

Por tanto, el buque tendrá equilibrio estable.

b) *Altura metacéntrica positiva y  $a > 0$*

$$a = z_G - z_C > 0$$

$$z_G > z_C$$

$$h = z_M - z_G$$

$$z_M > z_G$$

$$h > 0$$

$$GZ = h \cdot d\theta$$

$$M_a = D \cdot GZ = D \cdot h \cdot d\theta$$

$$M_a > 0$$

El par de fuerzas,  $D \cdot GZ$ , será adrizante, es decir, el buque recuperará la posición inicial, teniendo, por tanto, equilibrio estable.

c) *Altura metacéntrica negativa*

$$h = z_M - z_G$$

$$z_M < z_G$$

$$h < 0$$

$$GZ = h \cdot d\theta$$

$$M_a = D \cdot GZ = D \cdot h \cdot d\theta$$

$$M_a < 0$$

El par de fuerzas tendrá un efecto escorante, actuando en el mismo sentido que la fuerza perturbadora, aumentando la escora tomada por el buque. El equilibrio será no estable.

d) *Altura metacéntrica nula*

$$h = z_M - z_G$$

$$z_M = z_G$$

$$h = 0$$

$$GZ = h \cdot d\theta$$

$$M_a = D \cdot GZ = D \cdot h \cdot d\theta$$

$$M_a = 0$$

En esta situación el centro de carena y el centro de gravedad estarán en la misma vertical, tanto antes como después de la escora infinitesimal. No habrá brazo  $GZ$ , actuando el desplazamiento y el empuje en la misma vertical. El equilibrio será no estable debido a la condición de indiferente.

### 3.2.1 Estabilidad de formas y de pesos

Sobre la sección transversal de un buque, (Fig. 3.3), tenemos las posiciones del centro de carena para una condición inicial de equilibrio, que en este caso correspondería al buque adrizado, y para una escora equivolumen. El centro de gravedad del buque, que no se ha movido, y el centro de carena de la flotación isocarena  $F'L'$ , no están en la misma vertical, dando lugar a un par de fuerzas, desplazamiento y empuje, que actuarán sobre el buque. Interesa analizar estas fuerzas.

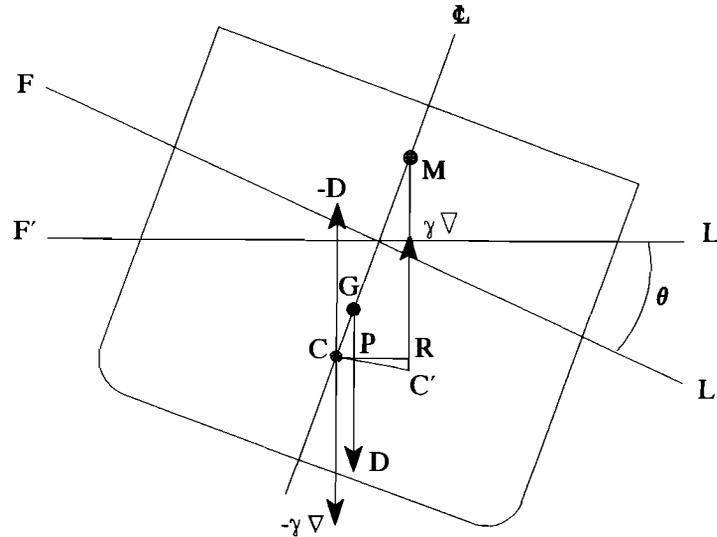


Fig. 3.3 Estabilidad de formas y de pesos

Para la condición de equilibrio inicial, el desplazamiento y el empuje no producirán ningún momento ya que sus puntos de aplicación estarán sobre la misma vertical. Con el movimiento de escora,  $\theta$ , el centro de carena se traslada de  $C$  a  $C'$  y el empuje, consecuentemente, pasará por  $C'$ . Se rompe el equilibrio y se crea un sistema de dos fuerzas paralelas y de sentido contrario, una es el

desplazamiento sobre G y la otra el empuje que pasa por C', tal como ya se ha indicado. Sobre C, centro de carena del buque para la condición inicial supuesta, se sitúan dos fuerzas iguales y opuestas,  $(-\gamma \cdot \nabla)$  y  $(-D)$ . El brazo entre C y C' es CR y entre C y G es CP. Estos brazos pueden ponerse en función de r, radio metacéntrico transversal, y a, distancia entre los brazos verticales de los centros de gravedad del buque y de la carena,  $z_G$  y  $z_C$ , respectivamente,

$$CR = r \cdot \text{sen } \theta \approx r \cdot d\theta$$

$$CP = a \cdot \text{sen } \theta \approx a \cdot d\theta$$

Los momentos de los pares de fuerzas correspondientes a cada brazo serán,

$$M_C = \gamma \cdot \nabla \cdot r \cdot d\theta \quad (3.8)$$

que de acuerdo con la figura 3.3 será un momento adrizante, y

$$M_G = D \cdot a \cdot d\theta \quad (3.9)$$

que siguiendo con la figura 3.3, será un momento escorante.

El momento total transversal producido será la suma algebraica de ambos momentos, tomando el adrizante como positivo y el escorante como negativo,

$$M_a = M_C - M_G$$

$$M_a = \gamma \cdot \nabla \cdot r \cdot d\theta - D \cdot a \cdot d\theta \quad (3.10)$$

Dado que existe equilibrio entre empuje y desplazamiento,

$$\gamma \cdot \nabla = D$$

$$M_a = D (r - a) d\theta \quad (3.11)$$

Fórmula que coincide con la ecuación 3.7 hallada anteriormente.

A los momentos  $M_C$  y  $M_G$  se les denomina estabilidad de formas al primero, puesto que su dependencia es exclusiva de la geometría del buque, y estabilidad de pesos al segundo, ya que interviene el centro de gravedad de pesos del buque.

### 3.2.2 Escora del buque

De la ecuación del momento transversal del buque,

$$M_a = D \cdot h \cdot d\theta$$

para la condición de  $d\theta = 1^\circ$

$$M_{1^\circ} = D \cdot h \quad (3.12)$$

siendo este valor el momento necesario para producir una escora de un grado.

Si el buque sufre un momento escorante tal que

$$M_e = \text{peso} \cdot \text{brazo transversal}$$

$$M_e = p \cdot d_t$$

la escora en grados se obtendrá dividiendo este momento escorante por el momento de un grado,

$$d\theta^\circ = \frac{M_e}{M_a} = \frac{p \cdot d_t}{D \cdot h} \quad (3.13)$$

### 3.3 Estabilidad estática longitudinal inicial

Como plano se toma el diametral o longitudinal, (Fig. 3.4), para un ángulo de inclinación pequeño. Los parámetros a utilizar serán los siguientes:

KC	$z_C$	coordenada vertical del centro de carena del buque
KG	$z_G$	coordenada vertical del centro de gravedad del buque
CG	$a$	distancia vertical entre el centro de gravedad y el centro de carena
KM <sub>L</sub>	$z_{ML}$	altura del metacentro longitudinal sobre la quilla
CM <sub>L</sub>	$R$	radio metacéntrico longitudinal
GM <sub>L</sub>	$H$	altura metacéntrica longitudinal
$d\psi$		ángulo de inclinación longitudinal, que será un ángulo pequeño
GZ <sub>L</sub>	$l_L$	brazo longitudinal del par de fuerzas
M <sub>L</sub>		momento longitudinal del par de fuerzas

Como en el apartado anterior, la distancia entre el centro de gravedad del buque y el centro de carena del volumen sumergido se obtendrá por diferencia entre las coordenadas verticales de los mismos.

$$a = z_G - z_C$$

$$z_G > z_C \quad a > 0$$

$$z_G < z_C \quad a < 0$$

$$z_G = z_C \quad a = 0$$

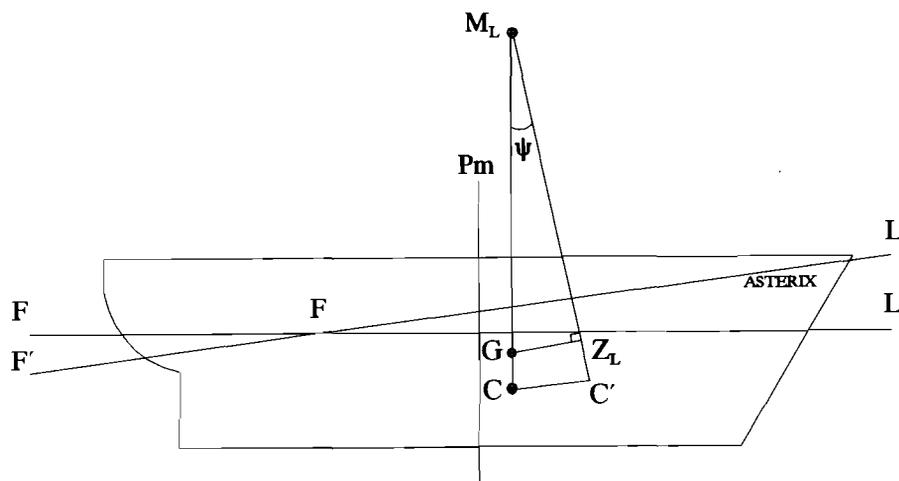


Fig. 3.4 Estabilidad estática longitudinal inicial

Las relaciones entre los diferentes parámetros de la estabilidad longitudinal inicial del buque son,

$$H = z_C + R - z_G \quad (3.14)$$

$$H = R - a \quad (3.15)$$

$$GZ_L = H \cdot d\psi \quad (3.16)$$

$$D \cdot GZ_L = D \cdot H \cdot d\psi \quad (3.17)$$

siendo D·H el coeficiente o módulo de estabilidad longitudinal.

Y finalmente,

$$D \cdot GZ_L = D (R - a) d\psi \quad (3.18)$$

El análisis de la altura metacéntrica lo reduciremos a dos casos, puesto que siempre se va a considerar que H, altura metacéntrica longitudinal, es positivo, con las alternativas de  $a > 0$  y  $a < 0$ . De ello se desprende que solamente se contempla la posibilidad de equilibrio estable, lo cual está de acuerdo con la realidad, ya que los máximos valores de la altura del metacentro sobre la quilla se dan sobre el plano longitudinal, consecuencia lógica de las formas del buque, tal como se ha visto en el apartado 2.8 sobre metacentros y radios metacéntricos mínimos y máximos.

a) *Altura metacéntrica positiva y  $a < 0$*

$$a = z_G - z_C$$

$$a < 0$$

$$z_G < z_C$$

$$H = z_{M_L} - z_G > 0$$

$$z_{M_L} > z_G$$

$$GZ_L = H \cdot d\psi$$

$$M_L = D \cdot GZ_L = D \cdot H \cdot d\psi$$

De lo que se desprende que los buques tienen un momento longitudinal sobradamente grande,

$$M_L > 0$$

b) *Altura metacéntrica positiva y  $a > 0$*

$$a = z_G - z_C$$

$$a > 0$$

$$z_G > z_C$$

$$H = z_{M_L} - z_G > 0$$

$$z_{M_L} > z_G$$

$$GZ_L = H \cdot d\psi$$

$$M_L = D \cdot GZ_L = D \cdot H \cdot d\psi$$

$$M_L > 0$$

En ambos casos se dará la desigualdad,

$$H > a$$

### 3.3.1 Momento unitario para variar el asiento un centímetro

A partir de la ecuación del momento longitudinal inicial,

$$M_L = D \cdot H \cdot d\psi$$

y substituyendo  $d\psi$  por

$$d\psi = \frac{a}{E}$$

relación entre la alteración del asiento y la eslora entre perpendiculares del buque, se obtiene

$$M_L = D \cdot H \cdot \frac{a}{E}$$

Suponiendo que la alteración producida sea de un centímetro, la ecuación anterior se convierte en

$$M_{1 \text{ cm}} = Mu = \frac{D \cdot H}{100 \cdot E} \quad (3.19)$$

siendo,

- Mu momento unitario para variar el asiento un centímetro, en Tm·m/cm
- D desplazamiento del buque en Tm
- H altura metacéntrica longitudinal en m
- E eslora entre perpendiculares del buque, en m

Dado que la altura metacéntrica longitudinal es un valor que depende de la posición del centro de gravedad del buque, por tanto, variable, se substituye por el valor del radio metacéntrico longitudinal, R, sin que ello signifique una pérdida de fiabilidad en los cálculos habituales, y con la ventaja de que bajo esta variable alternativa se puede disponer de la correspondiente curva en las hidrostáticas del buque.

$$Mu = \frac{D \cdot R}{100 \cdot E} \quad (3.20)$$

Para un momento cualquiera de trimado producido en el buque

$$M_t = \text{peso} \cdot \text{brazo longitudinal}$$

$$M_t = p \cdot d_t \quad (3.21)$$

La alteración del asiento en centímetros se hallará dividiendo el momento de trimado por el momento unitario,

$$a = \frac{M_t}{Mu} = \frac{p \cdot d_t}{Mu} \quad (3.22)$$

Los calados finales del buque a partir de los calados iniciales sin inmersión paralela, se tratará, por tanto, de un traslado, se obtendrán de la siguiente manera

$$a_{pp} = \frac{a}{E} d_{pp} \quad d_{pp} = \frac{E}{2} - \otimes F \quad (3.23)$$

$$a_{pr} = \frac{a}{E} d_{pr} \quad d_{pr} = \frac{E}{2} - \otimes F \quad (3.24)$$

siendo  $\otimes F$  la posición longitudinal del centro de gravedad de la flotación, F, con respecto a la cuaderna maestra.

$$C_{pp_f} = C_{pp_i} + a_{pp} \quad (3.25)$$

$$C_{pr_f} = C_{pr_i} + a_{pr} \quad (3.26)$$

$a_{pp}$  y  $a_{pr}$  con los signos que se derivan de las ecuaciones 3.23 y 3.24.

Si existe inmersión paralela, caso de la carga de un peso pequeño, se supone que el peso se carga en la vertical del centro de gravedad de la superficie de flotación, F, siendo la inmersión producida igual al peso partido por las toneladas por centímetro de inmersión,

$$I = \frac{p}{Tc}$$

La siguiente operación es situar el peso en su posición longitudinal final, siendo el brazo  $d_F$ . El momento de trimado producido será

$$M_t = p \cdot d_F$$

y la ecuación de equilibrio

$$a \cdot Mu = p \cdot d_F \quad (3.27)$$

Obteniéndose la alteración en centímetros, si como es habitual los demás datos están en toneladas métricas y metros. Los calados se hallarán a partir de los calados iniciales de las cabezas sumándoles algebraicamente la inmersión y las alteraciones de popa o de proa según corresponda.

$$C_{pp_f} = C_{pp_i} + I + a_{pp} \quad (3.28)$$

$$Cpr_f = Cpr_i + I + a_{pr} \quad (3.29)$$

El problema también se puede resolver a partir del brazo longitudinal entre la posición de equilibrio longitudinal del buque en aguas iguales y la situación real del centro de gravedad del buque para la condición actual, (Fig. 3.5). En efecto, para la condición de aguas iguales, es decir, asiento igual a cero, los valores de las posiciones longitudinales de los centros de carena y de gravedad del buque serán iguales,

$$\otimes C = \otimes G$$

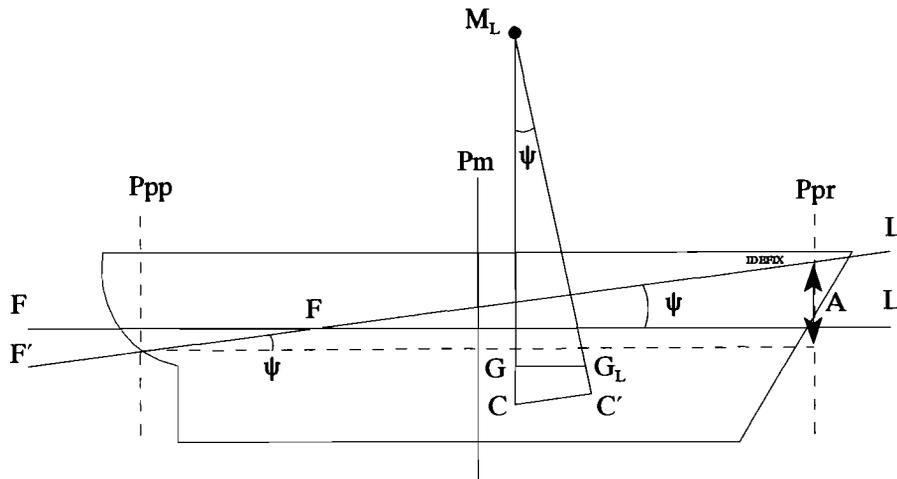


Fig. 3.5 Ecuación de equilibrio del asiento

El brazo longitudinal entre el centro de gravedad del buque en esta posición ideal y la posición real será,

$$\otimes G_L = \otimes C + CG_L \quad (3.30)$$

El momento de trimado vendrá producido por el par de fuerzas originado al pasar el desplazamiento del buque de gravitar en  $G$  a  $G_L$ . Siendo  $CG_L (= GG_L)$  el brazo longitudinal,

$$M_t = D \cdot CG_L \quad (3.31)$$

El asiento, ya que partimos de una situación inicial de  $A = 0$ , se calculará dividiendo el momento de trimado por el momento unitario,

$$A = \frac{M_t}{Mu} = \frac{D \cdot CG_L}{Mu} \quad (3.32)$$

De acuerdo a como se ha definido el momento unitario,  $Mu$ , el asiento dará en centímetros.

Finalmente y a partir del calado medio del buque, correspondiente a la vertical de  $F$ , centro de gravedad de la superficie de flotación, se hallarán los calados actuales del buque,

$$A_{pp} = \frac{A}{E} d_{pp} \quad d_{pp} = \frac{E}{2} - \otimes F \quad (3.33)$$

$$A_{pr} = \frac{A}{E} d_{pr} \quad d_{pr} = \frac{E}{2} - \otimes F \quad (3.34)$$

$$C_{pp} = Cm + A_{pp} \quad (3.35)$$

$$C_{pr} = Cm + A_{pr} \quad (3.36)$$

Los asientos de popa y de proa con los signos que se deduzcan al aplicar las ecuaciones 3.33 y 3.34, recordando que los brazos de popa son positivos y los de proa negativos, por tanto, el valor de  $E/2$  de la mitad de popa será positiva y el de la mitad de proa será negativa.

### 3.4 Efecto de la inmersión paralela sobre la estabilidad transversal inicial

La altura del metacentro transversal sobre la quilla,  $z_M$ , es igual a la altura del centro de carena,  $z_C$ , más el radio metacéntrico transversal,  $r$ ,

$$z_M = z_C + r \quad (3.37)$$

En la figura 3.6 se representan la flotación inicial  $FL$  y la flotación después de la inmersión paralela  $F_1L_1$ . El centro de carena,  $C$ , y el metacentro,  $M$ , corresponden a la flotación inicial,  $FL$ .

Se va a analizar la variación que una inmersión paralela del buque, debido a una carga o descarga, de pesos, a un cambio de densidad del agua en la que está flotando el buque, etc., produce sobre el metacentro,  $dz_M/dz$ , y en consecuencia sobre el momento volumétrico del metacentro,  $d(\nabla \cdot z_M)/dz$ .

a) *Variación de la altura metacéntrica transversal con el cambio de calado*

Derivando la ecuación 3.37 con respecto al calado  $z$ , se obtiene

$$\frac{dz_M}{dz} = \frac{dz_C}{dz} + \frac{dr}{dz} \quad (3.38)$$

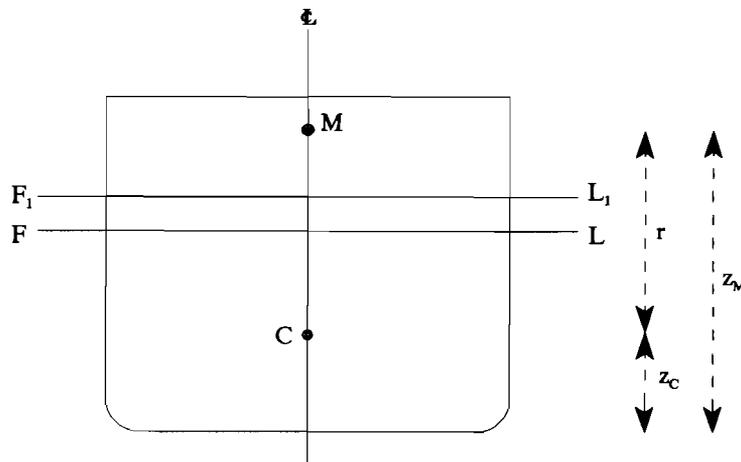


Fig. 3.6 Inmersión paralela y estabilidad transversal

La ecuación 1.38, expresa la variación que se produce en la altura del centro de carena sobre la quilla con el cambio de calado, por tanto, da el valor del primer término del segundo miembro de la ecuación anterior.

$$\frac{dz_C}{dz} = \frac{S}{\nabla} (z - z_C) \quad (3.39)$$

$dz_C$  movimiento vertical del centro de carena  
 $dz$  inmersión paralela  
 $S$  superficie de flotación  
 $\nabla$  volumen sumergido  
 $z$  calado  
 $z_C$  coordenada vertical del centro de carena

El término  $dr/dz$  indica la variación que sufre el radio metacéntrico transversal con el cambio de calado. A partir de la ecuación del radio metacéntrico

$$r = \frac{Ix}{\nabla}$$

$I_x$  inercia de la superficie de flotación al eje X

se obtiene una expresión del tipo de la deducida para  $dz_C/dz$ . Diferenciando la ecuación anterior,

$$\frac{dr}{d\nabla} = \frac{\nabla \frac{dIx}{d\nabla} - Ix \frac{d\nabla}{d\nabla}}{\nabla^2}$$

$$Ix = r \cdot \nabla$$

$$\frac{dr}{d\nabla} = \frac{\nabla \frac{dIx}{d\nabla} - r \cdot \nabla}{\nabla^2}$$

$$\frac{dr}{d\nabla} = \frac{1}{\nabla} \left( \frac{dIx}{d\nabla} - r \right)$$

$$d\nabla = S \cdot dz$$

$$\rho_m = \frac{dIx}{d\nabla}$$

$$\frac{dr}{dz} = \frac{S}{\nabla} (\rho_m - r) \quad (3.40)$$

siendo,

$\rho_m$  radio metacéntrico diferencial  
 $m$  metacentro diferencial

Volviendo a la ecuación 3.38, y substituyendo los términos del segundo miembro por las expresiones halladas,

$$\frac{dz_m}{dz} = \frac{S}{\nabla} (z - z_C) + \frac{S}{\nabla} (\rho_m - r)$$

$$\frac{dz_M}{dz} = \frac{S}{\nabla} (z + \rho_m - z_M) \quad (3.41)$$

$$\frac{dz_M}{dz} = \frac{S}{\nabla} (z_{v_m} - z_M)$$

Por tanto, la variación de la altura metacéntrica transversal con el calado dependerá de las posiciones relativas entre el metacentro diferencial y el metacentro transversal del buque. Cuando  $m$  esté por encima de  $M$ ,

$$\frac{dz_M}{dz} > 0$$

Si el metacentro diferencial está por debajo del metacentro transversal inicial,

$$\frac{dz_M}{dz} < 0$$

Finalmente, si  $m$  y  $M$  coinciden en un mismo punto,

$$\frac{dz_M}{dz} = 0$$

b) *Variación del coeficiente de formas de la estabilidad transversal con el cambio de calado*

El coeficiente de estabilidad transversal,  $D \cdot h$ , puede expresarse de la siguiente forma,

$$D \cdot h = \gamma \cdot \nabla (z_M - z_G)$$

$$D \cdot h = \gamma \cdot \nabla \cdot z_M - \gamma \cdot \nabla \cdot z_G$$

Siendo  $\nabla \cdot z_M$  el momento volumétrico del coeficiente de formas.

De la relación,

$$z_M = z_C + r$$

multiplicada por el volumen, obtendremos,

$$\nabla \cdot z_M = \nabla \cdot z_C + \nabla \cdot r$$

es decir, el momento volumétrico anterior en función de los momentos volumétricos del brazo vertical

del centro de carena y del radio metacéntrico. Sobre esta expresión.

$$\nabla \cdot z_C = M_{xy}$$

$$\nabla \cdot r = I_x$$

$M_{xy}$  momento del volumen sumergido con respecto al plano base XY

Substituyendo,

$$\nabla \cdot z_M = M_{xy} + I_x$$

Derivando con respecto al calado  $z$ ,

$$\frac{d(\nabla \cdot z_M)}{dz} = \frac{dM_{xy}}{dz} + \frac{dI_x}{dz} \quad (3.42)$$

Trabajando con el segundo miembro término a término, se tendrá

$$\frac{dM_{xy}}{dz} = \frac{d \int_0^z S \cdot z \cdot dz}{dz} = S \cdot z$$

$$\rho_m = \frac{dI_x}{d\nabla}$$

$$d\nabla = S \cdot dz$$

$$\rho_m = \frac{1}{S} \cdot \frac{dI_x}{dz}$$

$$\frac{dI_x}{dz} = S \cdot \rho_m$$

Substituyendo en la ecuación 3.42,

$$\frac{d(\nabla \cdot z_M)}{dz} = S \cdot z + S \cdot \rho_m$$

$$\frac{d(\nabla \cdot z_M)}{dz} = S(z + \rho_m) \quad (3.43)$$

Lo usual de un buque mercante es que el calado,  $z$ , sea mayor que el radio metacéntrico diferencial,  $\rho_m$ . por lo que aún en el supuesto de ser éste último negativo, el signo del paréntesis sería positivo, y, por tanto, el signo de la derivada, de lo que se deduce que el momento volumétrico de la estabilidad de formas  $\nabla \cdot z_M$  crece al aumentar el calado y disminuye al disminuir éste.

### c) Análisis de la curva $z_M$

En las curvas hidrostáticas viene representada la curva de la altura del metacentro sobre la quilla o, en su lugar, las curvas de la altura del centro de carena sobre la quilla y la del radio metacéntrico transversal, con las cuales podemos obtener la curva  $z_M$ .

Analizando las curvas correspondientes a diferentes tipos de buques mercantes veremos que partiendo de los calados en lastre ésta decrece rápidamente al aumentar el calado, reduciendo esta tendencia al aproximarse a los calados de servicio. Es deseable que para las condiciones de servicio del buque el metacentro suba, es decir, aumente su valor, o por lo menos lo mantenga y no siga decreciendo, dependiendo todo ello de las formas del buque.

## 3.5 Efectos del cambio de densidad del agua

Si varía la densidad del agua en la que está flotando el buque, variará el volumen sumergido. Este cambio dará lugar a una serie de efectos sobre los calados y sobre la estabilidad del buque.

### a) Inmersión paralela

El primer efecto a estudiar será la inmersión paralela producida por el cambio de densidad. Se obtendrá a partir de la ecuación

$$\nabla = \frac{D}{\gamma}$$

Diferenciando la expresión anterior,

$$d\nabla = -D \frac{d\gamma}{\gamma^2}$$

siendo

$$\nabla = \int_0^z S \cdot dz$$

$$d\nabla = S \cdot dz$$

Substituyendo,

$$S \cdot dz = - D \frac{d\gamma}{\gamma^2}$$

$$dz = - \frac{D}{S} \frac{d\gamma}{\gamma^2} \quad (3.44)$$

$dz$	inmersión paralela
$D$	desplazamiento
$S$	superficie de la flotación
$\gamma$	densidad inicial del agua
$d\gamma$	diferencia entre las densidades final e inicial del agua

Cuando se pasa de mayor a menor densidad,  $d\gamma$  será negativo y, por tanto, el segundo miembro, y con ello  $dz$ , inmersión paralela, será positivo. En caso contrario, paso de menor a mayor densidad, se producirá emersión.

*b) Variación del centro de carena*

Debido a la inmersión paralela, con la consiguiente creación de la rebanada isoclina, el centro de carena se moverá vertical y longitudinalmente. Estos movimientos se calcularán a partir de las ecuaciones 1.35 y 1.38,

$$\frac{dx_c}{dz} = \frac{S}{\nabla} (x_F - x_c)$$

$$\frac{dz_c}{dz} = \frac{S}{\nabla} (z - z_c)$$

en las que se substituye  $dz$  por el valor dado en la ecuación 3.44,

$$dx_c = - \frac{D}{S} \frac{d\gamma}{\gamma^2} \frac{S}{\nabla} (x_F - x_c)$$

$$dx_C = - \frac{d\gamma}{\gamma} (x_F - x_C) \quad (3.45)$$

$$dz_C = - \frac{D}{S} \frac{d\gamma}{\gamma^2} \frac{S}{\nabla} (z - z_C)$$

$$dz_C = - \frac{d\gamma}{\gamma} (z - z_C) \quad (3.46)$$

c) *Variación en la altura metacéntrica transversal, dh*

Se ha visto que una inmersión paralela significa un cambio en la altura del metacentro sobre la quilla. De las ecuaciones 3.41 y 3.44 se deduce esta variación debido al cambio de densidad,

$$\frac{dz_M}{dz} = \frac{S}{\nabla} (z + \rho_m - z_M)$$

$$dz = - \frac{D}{S} \frac{d\gamma}{\gamma^2}$$

$$dz_M = \frac{S}{\nabla} (z + \rho_m - z_M) \left( - \frac{D}{S} \frac{d\gamma}{\gamma^2} \right)$$

$$dz_M = - \frac{d\gamma}{\gamma} (z + \rho_m - z_M) \quad (3.47)$$

La altura metacéntrica se puede hallar restando a la altura del metacentro sobre la quilla, la altura del centro de gravedad del buque. De la relación

$$h = z_M - z_G$$

se obtiene

$$dh = dz_M - dz_G$$

es decir, que la variación en altura metacéntrica dependerá de las variaciones del metacentro y del centro de gravedad del buque. Debido a que en este caso la variación es por cambio de densidad, no

existirá movimiento del centro de gravedad del buque, siendo

$$dh = dz_M$$

$$dh = - \frac{d\gamma}{\gamma} (z + \rho_m - z_M) \quad (3.48)$$

$$dh = - \frac{d\gamma}{\gamma} (z_{\rho_m} - z_M)$$

Para analizar los signos de la variación que se producirá sobre la altura metacéntrica, se parte del estudio de dos situaciones posibles: paso de flotar en agua de menor a mayor densidad y paso de agua de mayor a menor densidad.

#### 1. Paso de menor a mayor densidad

$$d\gamma > 0$$

$$z_{\rho_m} > z_M \quad dh < 0$$

$$z_{\rho_m} < z_M \quad dh > 0$$

$$z_{\rho_m} = z_M \quad dh = 0$$

#### 2. Paso de mayor a menor densidad

$$d\gamma < 0$$

$$z_{\rho_m} > z_M \quad dh > 0$$

$$z_{\rho_m} < z_M \quad dh < 0$$

$$z_{\rho_m} = z_M \quad dh = 0$$

En el caso de que en la zona del calado para la que se esté haciendo el estudio el buque tenga costados verticales, será

$$\rho_m = 0$$

y la ecuación 3.48 quedará reducida a la expresión

$$dh = - \frac{d\gamma}{\gamma} (z - z_M) \quad (3.49)$$

en la que, se recuerda,  $z$  es el calado del buque.

*d) Variación del coeficiente de estabilidad transversal,  $d(D \cdot h)$*

La variación del coeficiente de estabilidad transversal a partir de los momentos volumétricos de formas y de pesos, será

$$D \cdot h = D \cdot (z_M - z_G)$$

$$d(D \cdot h) = d(D \cdot z_M) - d(D \cdot z_G)$$

$$d(\nabla \cdot h) = d(\nabla \cdot z_M) - d(\nabla \cdot z_G)$$

El primer término del segundo miembro se puede substituir por el valor de la ecuación 3.43, mientras que el segundo término será nulo ya que el centro de gravedad del buque no se mueve. Por lo tanto,

$$d(\nabla \cdot h) = d(\nabla \cdot z_M)$$

$$\frac{d(\nabla \cdot z_M)}{dz} = S \cdot (z + \rho_m)$$

Teniendo en cuenta que según la ecuación 3.44

$$dz = - \frac{D}{S} \frac{d\gamma}{\gamma^2}$$

$$d(\nabla \cdot z_M) = - \frac{D}{S} \cdot \frac{d\gamma}{\gamma} \cdot S (z + \rho_m)$$

$$d(\nabla \cdot z_M) = - \nabla \cdot \frac{d\gamma}{\gamma} (z + \rho_m) \quad (3.50)$$

$$d(\nabla \cdot h) = -\nabla \cdot \frac{d\gamma}{\gamma} (z + \rho_m) \quad (3.51)$$

e) *Variación en la altura metacéntrica longitudinal, dH*

De forma análoga a como se ha deducido la variación en la altura metacéntrica transversal debido a un cambio de densidad en el agua en la que está flotando el buque, se deduce la variación en la altura metacéntrica longitudinal. De la ecuación 3.41, aplicada al metacentro longitudinal, se obtiene

$$\frac{dz_{M_L}}{dz} = \frac{S}{\nabla} (z + \rho_{m_L} - z_{M_L})$$

De acuerdo con el valor de la inmersión paralela debido al cambio de densidad del agua, (Ec. 3.44),

$$dz = -\frac{D}{S} \cdot \frac{d\gamma}{\gamma^2}$$

se tendrá

$$dz_{M_L} = -\frac{d\gamma}{\gamma} (z + \rho_{m_L} - z_{M_L}) \quad (3.52)$$

Sabiendo que

$$z_{M_L} = z_C + R$$

se introduce el radio metacéntrico longitudinal en la ecuación anterior, (Ec. 3.52),

$$dz_{M_L} = -\frac{d\gamma}{\gamma} (z + \rho_{m_L} - z_C - R) \quad (3.53)$$

Si el buque tuviera costados verticales en la zona del calado  $z$ , se tendría

$$dz_{M_L} = -\frac{d\gamma}{\gamma} (z - z_C - R) \quad (3.54)$$

En cualquier caso los valores absolutos de

$$z + \rho_{m_L} - z_C < R$$

$$z - z_C < R$$

serán muy inferiores al valor del radio metacéntrico longitudinal. Por tanto un valor muy aproximado de la variación de la altura metacéntrica será,

$$dz_{M_L} \approx \frac{d\gamma}{\gamma} R \quad (3.55)$$

Teniendo en cuenta que la variación que sufrirá la altura metacéntrica longitudinal será, precisamente, la variación  $dz_{M_L}$ ,

$$dz_{M_L} = dH \approx \frac{d\gamma}{\gamma} R \quad (3.56)$$

Analizando esta ecuación según los cambios de densidad del agua, se concluye que:

1. Paso de menor a mayor densidad

$$d\gamma > 0 \quad dH > 0$$

2. Paso de mayor a menor densidad

$$d\gamma < 0 \quad dH < 0$$

*f) Alteración producida en los calados*

De acuerdo con la ecuación 3.45 deducida anteriormente, el centro de carena se moverá longitudinalmente según

$$dx_C = - \frac{d\gamma}{\gamma} (x_F - x_C)$$

mientras que el centro de gravedad del buque no variará. Esto produce que deje de cumplirse la segunda condición de equilibrio, esto es, centro de gravedad y centro de carena en la misma vertical, y que el buque sufra una inclinación longitudinal para restablecer el equilibrio. En consecuencia se producirá una alteración del asiento inicial del buque debido al cambio de densidad. Para realizar el estudio se verá primero esta inclinación longitudinal, en segundo lugar se calculará la alteración en función del momento unitario y finalmente se hallarán los calados.

*f.1) Inclinación longitudinal*

Se van a suponer los dos casos de cambio de densidad, es decir, paso de menor a mayor densidad, y paso de mayor a menor densidad, con las dos posibles posiciones relativas entre el centro de flotación,  $x_F$ , y el centro de carena,  $x_C$ .

1. Paso de menor a mayor densidad. Centro de flotación a popa del centro de carena

$$d\gamma > 0 \quad x_F > x_C$$

En este caso se producirá emersión paralela. El centro de gravedad de la rebanada, R, quedará situado en la vertical del centro de flotación, F. El movimiento longitudinal del centro de carena será negativo y, en consecuencia, la alteración será apopante, (Fig. 3.7).

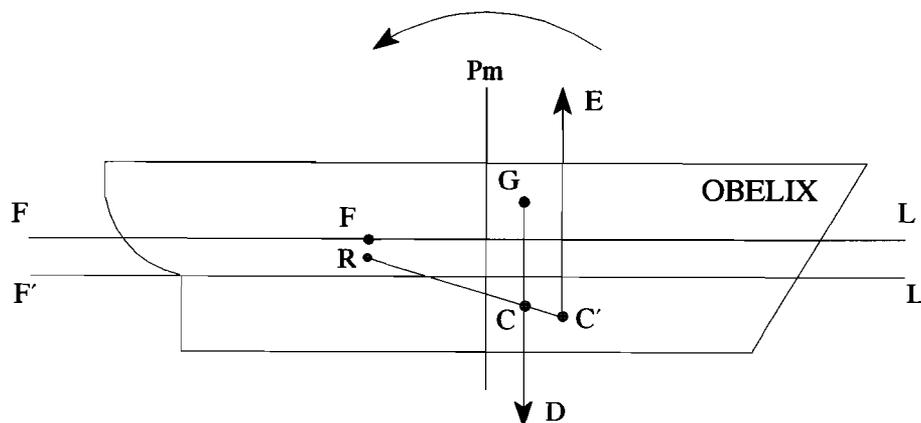


Fig. 3.7 Alteración,  $d\gamma > 0$  y  $x_F > x_C$

$$dx_C = - \frac{d\gamma}{\gamma} (x_F - x_C)$$

$$x_F - x_C > 0$$

$$dx_C < 0$$

*alteración apopante*

2. Paso de menor a mayor densidad. Centro de flotación a proa del centro de carena

$$d\gamma > 0 \quad x_F < x_C$$

El buque tendrá emersión

$$I < 0$$

Estudiando el movimiento del centro de carena, (Fig. 3.8), se verá que la alteración será aproante.

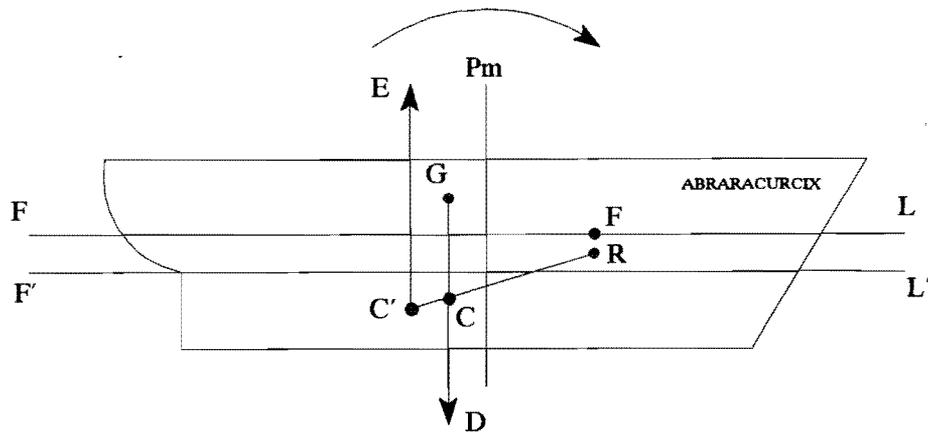


Fig. 3.8 Alteración,  $d\gamma > 0$  y  $x_F < x_C$

$$dx_C = - \frac{d\gamma}{\gamma} (x_F - x_C)$$

$$x_F - x_C < 0$$

$$dx_C > 0$$

*alteración aproante*

3. Paso de mayor a menor densidad. Centro de flotación a popa del centro de carena

De acuerdo con la figura 3.9, se producirá alteración del asiento aproante.





$$dM_t = (-D) \cdot dx_C$$

$$dx_C = - \frac{d\gamma}{\gamma} (x_F - x_C)$$

$$dM_t = D \frac{d\gamma}{\gamma} (x_F - x_C)$$

A este momento de trimado se le opondrá el momento longitudinal debido a la estabilidad del buque,

$$dM_L = D \cdot H \cdot d\psi$$

El equilibrio se producirá cuando ambos momentos se igualen,

$$dM_L = dM_t$$

$$D \cdot H \cdot d\psi = D \frac{d\gamma}{\gamma} (x_F - x_C)$$

Siendo,

$$d\psi = \frac{a}{E}$$

resultará la siguiente fórmula para calcular la alteración

$$a = \frac{d\gamma}{\gamma} \cdot \frac{E}{H} (x_F - x_C)$$

Multiplicando numerador y denominador del segundo miembro por el volumen sumergido,

$$a = \frac{\nabla \cdot d\gamma}{\nabla \cdot \gamma} \cdot \frac{E}{H} (x_F - x_C)$$

$\nabla \cdot d\gamma$ , será el peso,  $p_R$ , del volumen de agua desalojada por la rebanada, mientras que  $\nabla \cdot \gamma$  será el desplazamiento del buque.

Substituyendo estos valores en la ecuación anterior.

$$a = \frac{P_R}{D} \cdot \frac{E}{H} (x_F - x_C)$$

Recordando la fórmula del momento unitario para variar el asiento, y, por tanto, la alteración en un centímetro, (Ec. 3.19),

$$Mu = \frac{D \cdot H}{100 \cdot E}$$

y poniendo la alteración de la fórmula anterior en centímetros,

$$a_{(cm)} = \frac{P_R}{D} \cdot \frac{100 \cdot E}{H} (x_F - x_C)$$

$$a_{(cm)} = \frac{P_R (x_F - x_C)}{Mu} \quad (3.57)$$

$dM_t$	momento de trimado debido al cambio de densidad, Tm·m
$dM_L$	momento longitudinal del buque debido a su estabilidad, Tm·m
D	desplazamiento, Tm
$\nabla$	volumen sumergido, m <sup>3</sup>
$\gamma$	densidad del agua en la que está flotando el buque, Tm/m <sup>3</sup>
$x_F$	posición longitudinal del centro de flotación con respecto a la cuaderna maestra, m
$x_C$	posición longitudinal del centro de carena con respecto a la cuaderna maestra, m
H	altura metacéntrica longitudinal, m
E	eslora del buque, m
$p_R$	peso del agua desalojada por la rebanada, Tm
Mu	momento unitario para variar el asiento un centímetro, Tm·m/cm
a	alteración en metros o en centímetros según se indique

### f.3) Cálculo de los calados después del cambio de densidad

La inmersión paralela producida por el cambio de densidad se determina por, (Ec. 3.44),

$$dz = - \frac{D}{S} \cdot \frac{d\gamma}{\gamma^2}$$

(En la práctica y de acuerdo con el Convenio Internacional de Líneas de Carga de la IMO, se calcula mediante el permiso de agua dulce y proporcionalmente a las densidades.)

Con la ecuación 3.57 se halla la alteración en centímetros,

$$a = \frac{P_R (x_F - x_C)}{Mu}$$

Repartiéndose el valor obtenido en alteración de popa y alteración de proa, utilizando para ello las relaciones siguientes,

$$a_{pp} = \frac{a}{E} d_{pp} \quad d_{pp} = \frac{E}{2} - \otimes F$$

$$a_{pr} = \frac{a}{E} d_{pr} \quad d_{pr} = \frac{E}{2} - \otimes F$$

dpp distancia de F, centro de gravedad de la flotación, a la Ppp, m  
dpr distancia de F, centro de gravedad de la flotación, a la Ppr, m

Finalmente se obtendrán los calados de popa y de proa partiendo de los calados iniciales de las cabezas y sumando algebraicamente la inmersión y la parte proporcional de la alteración calculadas, con los signos que les correspondan.

$$C_{pp_f} = C_{pp_i} + I + a_{pp}$$

$$C_{pr_f} = C_{pr_i} + I + a_{pr}$$

### 3.6 Efectos de la carga de un peso pequeño

Dentro del concepto de carga entran la carga de un peso o su descarga. Las fórmulas a deducir y utilizar serán las mismas para ambas operaciones, con la única diferencia que al substituir el peso por su valor, éste será positivo si corresponde a una carga y negativo en el caso de una descarga. La condición que se impone en este apartado es que el peso sea pequeño, es decir, que los efectos que produzcan puedan considerarse dentro de la estabilidad inicial del buque.

Para el estudio de los efectos producidos, se supondrá, como casi siempre, que el peso se carga en la vertical del centro de flotación y que posteriormente se traslada a su situación de estiba en el buque, (fig. 3.11).

Las coordenadas del centro de gravedad del buque serán,

$$z_G \quad y_G \quad x_G$$

y las coordenadas del peso una vez estibado a bordo,

$$z_g \quad y_g \quad x_g$$

Cuando el peso esté, supuestamente, en la vertical del centro de flotación, las coordenadas transversal y longitudinal serán las del punto F, mientras que como coordenada vertical se puede tomar la misma que la de su situación de estiba. Debido a la simetría del buque con respecto al plano diametral y a que se impone una condición inicial más, la de escora cero, la coordenada transversal será, también, cero. En definitiva, las coordenada del peso en la vertical de F serán,

$$x_g \quad y_F = 0 \quad x_F$$

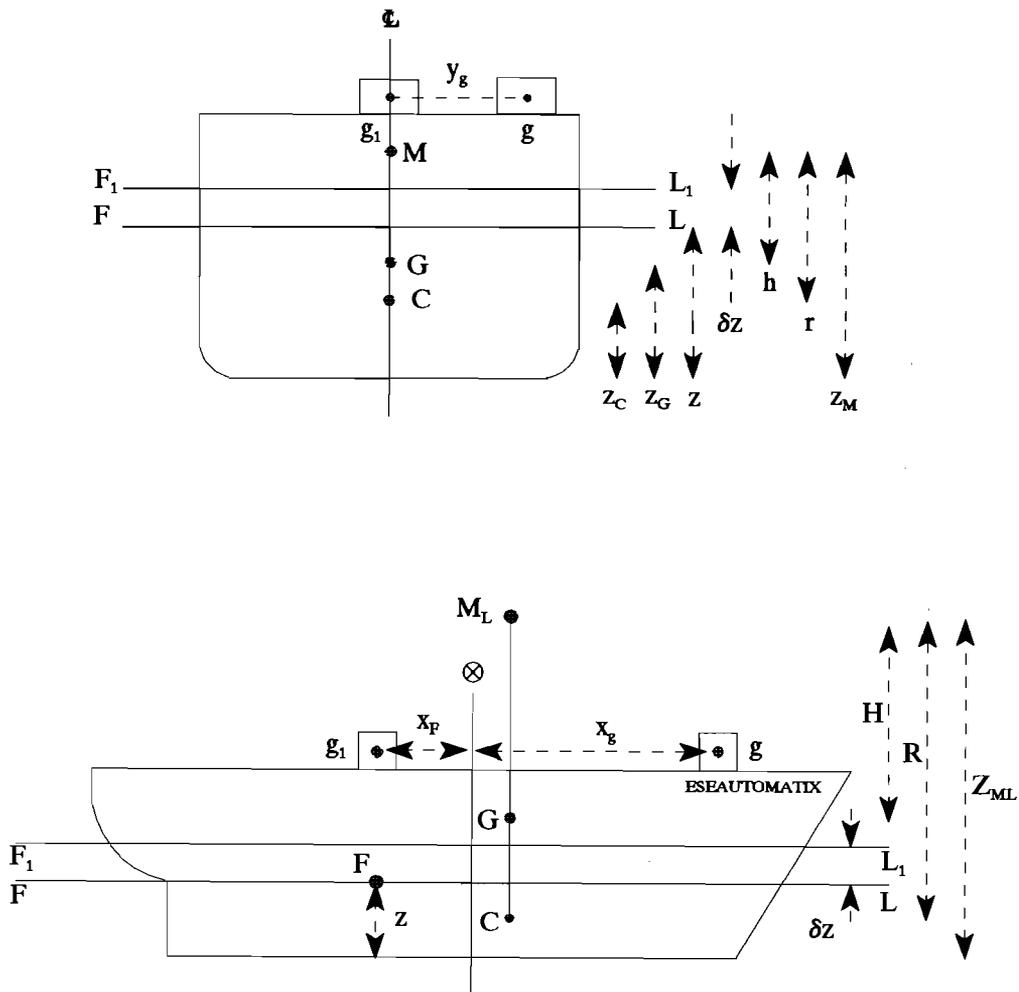


Fig. 3.11 Efectos de un peso pequeño sobre la estabilidad inicial

a) *Cálculo de la inmersión paralela*

La inmersión paralela producida por el peso cargado en la vertical de F, centro de gravedad de la superficie de flotación, se obtendrá por la ecuación,

$$\delta z = I = \frac{P}{Tc} \quad (3.58)$$

$\delta z = I$             inmersión paralela, cm  
 $p$                     peso cargado, Tm  
 $Tc$                    toneladas por centímetro, Tm/cm

b) *Cambios en la altura metacéntrica transversal,  $\delta h$*

De la ecuación que relaciona la altura metacéntrica con la altura del centro de carena sobre la quilla, el radio metacéntrico y la altura del centro de gravedad del buque, se tiene

$$h = z_c + r - z_G \quad (3.59)$$

La variación en la altura metacéntrica vendrá determinada por las variaciones que se producirán en cada uno de los tres términos del segundo miembro

$$\delta h = \delta z_c + \delta r - \delta z_G \quad (3.60)$$

Se trata de hallar el valor de cada uno de estos términos según la teoría estudiada hasta aquí y ponerlos de forma que tengan la uniformidad necesaria para hallar una ecuación simple que permita calcular la variación de la altura metacéntrica.

Se inicia el proceso con el estudio del centro de carena. La ecuación 2.25 calcula el movimiento vertical del centro de carena producido por la carga de un peso pequeño,

$$\delta z_c = \frac{P}{D + p} \left( z + \frac{\delta z}{2} - z_c \right) \quad (3.61)$$

La variación del radio metacéntrico se puede hallar por diferencia entre el radio metacéntrico para la flotación isoclina después de la inmersión paralela, y el radio metacéntrico de la flotación inicial, antes de la carga del peso. Llamando  $r_1$  y  $r$ , respectivamente, a estos dos radios metacéntricos,

$$\delta r = r_1 - r$$

El valor del radio metacéntrico es igual, como ya se sabe, a la inercia de la superficie de flotación con respecto al eje longitudinal, X, dividido por el volumen sumergido,

$$r_1 = \frac{I_{x_1}}{\nabla + \delta \nabla}$$

$$r = \frac{I_x}{\nabla}$$

$$\delta r = \frac{I_{x_1}}{\nabla + \delta \nabla} - \frac{I_x}{\nabla}$$

Suponiendo que el buque tenga costados verticales en la zona de los calados en estudio, entonces

$$I_{x_1} = I_x$$

En cualquier caso, es muy posible que los valores de las inercias, dado que se está dentro de la estabilidad inicial, sean valores muy próximos, de tal manera que se podrá considerar

$$I_{x_1} \approx I_x$$

Por tanto, el valor del incremento del radio metacéntrico, haciendo uso de esta igualdad, o en su caso aproximación, será

$$\delta r = \frac{I_x}{\nabla + \delta \nabla} - \frac{I_x}{\nabla}$$

$$\delta r = \frac{I_x \cdot \nabla - I_x \cdot (\nabla + \delta \nabla)}{(\nabla + \delta \nabla) \cdot \nabla}$$

$$\delta r = - \frac{I_x \cdot \delta \nabla}{(\nabla + \delta \nabla) \cdot \nabla}$$

$$\delta r = - \frac{\delta \nabla}{\nabla + \delta \nabla} r$$

$$\delta r = - \frac{p}{D + p} r \quad (3.62)$$

después de multiplicar el numerador y el denominador por la densidad del agua en la que esté flotando

el buque. Con ello se ha obtenido la variación del radio metacéntrico, interviniendo directamente en su cálculo el peso cargado.

El tercer término, variación del centro de gravedad del buque, se hallará por la ecuación 2.4,

$$\delta z_G = \frac{P}{D + p} (z_g - z_G) \quad (3.63)$$

Substituyendo en la ecuación 3.60 los términos del segundo miembro por los valores obtenidos, (Ecs. 3.61, 3.62 y 3.63),

$$\delta h = \frac{P}{D + p} \left( z + \frac{\delta z}{2} - z_C \right) - \frac{P}{D + p} r - \frac{P}{D + p} (z_g - z_G)$$

$$\delta h = \frac{P}{D + p} \left( z + \frac{\delta z}{2} - z_C - r - z_g + z_G \right)$$

Recordando que

$$h = z_C + r - z_G$$

$$-h = -z_C - r + z_G$$

permite poner la expresión de  $\delta h$  de la siguiente forma

$$\delta h = \frac{P}{D + p} \left( z + \frac{\delta z}{2} - h - z_g \right) \quad (3.64)$$

que será la ecuación utilizada para calcular la variación de la altura metacéntrica debida a la carga de un peso pequeño.

El valor de la nueva altura metacéntrica,  $h_1$ , se hallará sumando algebraicamente la variación de la ecuación 3.64 a la altura metacéntrica inicial,

$$h_1 = h + \delta h \quad (3.65)$$

$$h_1 = h + \frac{P}{D + p} \left( z + \frac{\delta z}{2} - h - z_g \right) \quad (3.66)$$

c) *Variación del coeficiente de estabilidad transversal,  $\delta(D \cdot h)$*

Por diferencia entre los coeficientes de estabilidad transversal para las condiciones de después y antes de la inmersión paralela, flotaciones  $F_1L_1$  y  $FL$ , se hallará la variación del coeficiente de estabilidad transversal. Para la flotación  $F_1L_1$ , este coeficiente tendrá por expresión

$$(D + p) \cdot h_1 = (D + p) \cdot h + p \left( z + \frac{\delta z}{2} - h - z_g \right)$$

en la que se ha multiplicado por  $(D + p)$  la ecuación 3.66. Trabajando sobre esta expresión hallada,

$$(D + p) \cdot h_1 = D \cdot h + p \left( z + \frac{\delta z}{2} - z_g \right)$$

La diferencia entre los coeficientes de estabilidad final e inicial será

$$(D + p) \cdot h_1 - D \cdot h = p \left( z + \frac{\delta z}{2} - z_g \right)$$

con lo que la variación producida, justamente la diferencia del primer miembro, tendrá por valor

$$\delta(D \cdot h) = p \left( z + \frac{\delta z}{2} - z_g \right) \quad (3.67)$$

El coeficiente de estabilidad transversal para la flotación  $F_1L_1$ , se hallará sumando al coeficiente de la flotación  $FL$  la variación calculada en la ecuación anterior,

$$(D + p) \cdot h_1 = D \cdot h + \delta(D \cdot h) \quad (3.68)$$

d) *Cambios en la altura metacéntrica longitudinal,  $\delta H$*

De forma similar a como se ha realizado el estudio de los cambios en la altura metacéntrica transversal debidos a la carga de un peso pequeño, se va a realizar el de los efectos sobre la estabilidad longitudinal del buque.

$$H = z_c + R - z_G \quad (3.69)$$

$$\delta H = \delta z_c + \delta R - \delta z_G \quad (3.70)$$

A continuación se hallarán las ecuaciones de los tres términos que significan las variaciones sobre el

centro de carena, el radio metacéntrico longitudinal y la altura del centro de gravedad sobre la quilla. En primer lugar, se hallarán las ecuaciones de los movimientos del centro de carena y del centro de gravedad del buque, utilizando para ello, como es lógico, las mismas fórmulas que para la estabilidad transversal,

$$\delta z_C = \frac{P}{D + p} \left( z + \frac{\delta z}{2} - z_C \right) \quad (3.71)$$

$$\delta z_G = \frac{P}{D + p} (z_g - z_G) \quad (3.72)$$

Para el cálculo de la variación del radio metacéntrico longitudinal se hará el mismo planteamiento y suposición, es decir, plantear la diferencia entre los valores de los radios metacéntricos correspondientes a las flotaciones de la rebanada  $F_1L_1$ -FL, y suponer que en esta rebanada los costados del buque son verticales o en la práctica pueden considerarse verticales.

$$\delta R = R_1 - R$$

$$R_1 = \frac{I_{F_1}}{\nabla + \delta \nabla}$$

$$R = \frac{I_F}{\nabla}$$

$$\delta R = \frac{I_{F_1}}{\nabla + \delta \nabla} - \frac{I_F}{\nabla}$$

Siendo  $I_{F_1}$  e  $I_F$  las inercias longitudinales de las superficies de flotación  $F_1L_1$  y FL con respecto a los ejes transversales que pasan por  $F_1$  y F, centros de gravedad de las respectivas superficies de flotación. Por la suposición planteada,

$$I_{F_1} = I_F$$

$$\delta R = \frac{I_F}{\nabla + \delta \nabla} - \frac{I_F}{\nabla}$$

$$\begin{aligned}\delta R &= \frac{I_F \cdot \nabla - I_F \cdot (\nabla + \delta \nabla)}{(\nabla + \delta \nabla) \cdot \nabla} \\ \delta R &= - \frac{I_F \cdot \delta \nabla}{(\nabla + \delta \nabla) \cdot \nabla} \\ \delta R &= - \frac{\delta \nabla}{\nabla + \delta \nabla} R \\ \delta R &= - \frac{P}{D + p} R\end{aligned}\quad (3.73)$$

Substituyendo en la ecuación 3.70, los valores de las expresiones 3.71, 3.72 y 3.73,

$$\begin{aligned}\delta H &= \frac{P}{D + p} \left( z + \frac{\delta z}{2} - z_C \right) - \frac{P}{D + p} R - \frac{P}{D + p} (z_g - z_G) \\ \delta H &= \frac{P}{D + p} \left( z + \frac{\delta z}{2} - z_C - R - z_g + z_G \right) \\ - H &= - z_C - R + z_G \\ \delta H &= \frac{P}{D + p} \left( z + \frac{\delta z}{2} - H - z_g \right)\end{aligned}\quad (3.74)$$

Si, además, se considera que

$$z + \frac{\delta z}{2} - z_g < H$$

la ecuación de la variación de la altura metacéntrica longitudinal quedará reducida a,

$$\delta H \approx - \frac{P}{D + p} H\quad (3.75)$$

La nueva altura metacéntrica  $H_1$ , a partir de las ecuaciones 3.74 o 3.75, será

$$H_1 = H + \delta H \quad (3.76)$$

$$H_1 = H + \frac{P}{D + p} \left( z + \frac{\delta z}{2} - H - z_g \right) \quad (3.77)$$

$$H_1 = H - \frac{P}{D + p} H \quad (3.78)$$

e) *Variación del coeficiente de estabilidad longitudinal,  $\delta(D \cdot H)$*

Se parte de la ecuación 3.76 y de las ecuaciones 3.77 o 3.78, en la que se han despreciado los términos entre paréntesis a excepción de la altura metacéntrica longitudinal.

De las ecuaciones 3.76 y 3.77 se deduce,

$$H_1 = H + \frac{P}{D + p} \left( z + \frac{\delta z}{2} - H - z_g \right)$$

$$(D + p) \cdot H_1 = (D + p) \cdot H + p \left( z + \frac{\delta z}{2} - H - z_g \right)$$

$$(D + p) \cdot H_1 = D \cdot H + p \left( z + \frac{\delta z}{2} - z_g \right)$$

$$(D + p) \cdot H_1 - D \cdot H = p \left( z + \frac{\delta z}{2} - z_g \right)$$

$$\delta(D \cdot H) = p \left( z + \frac{\delta z}{2} - z_g \right) \quad (3.79)$$

El coeficiente de estabilidad longitudinal será igual a

$$(D + p) \cdot H_1 = D \cdot H + \delta(D \cdot H) \quad (3.80)$$

De las ecuaciones 3.76 y 3.78 se hallará

$$H_1 = H - \frac{P}{D + p} H$$

$$H_1 = \frac{D}{D + p} H$$

$$(D + p) \cdot H_1 = D \cdot H \quad (3.81)$$

Lo cual significa que los coeficientes de estabilidad final e inicial tendrán el mismo valor.

$$(D + p) \cdot H_1 - D \cdot H = 0$$

$$\delta(D \cdot H) = 0 \quad (3.82)$$

Esto es debido a la simplificación realizada al despreciar los términos  $z$ ,  $\delta z/2$  y  $z_g$ , frente al valor de  $H$ . En cualquier caso la variación del coeficiente de estabilidad longitudinal dada por la ecuación 3.79 será un valor pequeño.

f) *Cálculo de la escora y de los calados*

Trasladando el peso sobre el plano horizontal se producirá escora y alteración en los calados del buque. Las coordenadas del peso en su punto de estiba eran

$$z_g \quad y_g \quad x_g$$

mientras que en su posición teórica en la vertical de  $F$ , centro de flotación, son

$$z_g \quad y_F = 0 \quad x_F$$

La escora dentro de la estabilidad inicial se calculará por la ecuación,

$$\tan \theta = \frac{p \cdot dt}{(D + p) h_1} \quad (3.83)$$

$$dt = y_g - y_F$$

Mientras que la alteración se hallará estableciendo la relación entre el momento de trimado producido por la carga del peso y el momento unitario para variar el asiento un centímetro.

$$a = \frac{p \cdot d_F}{Mu} \quad (3.84)$$

$$d_F = x_g - x_F$$

Los calados finales de popa y de proa, teniendo en cuenta la inmersión calculada en la ecuación 3.58, serán

$$C_{pp_f} = C_{pp_i} + I + a_{pp} \quad (3.85)$$

$$C_{pr_f} = C_{pr_i} + I + a_{pr} \quad (3.86)$$

### 3.7 Análisis de los cambios en la estabilidad transversal debidos a la carga de un peso pequeño

A partir de las ecuaciones que calculan los cambios en la altura metacéntrica y del coeficiente de estabilidad transversales, se pueden deducir y situar unos planos sobre la sección transversal del buque, que se denominan planos límites, cuya finalidad consiste en colaborar en el análisis de los efectos de la carga o descarga de un peso pequeño sobre la estabilidad transversal.

#### 3.7.1 Plano límite para el análisis de la altura metacéntrica transversal

El análisis se efectuará sobre la ecuación 3.64,

$$\delta h = \frac{p}{D + p} \left( z + \frac{\delta z}{2} - h - z_g \right)$$

La suma de los términos

$$z + \frac{\delta z}{2} - h$$

indica la posición vertical del plano límite con respecto a la quilla. En definitiva, el plano límite estará situado a una distancia igual a la altura metacéntrica por debajo de  $z + (\delta z/2)$ , cuando  $h > 0$ , o en el caso de que pueda despreciarse  $\delta z/2$ , por debajo de la flotación inicial, (Fig. 3.12).

Para deducir el signo de la variación de la altura metacéntrica, se comparan los valores de los términos que definen el plano límite con el de la coordenada vertical del centro de gravedad del peso,

y teniendo en cuenta si se trata de una carga o de una descarga.

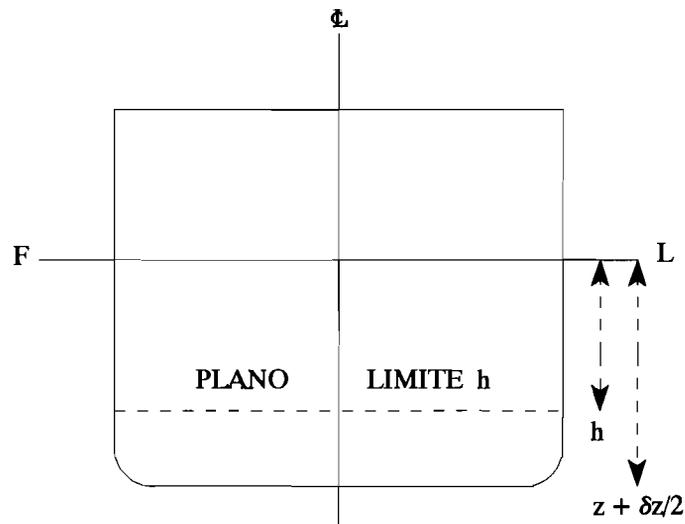


Fig. 3.12 Plano límite. Altura metacéntrica transversal

$$z + \frac{\delta z}{2} - h > z_g$$

$$p > 0 \quad \delta h > 0$$

$$p < 0 \quad \delta h < 0$$

$$z + \frac{\delta z}{2} - h = z_g$$

$$\delta h = 0$$

$$z + \frac{\delta z}{2} - h < z_g$$

$$p > 0 \quad \delta h < 0$$

$$p < 0 \quad \delta h > 0$$

Si se realiza el análisis sobre la figura 3.12, se verá que para obtener una variación positiva de la altura metacéntrica

$$\delta h > 0$$

para  $p > 0$  hay que cargar el peso por debajo del plano límite  
y para  $p < 0$  hay que descargar el peso por encima del plano límite

Para una variación negativa de la altura metacéntrica

$$\delta h < 0$$

$p > 0$  hay que cargar el peso sobre el plano límite  
 $p < 0$  hay que descargar el peso por debajo del plano límite

### 3.7.2 Plano límite para el análisis del coeficiente de estabilidad transversal

Se trabaja con la ecuación 3.67,

$$\delta(D \cdot h) = p \left( z + \frac{\delta z}{2} - z_g \right)$$

El plano límite quedará determinado por el calado más la mitad de la inmersión, o por el calado solamente si el segundo término se desprecia. Por tanto, el plano límite coincide aproximadamente con el plano de flotación, (Fig. 3.13).

Realizando la comparación del valor de la coordenada vertical del plano límite con la del centro de gravedad del peso cargado o descargado, se tendrá

$$z + \frac{\delta z}{2} > z_g$$

$$p > 0 \quad \delta(D \cdot h) > 0$$

$$p < 0 \quad \delta(D \cdot h) < 0$$

$$z + \frac{\delta z}{2} = z_g$$

$$\delta(D \cdot h) = 0$$

$$z + \frac{\delta z}{2} < z_g$$

$$p > 0 \quad \delta(D \cdot h) < 0$$

$$p < 0 \quad \delta(D \cdot h) > 0$$

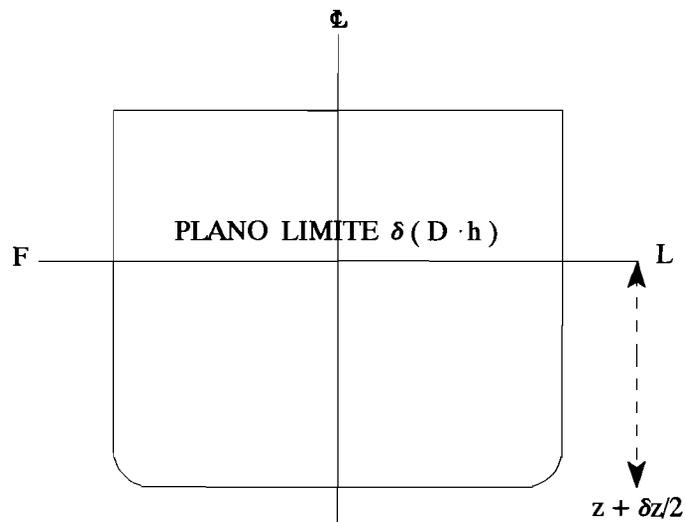


Fig. 3.13 Plano límite. Coeficiente de estabilidad transversal

Haciendo el análisis con la ayuda de la sección transversal del buque, por tanto, sobre la figura 3.13, para que la variación del coeficiente de estabilidad sea positivo,

$$\delta(D \cdot h) > 0$$

$p > 0$

el peso se cargará por debajo del plano límite

$p < 0$  el peso se descargará por encima del plano límite

En el caso de una variación negativa del coeficiente de estabilidad,

$$\delta(D \cdot h) < 0$$

$p > 0$  el peso se cargará por encima del plano límite

$p < 0$  el peso se descargará por debajo del plano límite

Si se observan simultáneamente los análisis planteados para las variaciones de la altura metacéntrica y del coeficiente de estabilidad transversales, se verá que entre los planos límites se producen variaciones de signo opuesto, (Fig. 3.14), es decir,

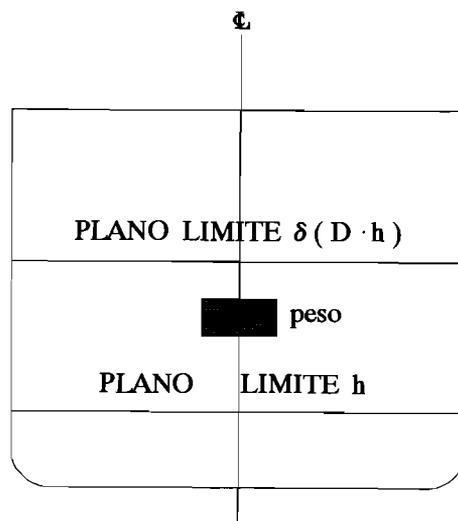


Fig. 3.14 Carga de un peso pequeño entre planos límites transversales

$$p > 0 \quad \delta h < 0 \quad \delta(D \cdot h) > 0$$

$$p < 0 \quad \delta h > 0 \quad \delta(D \cdot h) < 0$$

La justificación de esta aparente disparidad lógica está en la propia diferencia conceptual entre la altura metacéntrica, una distancia, y el coeficiente de estabilidad, un momento, ya que en este último, además de variar la altura metacéntrica, varía, también, el desplazamiento del buque. Por ejemplo, en el caso de carga de un peso en la zona entre planos límites transversales, hay que entender que si bien la altura metacéntrica disminuirá, el incremento del desplazamiento hará que el nuevo coeficiente sea mayor que el inicial.

### 3.8 Análisis de los cambios en la estabilidad longitudinal debido a la carga de un peso pequeño

Al igual que se ha hecho para el análisis de la estabilidad transversal, se definen y utilizan los planos límites longitudinales correspondientes a la altura metacéntrica y al coeficiente de estabilidad.

#### a) Plano límite para el análisis de la altura metacéntrica longitudinal

De las ecuaciones 3.74 y 3.75

$$\delta H = \frac{p}{D + p} \left( z + \frac{\delta z}{2} - H - z_g \right)$$

$$\delta H \approx - \frac{p}{D + p} H$$

se deduce que al cargar un peso pequeño la altura metacéntrica longitudinal siempre disminuye, mientras que si el peso se descarga la altura metacéntrica incrementará su valor. Por tanto, las consideraciones se reducen a,

$$p > 0 \quad \delta H < 0$$

$$p < 0 \quad \delta H > 0$$

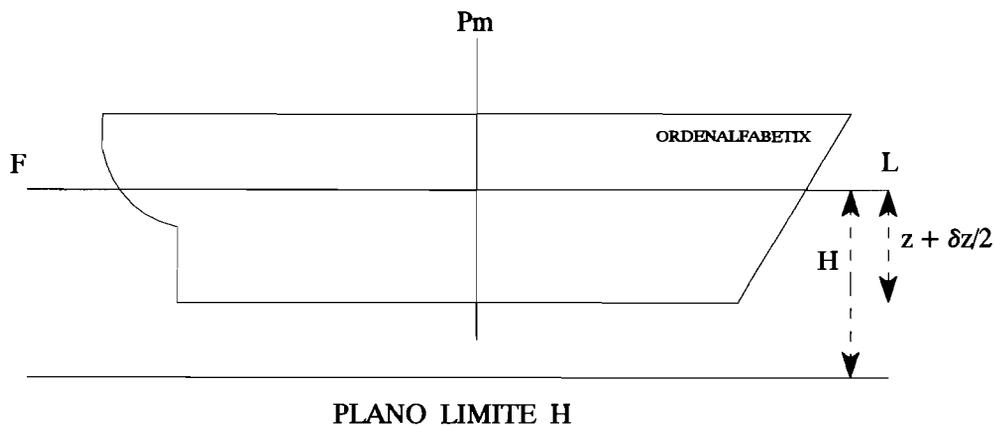


Fig. 3.15 Plano límite. Altura metacéntrica longitudinal

Dado que

$$H > z + \frac{\delta z}{2}$$

el plano límite estará muy por debajo de la quilla del buque, (Fig. 3.15), lo que solamente permite hacer las consideraciones de cargar o descargar por encima del plano límite.

b) *Plano límite para el análisis del coeficiente de estabilidad longitudinal*

Si se parte de la ecuación 3.79,

$$\delta(D \cdot H) = p \left( z + \frac{\delta z}{2} - z_g \right)$$

El plano límite para el coeficiente de estabilidad longitudinal se sitúa en la flotación del buque, o a la mitad de la rebanada de inmersión paralela si no se desprecia su valor. A partir de aquí se puede hacer un estudio semejante al realizado para el coeficiente de estabilidad transversal. Sin embargo, y de acuerdo con la ecuación 3.82

$$\delta(D \cdot H) \approx 0$$

se suele suponer que la variación del coeficiente de estabilidad longitudinal es prácticamente nula.

### 3.9 Efecto del traslado de un peso sobre la estabilidad inicial

El traslado de un peso puede tratarse como una operación de descarga en la posición inicial y una carga en la situación final. En este apartado se va a realizar el estudio utilizando las ecuaciones propias del traslado de un peso, viendo en primer lugar los efectos sobre la estabilidad inicial transversal, esto es, altura metacéntrica y escora, y en segundo lugar sobre la estabilidad longitudinal, es decir, altura metacéntrica longitudinal, alteración del asiento y calados después del traslado, (Fig. 3.16).

Los movimientos vertical y transversal del centro de gravedad del buque se expresan mediante las ecuaciones 2.19 y 2.20,

$$\delta z_G = \frac{p \cdot dv}{D}$$

$$dv = z_{g2} - z_{g1}$$

$$\delta y_G = \frac{p \cdot dt}{D}$$

$$dt = y_{g_2} - y_{g_1}$$

siendo  $p$  el peso trasladado.

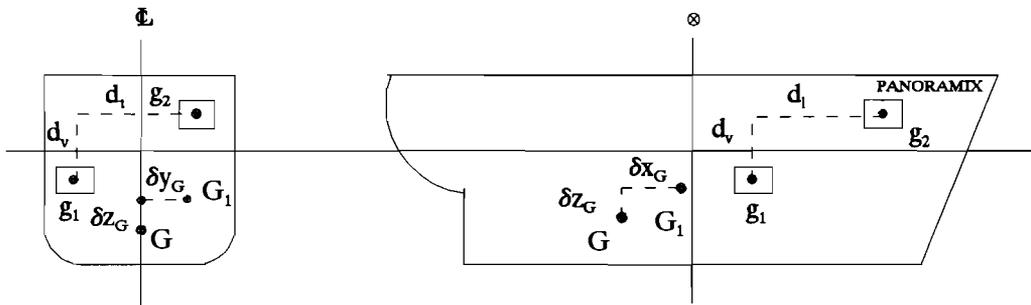


Fig. 3.16 Traslado de un peso

La altura metacéntrica transversal es igual a

$$h = z_M - z_G$$

y su variación,

$$\delta h = \delta z_M - \delta z_G$$

Dado que no se modifica el valor del volumen sumergido, y, por tanto, el del calado medio, la altura del metacentro sobre la quilla será la misma, no habrá valor  $\delta z_M$ , siendo toda la variación de la altura metacéntrica debida al movimiento vertical del centro de gravedad del buque,

$$\delta h = - \delta z_G \quad (3.87)$$

$$\delta h = - \frac{p \cdot dt}{D} \quad (3.88)$$

Analizando la ecuación anterior,

$$\delta h > 0 \quad dv < 0$$

$$\delta h < 0 \quad dv > 0$$

Es decir, para que aumente el valor de la altura metacéntrica el peso debe trasladarse a una posición más baja. Subiendo el peso se producirá el efecto contrario, esto es, disminuirá el valor de la altura metacéntrica.

La nueva altura metacéntrica tendrá por valor,

$$h_1 = h + \delta h \quad (3.89)$$

$$h_1 = h - \frac{p \cdot dv}{D} \quad (3.90)$$

Los momentos escorante y adrizante del buque debido al traslado serán,

$$Me = p \cdot dt$$

$$Ma = D \cdot h_1 \cdot \delta\theta$$

Al igualarse ambos momentos el buque quedará en equilibrio con una escora permanente cuyo valor se obtendrá a partir de la ecuación

$$\delta\theta = \frac{p \cdot dt}{D \cdot h_1} \quad (3.91)$$

Para el estudio de la estabilidad longitudinal se parte de las ecuaciones 2.19 y 2.21 del movimiento vertical y longitudinal del centro de gravedad del buque, (Fig. 3.16),

$$\delta z_G = \frac{p \cdot dv}{D}$$

$$dv = z_{g_2} - z_{g_1}$$

$$\delta x_G = \frac{p \cdot dl}{D}$$

$$dl = x_{g_2} - x_{g_1}$$

Al igual que para la estabilidad transversal, la variación de la altura metacéntrica longitudinal será igual al movimiento vertical del centro de gravedad del buque, ya que no hay cambios en la altura del metacentro longitudinal sobre la quilla,

$$H = z_{M_L} - z_G$$

$$\delta H = \delta z_{M_L} - \delta z_G$$

$$\delta H = - \delta z_G \quad (3.92)$$

$$\delta H = - \frac{p \cdot dv}{D} \quad (3.93)$$

La nueva altura metacéntrica longitudinal quedará determinada por,

$$H_1 = H + \delta H \quad (3.94)$$

$$H_1 = H - \frac{p \cdot dv}{D} \quad (3.95)$$

No obstante, si los cálculos no requieren mayor exactitud, se puede suponer que

$$H_1 \approx H$$

El momento de trimado producido por el traslado longitudinal del peso, será

$$Mt = p \cdot dl$$

Dividiéndolo por el momento unitario, el resultado dará la alteración producida,

$$a = \frac{Mt}{Mu} = \frac{p \cdot dl}{Mu} \quad (3.96)$$

Para hallar los calados finales, simplemente se reparte la alteración calculada en alteración de popa y de proa, que se sumarán algebraicamente a los calados iniciales de las cabezas correspondientes,

$$a_{pp} = \frac{a}{E} dpp \quad dpp = \frac{E}{2} - \otimes F \quad (3.97)$$

$$a_{pr} = \frac{a}{E} dpr \quad dpr = \frac{E}{2} - \otimes F \quad (3.98)$$

$$C_{pp_f} = C_{pp_i} + a_{pp} \quad (3.99)$$

$$C_{pr_f} = C_{pr_i} + a_{pr} \quad (3.100)$$

### 3.10 Efecto de un peso suspendido sobre la estabilidad transversal

Estando el buque adrizado, supóngase un peso a bordo y el extremo del puntal sobre él, a una distancia vertical  $l$ , (Fig. 3.17). Al izar el peso el efecto será el de disminuir la estabilidad. Para demostrarlo se introduce una escora pequeña al buque durante la operación de izado. Debido a esta escora el peso se moverá conservando la verticalidad. Al tratarse de una escora pequeña, el momento escorante producido será,

$$Me = p \cdot dt \approx p \cdot l \cdot \delta\theta$$

Al momento adrizante del buque, dentro de la estabilidad transversal inicial,

$$Ma = D \cdot h \cdot \delta\theta$$

le restamos el momento escorante para hallar el momento transversal residual,  $M_T$ ,

$$M_T = Ma - Me$$

$$M_T = D \cdot h \cdot \delta\theta - p \cdot l \cdot \delta\theta$$

$$M_T = D \cdot \delta\theta \left( h - \frac{p \cdot l}{D} \right)$$

En la ecuación anterior el término,

$$\frac{p \cdot l}{D} = \frac{p \cdot dv}{D} = \delta h$$

en el que  $dv = Kg_2 - Kg_1$ , es el valor de la disminución que sufre la altura metacéntrica debido al peso suspendido. Por lo tanto, el efecto producido es equivalente al del traslado vertical de un peso.

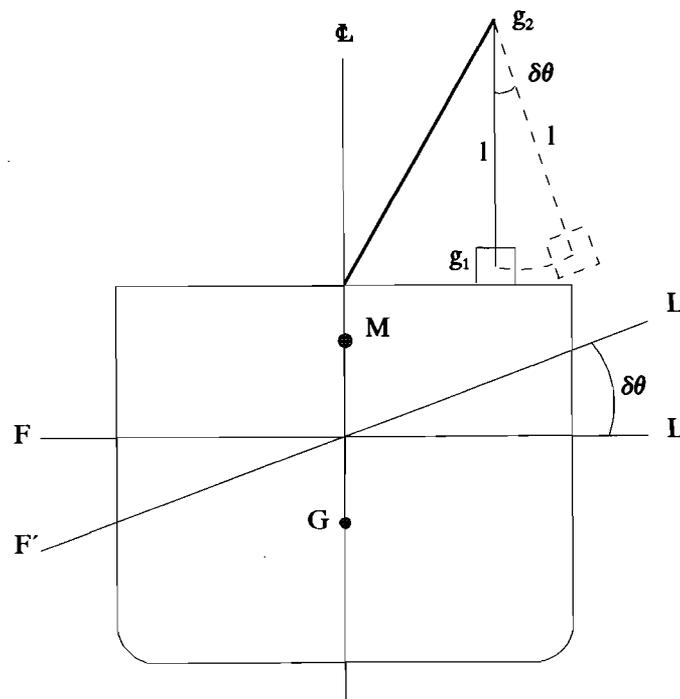


Fig. 3.17 Peso suspendido

Si el peso no está a bordo y se carga con los medios del buque, mientras esté suspendido equivaldrá a una carga en el extremo del puntal con los efectos consiguientes sobre los centros de carena y de gravedad, los calados, la escora y la estabilidad del buque.

### 3.11 Efecto de las superficies libres en la estabilidad transversal

Los tanques parcialmente llenos de líquido presentan una superficie denominada superficie libre. Al escorar el buque, el líquido mantiene su superficie horizontal, lo cual con relación al barco significa un traslado hacia la banda de la escora, (Fig. 3.18). El líquido contenido en el tanque forma una carena interior a la que le son aplicables los estudios de las carenas exteriores, interesándonos en concreto el realizado sobre el metacentro y el radio metacéntrico. Sobre la figura se observa el movimiento del centro de gravedad del líquido del tanque, es decir, de la carena interior, y el metacentro de la misma,  $m$ , al producirse una escora pequeña,  $\delta\theta$ . El momento escorante producido será igual a,

$$Me = p_c \cdot g_1 g_2 = p_l \cdot gg'$$

- $Me$  momento escorante debido a las superficies libres  
 $p_c$  peso del líquido de una cuña  
 $g_1 g_2$  brazo entre los centros de gravedad de las cuñas del líquido  
 $p_l$  peso del líquido del tanque  
 $gg'$  brazo entre los centros de gravedad después y antes de producirse la escora,  $\delta\theta$

Poniendo la fórmula del momento escorante en función del radio metacéntrico transversal de la carena interior,

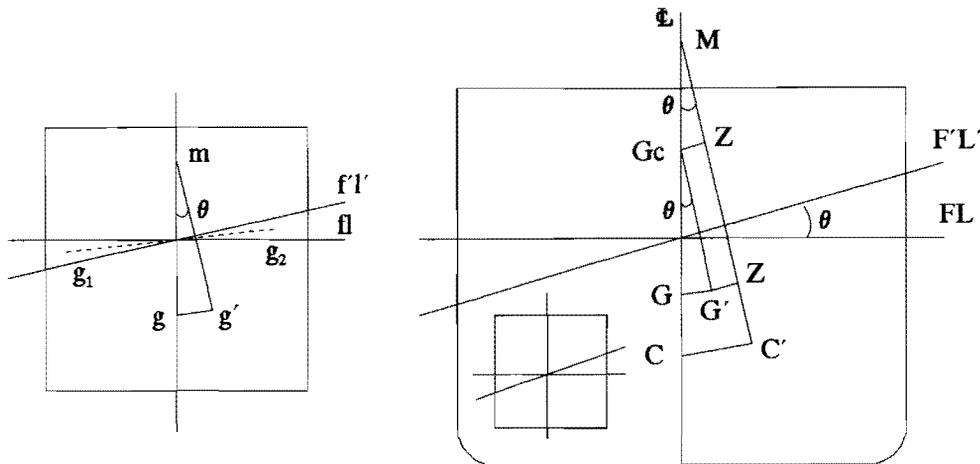


Fig. 3.18 Superficies libres

$$gg' = r_m \cdot \delta\theta = \frac{i}{v_l} \cdot \delta\theta$$

$$Me = p_l \cdot \frac{i}{v_l} \cdot \delta\theta = i \cdot \gamma_l \cdot \delta\theta$$

- $r_m$  radio metacéntrico transversal de la carena líquida interior  
 $\delta\theta$  escora  
 $i$  inercia transversal de la superficie libre del líquido con respecto a un eje longitudinal que pasa por el centro de gravedad de esta superficie  
 $\gamma_l$  densidad del líquido

Para hallar el momento transversal residual, al momento adrizante se le restará el momento escorante,

$$M_T = D \cdot h \cdot \delta\theta - i \cdot \gamma_l \cdot \delta\theta$$

$$M_T = D \cdot \delta\theta \left[ h - \frac{i \cdot \gamma_l}{D} \right]$$

$M_T$  momento transversal residual

La corrección que sufre la altura metacéntrica y, en consecuencia, el momento transversal inicial, es debida a la inercia de la superficie libre del líquido, que siempre será sustractiva. Cuando sean varios los tanques con superficies libres, la fórmula para hallar su corrección será,

$$csl = \frac{\sum i \cdot \gamma}{D} \quad (3.101)$$

La corrección por superficies libres interviene en el cálculo de la escora y del momento transversal del buque,

$$\delta\theta = \frac{M_T}{D \cdot \left( h - \frac{\sum i \cdot \gamma}{D} \right)} = \frac{M_T}{D \cdot GM_c} \quad (3.102)$$

$GM_c$  altura metacéntrica transversal corregida de superficies libres

$$M_T = D \cdot \delta\theta \left( h - \frac{\sum i \cdot \gamma}{D} \right) \quad (3.103)$$

## 4 Estabilidad a grandes escoras. Ecuaciones

### 4.1 Introducción

En el estudio de la estabilidad inicial se considera que los metacentros iniciales tanto transversal como longitudinal están fijos en los puntos  $M$  y  $M_L$ , respectivamente, y que en el caso concreto de la estabilidad transversal, el punto  $M$  queda situado sobre la línea central del buque debido a la simetría del mismo. Esta consideración es válida para ángulos de escora o de inclinación longitudinal pequeños, debiéndose interpretar el valor de ángulo pequeño en función de las formas del buque y de las necesidades objetivas de la aproximación con que se quieran los resultados que se deriven de la estabilidad del buque.

En el estudio de la estabilidad a grandes ángulos se generan unas necesidades de conocimiento de datos nuevas, como son, entre otros, el momento de giro y el brazo de este momento cuando el centro de gravedad del buque y el centro de carena no están en la misma vertical. Dado que el ángulo de inclinación longitudinal se puede considerar, en general, dentro de los planteamientos de la estabilidad inicial, los esfuerzos se dedicarán a la estabilidad transversal para grandes ángulos de escora. Para ello se parte de la condición  $\psi = 0$ , es decir, ángulo de inclinación longitudinal igual a cero. En la práctica, y dependiendo del grado de aproximación que se requiera en los datos a calcular, se puede considerar que las fórmulas que se deduzcan se podrán utilizar aún en el caso de que  $\psi \neq 0$ , ya que su valor suele ser muy pequeño.

### 4.2 Movimiento del centro de carena sobre el plano de inclinación transversal

El movimiento del centro de carena debido a inclinaciones equivolúmenes a grandes ángulos de escora, queda determinado por la curva "C" trayectoria, cuya proyección sobre el plano de inclinación transversal dará lugar a la curva "C" proyección o simplemente curva "C". Se van a hallar las ecuaciones de los movimientos vertical y transversal del centro de carena sobre este plano de inclinación.

Las coordenadas del centro de carena en la situación inicial y para la condición del buque adrizado serán,

$$x_c \quad y_c \quad z_c$$

y para un ángulo de escora  $\theta$ ,

$$x_{C_\theta} \quad y_{C_\theta} \quad z_{C_\theta}$$

De acuerdo con el planteamiento indicado se quieren hallar los movimientos vertical y transversal del centro de carena,

$$dy_C \quad dz_C$$

A partir de ellos y de la posición inicial del centro de carena se obtendrá la nueva situación del mismo sobre el plano de inclinación transversal.

A los ángulos de escora entre 0, posición inicial correspondiente al buque adrizado, y  $\theta$ , posición final considerada, de les denominará genéricamente  $\varphi$ .

En la figura 4.1 se representa el plano de inclinación transversal con la información siguiente:

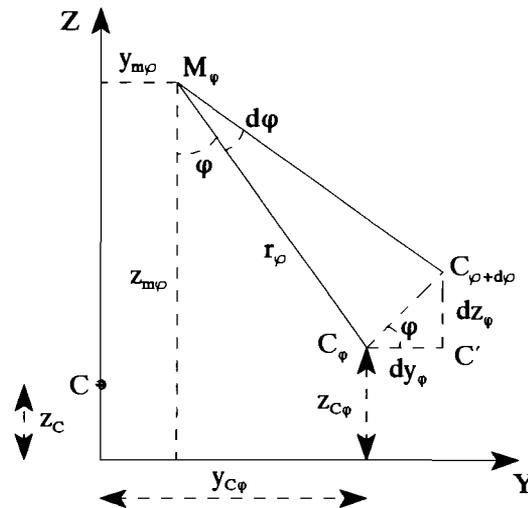


Fig. 4.1 Plano de inclinación transversal. Movimiento del centro de carena

$\varphi$	ángulo de escora
$d\varphi$	incremento de escora infinitesimal
$C_\varphi$	centro de carena para un ángulo de escora $\varphi$
$y_{C_\varphi}$	coordenada transversal del centro de carena, $C_\varphi$
$z_{C_\varphi}$	coordenada vertical del centro de carena, $C_\varphi$
$C_{\varphi+d\varphi}$	centro de carena para un ángulo de escora $\varphi + d\varphi$

$dy_\varphi$	movimiento transversal del centro de carena
$dz_\varphi$	movimiento vertical del centro de carena
$M_\varphi$	metacentro para la escora $\varphi$
$y_{M_\varphi}$	coordenada transversal del metacentro para la escora $\varphi$
$z_{M_\varphi}$	coordenada vertical del metacentro para la escora $\varphi$

Para un ángulo de escora  $\varphi$  el centro de carena estará en  $C_\varphi$ , desplazándose a  $C_{\varphi+d\varphi}$  debido a un incremento de escora infinitesimal,  $d\varphi$ . El metacentro,  $M_\varphi$ , puede considerarse en el mismo punto para ambas escoras,  $\varphi$  y  $\varphi+d\varphi$ , por lo tanto, los radios metacéntricos correspondientes a cada centro de carena tendrán el mismo valor,  $r_\varphi$ . Finalmente se establece la relación aproximada entre los ángulos

$$C_{\varphi+d\varphi} C_\varphi C' \approx \varphi$$

Sobre los triángulos  $C_\varphi C_{\varphi+d\varphi} C'$  y  $C_\varphi M_\varphi C_{\varphi+d\varphi}$ ,

$$dy_\varphi = C_\varphi C_{\varphi+d\varphi} \cdot \cos \varphi$$

$$dz_\varphi = C_\varphi C_{\varphi+d\varphi} \cdot \text{sen } \varphi$$

$$C_\varphi C_{\varphi+d\varphi} \approx r_\varphi \cdot d\varphi$$

$$dy_\varphi = r_\varphi \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi \quad (4.1)$$

$$dz_\varphi = r_\varphi \cdot \text{sen } \varphi \cdot d\varphi \quad (4.2)$$

Integrando estas dos expresiones entre 0 y  $\theta$ ,

$$\delta y_\theta = y_{C_\theta} - y_C = y_{C_\theta} = \int_0^\theta r_\varphi \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi \quad (4.3)$$

ya que para  $\theta = 0$ ,  $y_C = 0$ , y

$$\delta z_\theta = z_{C_\theta} - z_C = \int_0^\theta r_\varphi \cdot \text{sen } \varphi \cdot d\varphi \quad (4.4)$$

Las coordenadas transversal y vertical del metacentro, (Fig. 4.1), para una escora  $\theta$ , serán

$$y_{M_\theta} = y_{C_\theta} - r_\theta \cdot \text{sen } \theta \quad (4.5)$$

$$z_{M_\theta} = z_{C_\theta} + r_\theta \cdot \text{cos } \theta \quad (4.6)$$

### 4.3 Brazo y momento de estabilidad transversal a grandes ángulos de escora

Sobre el plano de inclinación transversal, (Fig. 4.2),  $C_\theta M_\theta$  es el radio metacéntrico y  $GZ$  el brazo del par de fuerzas para una escora  $\theta$ . En la figura deben tenerse en cuenta las siguientes condiciones geométricas:

$$GZ \parallel CR$$

$$GZ \perp C_\theta M_\theta$$

$$C_\theta M_\theta \parallel C'Q \parallel PG$$

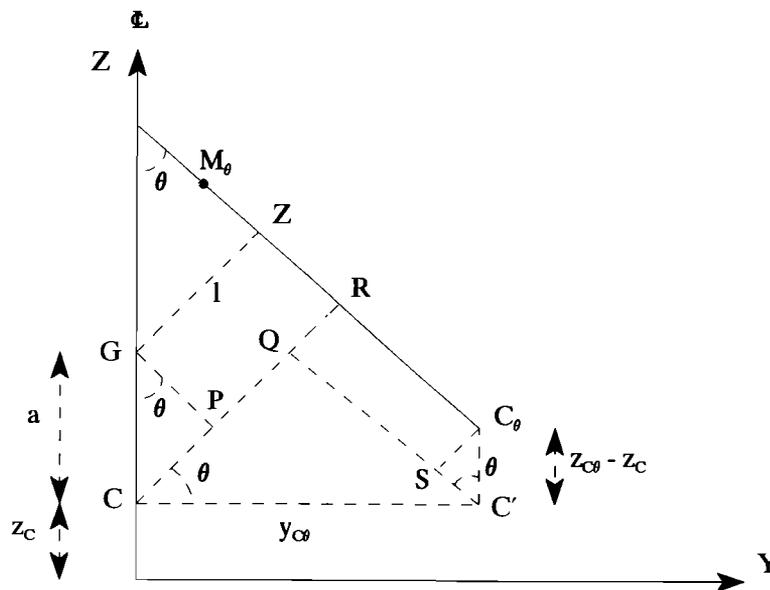


Fig. 4.2 Brazo de estabilidad transversal a grandes ángulos de escora

Para hallar el brazo GZ se parte de la relación,

$$GZ = CQ + QR - CP$$

$$CQ = y_{C_0} \cdot \cos \theta$$

$$QR = (z_{C_0} - z_C) \cdot \text{sen } \theta$$

$$CP = CG \cdot \text{sen } \theta = a \cdot \text{sen } \theta$$

$$GZ = y_{C_0} \cdot \cos \theta + (z_{C_0} - z_C) \cdot \text{sen } \theta - a \cdot \text{sen } \theta \quad (4.7)$$

El momento adrizante se obtendrá multiplicando el brazo por el desplazamiento del buque,

$$M_a = D \cdot GZ = D [ y_{C_0} \cdot \cos \theta + (z_{C_0} - z_C) \cdot \text{sen } \theta - a \cdot \text{sen } \theta ] \quad (4.8)$$

En estas ecuaciones el brazo GZ viene en función de las coordenadas del centro de carena, de la distancia entre las coordenadas verticales iniciales del centro de gravedad del buque y del centro de carena, y de la escora.

Substituyendo en las expresiones anteriores las coordenadas del centro de carena por los valores obtenidos en las ecuaciones 4.3 y 4.4 del apartado anterior, se hallarán unas nuevas expresiones para el brazo y el momento adrizantes en función de los radios metacéntricos transversales.

$$GZ = \int_0^{\theta} \cos \theta \cdot r_{\varphi} \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi + \int_0^{\theta} \text{sen } \theta \cdot r_{\varphi} \cdot \text{sen } \varphi \cdot d\varphi - a \cdot \text{sen } \theta$$

$$GZ = \int_0^{\theta} r_{\theta} (\cos \theta \cdot \cos \varphi + \text{sen } \theta \cdot \text{sen } \varphi) d\varphi - a \cdot \text{sen } \theta$$

Por trigonometría,

$$(\cos \theta \cdot \cos \varphi + \text{sen } \theta \cdot \text{sen } \varphi) = \cos (\theta - \varphi)$$

$$GZ = \int_0^{\theta} r_{\theta} \cdot \cos (\theta - \varphi) d\varphi - a \cdot \text{sen } \theta \quad (4.9)$$

teniendo en cuenta que,

$$r_{\varphi} = \frac{I_{x_{\varphi}}}{\nabla} = \frac{I_{x_{\varphi}}}{D/\gamma}$$

$I_{x_{\varphi}}$  inercia transversal con respecto a un eje longitudinal  $x$  que pasa por el centro de gravedad de la flotación correspondiente a una escora  $\varphi$

$$GZ = \frac{\gamma}{D} \int_0^{\theta} I_{x_{\varphi}} \cdot \cos(\theta - \varphi) d\varphi - a \cdot \text{sen } \theta \quad (4.10)$$

El momento adrizante se hallará multiplicando el brazo por el desplazamiento del buque,

$$M_a = D \cdot GZ = D \left[ \int_0^{\theta} r_{\varphi} \cdot \cos(\theta - \varphi) d\varphi - a \text{sen } \theta \right] \quad (4.11)$$

$$M_a = D \cdot GZ = \gamma \int_0^{\theta} I_{x_{\varphi}} \cdot \cos(\theta - \varphi) d\varphi - D \cdot a \cdot \text{sen } \theta \quad (4.12)$$

Ecuación que, así presentada, da el momento adrizante en función de la inercia transversal de la superficie de flotación. De hecho, el término de la integral,

$$\gamma \int_0^{\theta} I_{x_{\varphi}} \cdot \cos(\theta - \varphi) d\varphi \quad (4.13)$$

representa el momento producido por la variación del centro de carena  $y$ , por tanto, el momento de transferencia entre las cuñas de emersión e inmersión.

Integrando por partes el primer término del segundo miembro de la ecuación 4.9,

$$\int_0^{\theta} r_{\varphi} \cdot \cos(\theta - \varphi) d\varphi$$

para lo cual,

$$\int_0^{\theta} u \cdot dv = u \cdot v - \int_{r_0}^{r_{\theta}} v \cdot du$$

siendo,

$$u = r_{\varphi} \quad du = dr_{\varphi}$$

$$dv = \cos(\theta - \varphi) d\varphi \quad v = -\text{sen}(\theta - \varphi)$$

resultará,

$$\begin{aligned} & \int_0^{\theta} r_{\varphi} \cdot \cos(\theta - \varphi) d\varphi = \\ & = \left[ -r_{\varphi} \cdot \text{sen}(\theta - \varphi) \right]_0^{\theta} - \left[ -\int_{r_0}^{r_{\theta}} \text{sen}(\theta - \varphi) dr_{\varphi} \right] = \\ & = r \cdot \text{sen} \theta + \int_{r_0}^{r_{\theta}} \text{sen}(\theta - \varphi) dr_{\varphi} \end{aligned}$$

Por tanto, el brazo GZ será,

$$GZ = r \cdot \text{sen} \theta + \int_{r_0}^{r_{\theta}} \text{sen}(\theta - \varphi) dr_{\varphi} - a \cdot \text{sen} \theta$$

$$GZ = (r - a) \cdot \text{sen} \theta + \int_{r_0}^{r_{\theta}} \text{sen}(\theta - \varphi) dr_{\varphi} \quad (4.14)$$

y, el momento adrizante

$$M_a = D \cdot GZ = D (r - a) \text{sen} \theta + D \int_{r_0}^{r_{\theta}} \text{sen}(\theta - \varphi) dr_{\varphi} \quad (4.15)$$

Ecuaciones en las que  $r$  es el radio metacéntrico inicial transversal. En el primer término del segundo miembro de las ecuaciones 4.14 y 4.15 interviene

$$(r - a) \cdot \text{sen} \theta = h \cdot \text{sen} \theta$$

que corresponde al valor del brazo dentro de la estabilidad inicial. Consecuentemente el segundo término de este segundo miembro será la corrección a aplicar al brazo de la estabilidad inicial para obtener el brazo a grandes escoras.

Se han visto, por tanto, tres maneras diferentes de hallar el brazo y el momento adrizantes de la estabilidad estática transversal a grandes ángulos de escora, el primero de ellos en función de las coordenadas del centro de carena, (Ecs. 4.7 y 4.8), en el segundo interviene el radio metacéntrico, (Ecs. 4.9 y 4.11), mientras que en el tercero se plantea como una corrección a aplicar a la estabilidad inicial, (Ecs. 4.14 y 4.15).

#### 4.4 Estabilidad de formas y estabilidad de pesos

El par de fuerzas adrizante puede descomponerse en dos momentos: uno de ellos representativo de las formas del buque, y el otro en el que interviene el centro de gravedad del buque, y, por tanto, depende de la disposición de los pesos a bordo. A estos momentos se les denomina de estabilidad de formas y de estabilidad de pesos.

La ecuación 4.8 da el valor del momento adrizante en función del centro de carena y del brazo vertical  $CG = a$ .

$$M_a = D \cdot GZ = D [ y_{C_0} \cdot \cos \theta + (z_{C_0} - z_C) \operatorname{sen} \theta - a \cdot \operatorname{sen} \theta ]$$

Los dos términos del segundo miembro en los que figuran las coordenadas transversal y vertical del centro de carena serán los que definan el momento de estabilidad de formas, mientras que el término del brazo  $CG$ , entre el centro de gravedad del buque y el centro de carena, determinará el momento de estabilidad de pesos.

$$M_C = D \cdot GZ = D [ y_{C_0} \cdot \cos \theta + (z_{C_0} - z_C) \operatorname{sen} \theta ] \quad (4.16)$$

$$M_G = D \cdot a \cdot \operatorname{sen} \theta \quad (4.17)$$

$M_C$  momento de estabilidad de formas

$M_G$  momento de estabilidad de pesos

A la misma solución se puede llegar analizando las figuras 4.2 y 4.3. Por el centro de carena  $C_0$ , (Fig. 4.3), del buque con una escora  $\theta$ , pasará el empuje  $\gamma \cdot \nabla$ . El desplazamiento tendrá su punto de aplicación en el centro de gravedad del buque,  $G$ , y sobre el centro de carena,  $C$ , correspondiente a la situación inicial, se aplican dos fuerzas opuestas e iguales a las de empuje y desplazamiento indicadas. Se tendrán formados dos pares de giro: uno de empujes sobre los centros de carena y con brazo  $CR$ , y el otro de desplazamientos sobre el centro de carena  $C$  y el centro de gravedad  $G$ , con brazo  $CP$ . Sobre la figura 4.2 se observan los brazos  $CR$  y  $CP$ , brazos que corresponden a la estabilidad de formas y de pesos, respectivamente,



A partir de la ecuación 4.12 del momento adrizante, la descomposición en los momentos de formas y de pesos será la siguiente:

$$M_a = D \cdot GZ = \gamma \int_0^\theta I_{x_\varphi} \cdot \cos(\theta - \varphi) d\varphi - D \cdot a \cdot \text{sen } \theta$$

$$M_C = \gamma \int_0^\theta I_{x_\varphi} \cdot \cos(\theta - \varphi) d\varphi \quad (4.21)$$

$$M_G = D \cdot a \cdot \text{sen } \theta \quad (4.22)$$

#### 4.5 Estabilidad a grandes escoras de un buque de costados verticales

En el caso particular de un buque de costados verticales, (Fig. 4.4), se establece la relación siguiente entre las semimangas de dos flotaciones, supuesta la primera para la condición de buque adrizado y la segunda para un ángulo de escora  $\varphi$ ,

$$y_\varphi = \frac{y}{\cos \varphi} \quad (4.23)$$

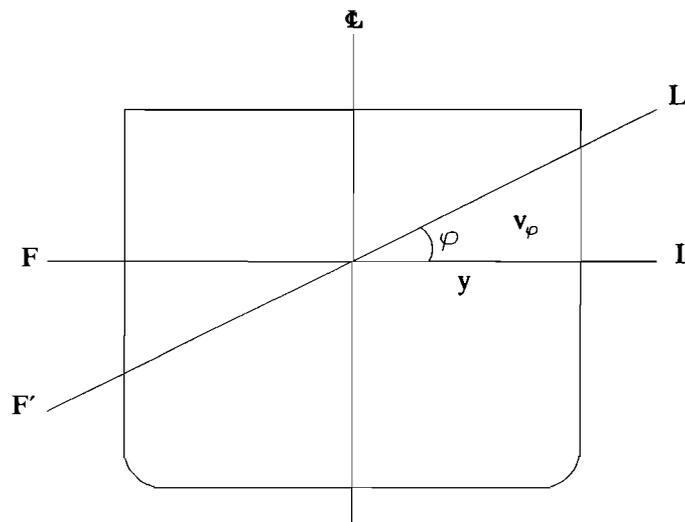


Fig. 4.4 Buque de costados verticales. Semimangas

## a) Radios metacéntricos

Las ecuaciones de los radios metacéntricos de cada flotación serán,

$$r = Ix / \nabla$$

$$r_{\varphi} = Ix_{\varphi} / \nabla$$

A partir de la relación anterior, (Ec. 4.23), entre las semimangas de las flotaciones, se obtendrán las relaciones entre las inercias y los radios metacéntricos,

$$Ix = \frac{2}{3} \int_{-\frac{E}{2}}^{+\frac{E}{2}} y^3 \cdot dx$$

$$Ix_{\varphi} = \frac{2}{3} \int_{-\frac{E}{2}}^{+\frac{E}{2}} y_{\varphi}^3 \cdot dx$$

$$Ix_{\varphi} = \frac{2}{3} \int_{-\frac{E}{2}}^{+\frac{E}{2}} \frac{y^3}{\cos^3 \varphi} dx$$

$$Ix_{\varphi} = \frac{Ix}{\cos^3 \varphi} \quad (4.24)$$

De aquí se deduce que,

$$\frac{r}{r_{\varphi}} = \frac{Ix}{Ix_{\varphi}} = \cos^3 \varphi$$

$$r_{\varphi} = \frac{r}{\cos^3 \varphi} \quad (4.25)$$

estableciéndose la relación entre los radios metacéntricos del buque adrizado y para una escora  $\varphi$ .

b) *Movimiento del centro de carena sobre el plano de inclinación transversal*

Las ecuaciones 4.3 y 4.4 calculan la variación del centro de carena,

$$y_{C_0} = \int_0^{\theta} r_{\varphi} \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi$$

$$z_{C_0} - z_C = \int_0^{\theta} r_{\varphi} \cdot \operatorname{sen} \varphi \cdot d\varphi$$

Con estas expresiones y teniendo en cuenta la relación establecida entre el radio metacéntrico para una escora y el radio metacéntrico para la flotación con el buque adrizado, se hallarán las ecuaciones que calculan las posiciones transversal y vertical del centro de carena en función de  $r$ , radio metacéntrico inicial (buque adrizado),

$$y_{C_0} = \int_0^{\theta} \frac{r}{\cos^3 \varphi} \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi$$

$$y_{C_0} = r \int_0^{\theta} \frac{d\varphi}{\cos^2 \varphi} = r \cdot \tan \theta \quad (4.26)$$

$$z_{C_0} - z_C = \int_0^{\theta} \frac{r}{\cos^3 \varphi} \cdot \operatorname{sen} \varphi \cdot d\varphi$$

$$z_{C_0} - z_C = r \int_0^{\theta} \tan \varphi \cdot \sec^2 \varphi \cdot d\varphi$$

$$\int_0^{\theta} \tan \varphi \cdot \sec^2 \varphi \cdot d\varphi = r \frac{\tan^2 \theta}{2}$$

$$z_{C_0} - z_C = r \frac{\tan^2 \theta}{2} \quad (4.27)$$

c) *Brazo y momento adrizantes*

La ecuación 4.7 da el valor del brazo adrizante,  $GZ$ , en función de las coordenadas transversal y vertical del centro de carena,

$$GZ = y_{C_0} \cdot \cos \theta + (z_{C_0} - z_C) \cdot \operatorname{sen} \theta - a \cdot \operatorname{sen} \theta$$

$$GZ = r \cdot \tan \theta \cdot \cos \theta + r \frac{\tan^2 \theta}{2} \operatorname{sen} \theta - a \cdot \operatorname{sen} \theta$$

$$GZ = \operatorname{sen} \theta \left[ (r - a) + r \frac{\tan^2 \theta}{2} \right] \quad (4.28)$$

Ecuación del brazo adrizante GZ para un buque de costados verticales.

La ecuación del momento adrizante,  $D \cdot GZ$ , será,

$$D \cdot GZ = D \cdot \operatorname{sen} \theta \left[ (r - a) + r \frac{\tan^2 \theta}{2} \right] \quad (4.29)$$

d) *Coordenadas transversal y vertical del metacentro*

Las ecuaciones 4.5 y 4.6 que calculan las coordenadas transversal y vertical del metacentro para una escora  $\theta$ , son

$$y_{M_0} = y_{C_0} - r_0 \cdot \operatorname{sen} \theta$$

$$z_{M_0} = z_{C_0} + r_0 \cdot \cos \theta$$

Substituyendo las coordenadas del centro de carena por los valores dados en las ecuaciones 4.26 y 4.27, y el radio metacéntrico  $r_0$  por su valor en función del radio metacéntrico inicial, de acuerdo con la ecuación 4.25,

$$r_0 = \frac{r}{\cos^3 \theta}$$

$$y_{M_0} = r \cdot \tan \theta - \frac{r}{\cos^3 \theta} \cdot \operatorname{sen} \theta$$

$$y_{M_0} = r \left( \tan \theta - \frac{\tan \theta}{\cos^2 \theta} \right)$$

$$\begin{aligned} \tan \theta - \frac{\tan \theta}{\cos^2 \theta} &= \frac{\tan \theta (\cos^2 \theta - 1)}{\cos^2 \theta} = \\ &= \frac{\tan \theta (-\operatorname{sen}^2 \theta)}{\cos^2 \theta} = -\tan^3 \theta \end{aligned}$$

$$y_{M_\theta} = -r \cdot \tan^3 \theta \quad (4.30)$$

$$z_{M_\theta} = z_C + r \frac{\tan^2 \theta}{2} + \frac{r}{\cos^3 \theta} \cdot \cos \theta$$

$$z_{M_\theta} = z_C + r \left( \frac{\tan^2 \theta}{2} + \frac{1}{\cos^2 \theta} \right)$$

Al ser,

$$\sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta$$

$$\frac{\tan^2 \theta}{2} + \sec^2 \theta = \frac{\tan^2 \theta}{2} + 1 + \tan^2 \theta = 1 + \frac{3}{2} \tan^2 \theta$$

por lo tanto,

$$z_{M_\theta} = z_C + r \left( 1 + \frac{3}{2} \tan^2 \theta \right) \quad (4.31)$$

Las ecuaciones 4.30 y 4.31 calculan las posiciones transversal y vertical, respectivamente, del metacentro transversal para una escora  $\theta$ . Despejando en la ecuación 4.30 la escora e introduciendo la expresión así obtenida en la ecuación 4.31, se llegará a la ecuación general de la evoluta metacéntrica,

$$\tan^3 \theta = -\frac{y_{M_\theta}}{r}$$

$$z_{M_\theta} = z_C + r \left[ 1 + \frac{3}{2} \left( -\frac{y_{M_\theta}}{r} \right)^{2\beta} \right]$$

$$z_{M_\theta} = z_C + r \left[ 1 + \frac{3}{2} \left( \frac{y_{M_\theta}}{r} \right)^{2\beta} \right] \quad (4.32)$$

#### 4.6 Altura metacéntrica generalizada

Se denomina altura metacéntrica generalizada,  $h_\theta$ , a la distancia vertical entre el metacentro transversal para una escora  $\theta$  y la proyección del centro de gravedad sobre la línea de empuje que pasa por el centro de carena del volumen sumergido correspondiente a esta escora. En la figura 4.2, (página 148), está representado este parámetro de la estabilidad, siendo,

$$ZM_\theta = h_\theta$$

En el caso de que el buque estuviera adrizado, la altura metacéntrica generalizada coincidiría con la altura metacéntrica transversal inicial.

Para hallar el valor de la altura metacéntrica generalizada se establecen sobre la figura 4.2 las siguientes relaciones,

$$ZM_\theta = C_\theta M_\theta - C_\theta R - RZ$$

$$ZM_\theta = C_\theta M_\theta - C'Q + C'S - RZ$$

$$h_\theta = r_\theta - y_{C_\theta} \cdot \text{sen } \theta + (z_{C_\theta} - z_C) \cdot \cos \theta - a \cdot \cos \theta \quad (4.33)$$

También se puede llegar a esta fórmula partiendo de la ecuación 4.7,

$$GZ = l = y_{C_\theta} \cdot \cos \theta + (z_{C_\theta} - z_C) \cdot \text{sen } \theta - a \cdot \text{sen } \theta$$

Derivando con respecto a la escora,

$$\frac{dl}{d\theta} = \frac{dy_{C_\theta}}{d\theta} \cdot \cos \theta - y_{C_\theta} \cdot \text{sen } \theta + \frac{dz_{C_\theta}}{d\theta} \cdot \text{sen } \theta + (z_{C_\theta} - z_C) \cdot \cos \theta - a \cdot \cos \theta$$

De las ecuaciones 4.1 y 4.2,

$$dy_{C_0} = r_0 \cdot \cos \theta \cdot d\theta$$

$$dz_{C_0} = r_0 \cdot \text{sen } \theta \cdot d\theta$$

se obtiene,

$$\frac{dy_{C_0}}{d\theta} = r_0 \cdot \cos \theta$$

$$\frac{dz_{C_0}}{d\theta} = r_0 \cdot \text{sen } \theta$$

Substituyendo en la derivada anterior,

$$\frac{dl}{d\theta} = r_0 \cdot \cos^2 \theta - y_{C_0} \cdot \text{sen } \theta + r_0 \cdot \text{sen}^2 \theta + (z_{C_0} - z_C) \cdot \cos \theta - a \cdot \cos \theta$$

$$\frac{dl}{d\theta} = r_0 (\cos^2 \theta + \text{sen}^2 \theta) - y_{C_0} \cdot \text{sen } \theta + (z_{C_0} - z_C) \cdot \cos \theta - a \cdot \cos \theta$$

siendo,

$$\text{sen}^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\frac{dl}{d\theta} = r_0 - y_{C_0} \cdot \text{sen } \theta + (z_{C_0} - z_C) \cdot \cos \theta - a \cdot \cos \theta \quad (4.34)$$

Por tanto, la derivada del brazo con respecto a la escora es igual a la altura metacéntrica generalizada,

$$\frac{dl}{d\theta} = h_0 \quad (4.35)$$

Para el caso del buque adrizado, suponiendo que esta situación sea de equilibrio,

$$\left( \frac{dl}{d\theta} \right)_{\theta=0} = r - a = h \quad (4.36)$$

Es decir, que el valor de la derivada será igual a la altura metacéntrica transversal inicial.

#### 4.7 Variación del brazo de estabilidad transversal debido a la carga o descarga de un peso pequeño

En este mismo capítulo se han estudiado la estabilidad de formas y de pesos, quedando el brazo de estabilidad dividido por tales conceptos en dos brazos, uno de ellos depende de las formas del buque y el otro de la distribución de pesos a bordo. Esto queda expresado a través de las ecuaciones 4.7, 4.20, 4.18 y 4.19,

$$l = y_{C_0} \cdot \cos \theta + (z_{C_0} - z_C) \cdot \operatorname{sen} \theta - a \cdot \operatorname{sen} \theta$$

$$l = l_C - l_G$$

$$l_C = y_{C_0} \cdot \cos \theta + (z_{C_0} - z_C) \cdot \operatorname{sen} \theta$$

$$l_G = a \cdot \operatorname{sen} \theta$$

Para conocer el efecto que la carga o la descarga de un peso pequeño produce sobre el brazo y el momento de estabilidad transversal, se hallarán separadamente las variaciones que sufren los brazos de formas y de pesos, y, posteriormente, se sumarán estos valores. Además de considerar que el peso es pequeño, se supone que el buque en equilibrio está adrizado y que el peso se carga en el plano diametral o, si se quiere ser más riguroso, en la vertical del centro de flotación.

Las ecuaciones 4.3 y 4.4 dan el movimiento del centro de carena sobre el plano de inclinación transversal para escoras equivolumenes. Para la condición inicial, antes de cargar o descargar el peso, las variaciones transversal y vertical del centro de carena serán,

$$\delta y_{C_0} = y_{C_0} = \int_0^{\theta} r_{1\varphi} \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi$$

$$\delta z_{C_0} = z_{C_0} - z_C = \int_0^{\theta} r_{1\varphi} \cdot \operatorname{sen} \varphi \cdot d\varphi$$

De manera análoga se expresarán las nuevas coordenadas del centro de carena después de la operación de carga o descarga,

$$y_{C_{10}} = \int_0^{\theta} r_{1\varphi} \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi \quad (4.37)$$

$$z_{C_{1\theta}} - z_{C_1} = \int_0^{\theta} r_{1\varphi} \cdot \text{sen } \varphi \cdot d\varphi \quad (4.38)$$

Tratándose de un peso pequeño, puede suponerse que las inercias transversales de las flotaciones antes y después de la carga, para una misma escora, son aproximadamente iguales, con lo cual,

$$r_{\varphi} = \frac{I_{x_{\varphi}}}{\nabla}$$

$$r_{1\varphi} = \frac{I_{x_{1\varphi}}}{\nabla + \delta\nabla}$$

$$I_{x_{\varphi}} \approx I_{x_{1\varphi}}$$

$$r_{\varphi} \cdot \nabla = r_{1\varphi} \cdot (\nabla + \delta\nabla)$$

$$r_{1\varphi} = r_{\varphi} \frac{\nabla}{\nabla + \delta\nabla}$$

$$r_{1\varphi} = r_{\varphi} \frac{D}{D + p} \quad (4.39)$$

Substituyendo en las fórmulas anteriores del nuevo centro de carena, (Ecs. 4.37 y 4.38), el valor del radio metacéntrico, para una escora, en función del radio metacéntrico inicial, (Ec. 4.39),

$$y_{C_{1\theta}} = \int_0^{\theta} r_{\varphi} \frac{D}{D + p} \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi$$

$$y_{C_{1\theta}} = \frac{D}{D + p} \cdot y_{C_{\theta}} \quad (4.40)$$

$$z_{C_{1\theta}} - z_{C_1} = \int_0^{\theta} r_{\varphi} \frac{D}{D + p} \cdot \text{sen } \varphi \cdot d\varphi$$

$$z_{C_1} - z_{C_1} = \frac{D}{D+p} \cdot (z_{C_0} - z_C) \quad (4.41)$$

El brazo de la estabilidad de formas para después de la carga, será

$$l_{C_1} = y_{C_1} \cdot \cos \theta + (z_{C_1} - z_{C_1}) \cdot \text{sen } \theta \quad (4.42)$$

Introduciendo los valores de las variaciones transversal y longitudinal del centro de carena de las ecuaciones 4.40 y 4.41, en la ecuación anterior,

$$l_{C_1} = \frac{D}{D+p} [ y_{C_0} \cdot \cos \theta + (z_{C_0} - z_C) \cdot \text{sen } \theta ] \quad (4.43)$$

Por tanto,

$$l_{C_1} = l_C \frac{D}{D+p} \quad (4.44)$$

La variación que se producirá en el brazo de formas debido a la carga de un peso pequeño será igual a la diferencia entre los brazos de formas correspondientes a después y antes de la carga,

$$\delta l_C = l_{C_1} - l_C$$

$$\delta l_C = \frac{D}{D+p} \cdot l_C - l_C$$

$$\delta l_C = - \frac{p}{D+p} \cdot l_C \quad (4.45)$$

Se va a calcular, ahora, la variación que se produce en el brazo de estabilidad de pesos. La ecuación de este brazo es,

$$l_G = a \cdot \text{sen } \theta$$

siendo,

$$a = z_G - z_C$$

Por tanto,

$$l_G = (z_G - z_C) \cdot \text{sen } \theta$$

Para una misma escora y dentro de las suposiciones realizadas al principio, buque adrizado, peso pequeño y cargado en el plano diametral, las variaciones que se producirán al cargar un peso vendrán determinadas por los movimientos verticales que tengan el centro de gravedad del buque y el centro de carena,

$$\delta l_G = (\delta z_G - \delta z_C) \cdot \text{sen } \theta \quad (4.46)$$

De acuerdo con las ecuaciones 3.63 y 3.61, las variaciones verticales serán, respectivamente,

$$\delta z_G = \frac{p}{D + p} \cdot (z_g - z_G)$$

$$\delta z_C = \frac{p}{D + p} \cdot \left( z + \frac{\delta z}{2} - z_C \right)$$

siendo,

$$\delta z = I = \frac{p}{Tc}$$

$z_g$	coordenada vertical del centro de gravedad del peso
$z$	calado
$\delta z = I$	inmersión paralela producida por la carga del peso

Substituyendo en la ecuación 4.46, se hallará la variación producida en el brazo de la estabilidad de formas,

$$\delta l_G = \frac{p}{D + p} \left[ (z_g - z_G) - \left( z + \frac{\delta z}{2} - z_C \right) \right] \cdot \text{sen } \theta$$

$$\delta l_G = - \frac{p}{D + p} \left( z + \frac{\delta z}{2} + z_G - z_C - z_g \right) \cdot \text{sen } \theta \quad (4.47)$$

Finalmente, la variación del brazo será la diferencia entre las variaciones del brazo de estabilidad de formas y del brazo de estabilidad de pesos,

$$\delta l = \delta l_C - \delta l_G \quad (4.48)$$

$$\delta l = - \frac{P}{D+p} l_C + \frac{P}{D+p} \left( z + \frac{\delta z}{2} + z_G - z_C - z_g \right) \cdot \text{sen } \theta$$

$$\delta l = \frac{P}{D+p} \left[ \left( z + \frac{\delta z}{2} + a - z_g \right) \cdot \text{sen } \theta - l_C \right] \quad (4.49)$$

Al ser,

$$l = l_C - a \cdot \text{sen } \theta$$

$$\delta l = \frac{P}{D+p} \left[ \left( z + \frac{\delta z}{2} - z_g \right) \cdot \text{sen } \theta - l \right] \quad (4.50)$$

En el caso de que el peso fuera asimétrico, es decir, no se cargara en el plano diametral, deberá tenerse en cuenta la corrección por el movimiento transversal del centro de gravedad del buque. El valor del brazo residual,  $l_r$ , se obtendrá de la forma siguiente, (Fig. 4.5),

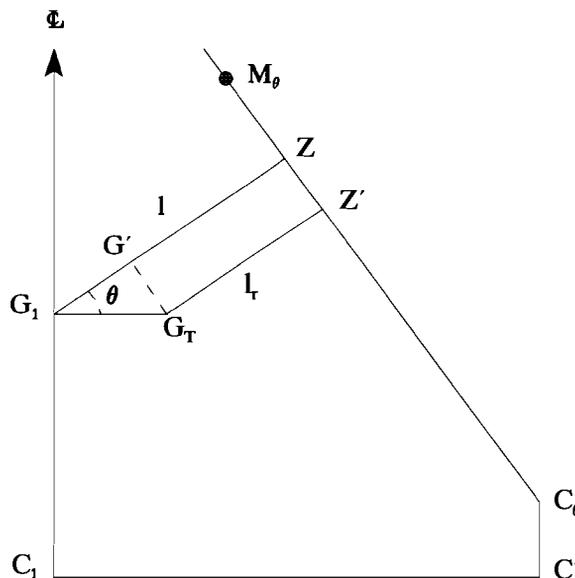


Fig. 4.5 Corrección al brazo por peso asimétrico

$$l_r = l - G_1 G'$$

$$l_r = l - y_G \cdot \cos \theta \quad (4.51)$$

siendo,

$$y_G = \frac{P}{D + p} \cdot y_g$$

por tanto,

$$l_r = l - \frac{P}{D + p} \cdot y_g \cdot \cos \theta \quad (4.52)$$

De lo que se desprende que la variación producida por la carga de un peso asimétrico es igual a

$$- \delta l_y = - \frac{P}{D + p} \cdot y_g \cdot \cos \theta \quad (4.53)$$

Volviendo a la ecuación 4.48, se introduce en el segundo miembro un término corrector adicional,

$$\delta l_r = \delta l_C - \delta l_G - \delta l_y \quad (4.54)$$

El valor de la variación del brazo se calculará a partir de las ecuaciones 4.50 y 4.53,

$$\delta l_r = \frac{P}{D + p} \left[ \left( z + \frac{\delta z}{2} - z_g \right) \text{sen } \theta - l \right] - \frac{P}{D + p} y_g \cdot \cos \theta$$

$$\delta l_r = \frac{P}{D + p} \left[ \left( z + \frac{\delta z}{2} - z_g \right) \text{sen } \theta - l - y_g \cdot \cos \theta \right] \quad (4.55)$$

#### 4.8 Variación del brazo de estabilidad transversal debido al traslado de un peso

De acuerdo con los planteamientos realizados a lo largo de este capítulo, el brazo de estabilidad transversal se mide sobre el plano de inclinación transversal. Por tanto, en el estudio del efecto del traslado de un peso sobre la estabilidad transversal, brazo y momento, se tendrán en cuenta los movimientos vertical y transversal del centro de gravedad del peso, con la consiguiente repercusión sobre el centro de gravedad del buque. Las ecuaciones que calculan estas variaciones son,

$$\delta z_G = \frac{p \cdot dv}{D}$$

$$dv = z_{g2} - z_{g1}$$

$$\delta y_G = \frac{p \cdot dt}{D}$$

$$dt = y_{g2} - y_{g1}$$

$\delta z_G, \delta y_G$	movimientos vertical y transversal del centro de gravedad del buque
D	desplazamiento
p	peso trasladado
dv, dt	distancias vertical y transversal de traslado del peso
$z_{g1}, y_{g1}$	coordenadas vertical y transversal inicial del peso
$z_{g2}, y_{g2}$	coordenadas vertical y transversal final del peso

La variación que se produce sobre el brazo de estabilidad transversal, y, en consecuencia, sobre el momento, se deberá al movimiento del centro de gravedad del buque. En la figura 4.6, se representan los brazos transversales antes y después del traslado del peso. Hallando la diferencia entre ellos se obtendrá el efecto del traslado sobre el brazo de estabilidad.

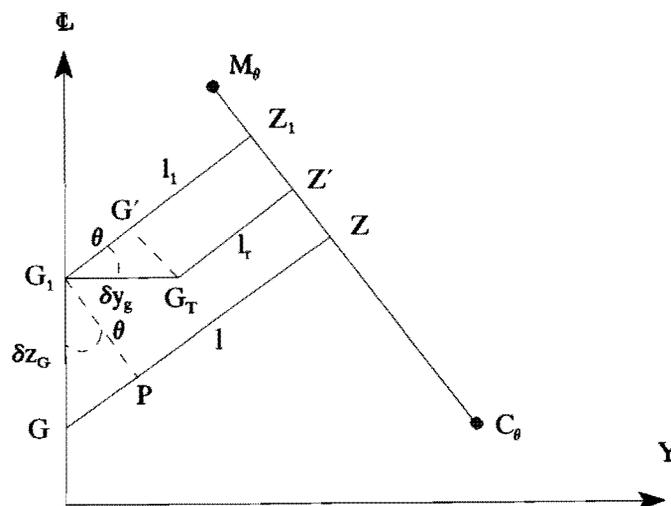


Fig. 4.6 Brazos de estabilidad transversal antes y después del traslado de un peso

$$l_1 = l - \delta z_G \cdot \text{sen } \theta$$

$$l_r = l_1 - \delta y_G \cdot \text{cos } \theta$$

$$l_r = l - \delta z_G \cdot \text{sen } \theta - \delta y_G \cdot \text{cos } \theta \quad (4.56)$$

$$\delta l = l - l_r \quad (3.57)$$

$$\delta l = - \delta z_G \cdot \text{sen } \theta - \delta y_G \cdot \text{cos } \theta \quad (4.58)$$

$$\delta l = - \frac{P}{D} [ (z_{s_2} - z_{s_1}) \cdot \text{sen } \theta + (y_{s_2} - y_{s_1}) \cdot \text{cos } \theta ] \quad (4.59)$$

Particularizando al caso de que el traslado se restrinja a uno de los dos movimientos, vertical o transversal, las correspondientes ecuaciones serán,

a) *Traslado vertical*

Para un buque en equilibrio y adrizado, la variación del brazo debida a un traslado vertical de un peso será,

$$\delta l = - \frac{P}{D} (z_{s_2} - z_{s_1}) \cdot \text{sen } \theta \quad (4.60)$$

Cuando el ángulo de escora sea cero, el valor de  $\delta l$  será, también, cero, lo cual es lógico ya que para el buque en equilibrio no habrá brazo.

b) *Traslado transversal*

Considerando solamente el efecto sobre el brazo debido al traslado transversal de un peso, la ecuación 4.59 se reducirá a la siguiente,

$$\delta l = - \frac{P}{D} (y_{s_2} - y_{s_1}) \cdot \text{cos } \theta \quad (4.61)$$

En esta última ecuación, cuando  $\theta = 0$ ,

$$\delta l = - \frac{P}{D} (y_{s_2} - y_{s_1})$$

$$\delta l = - \delta y_G$$

La segunda condición de equilibrio, centro de gravedad y centro de carena en la misma vertical, se dará para una escora permanente debido a los pesos asimétricos.

#### 4.9 Corrección al brazo y al momento adrizantes debida a las superficies libres de líquidos

En el apartado 3.11 se ha visto el efecto de las superficies libres en la estabilidad estática inicial transversal, concretándose en una corrección a la altura metacéntrica. En este apartado se va a estudiar la disminución que sufre el brazo de estabilidad estática a grandes escoras, y, en consecuencia, la disminución de su momento.

En las ecuaciones 4.10 y 4.12 se obtuvieron el brazo y el momento de estabilidad transversal a grandes ángulos de escora en función de las inercias transversales de las superficies de flotación que va tomando el buque hasta una escora determinada,

$$GZ = l = \frac{\gamma}{D} \int_0^\theta I_{x_p} \cdot \cos(\theta - \varphi) d\varphi - a \cdot \text{sen } \theta$$

$$M_a = D \cdot l = \gamma \int_0^\theta I_{x_p} \cdot \cos(\theta - \varphi) d\varphi - D \cdot a \cdot \text{sen } \theta$$

siendo el término de la integral,

$$\gamma \int_0^\theta I_{x_p} \cdot \cos(\theta - \varphi) d\varphi$$

un valor equivalente al del momento de transferencia entre las cuñas de emersión e inmersión de la carena del buque.

Aplicando este valor del momento de transferencia a la cuñas del líquido de un tanque que presente superficies libres, (Fig. 4.7), se tendrá

$$M_{sl} = \gamma_l \int_0^\theta i_{x_p} \cdot \cos(\theta - \varphi) d\varphi \quad (4.62)$$

siendo,

$M_{sl}$  momento de la superficie libre del tanque para una escora  $\theta$

$\gamma_l$  densidad del líquido del tanque  
 $i_{x\varphi}$  momento de inercia transversal de la superficie libre del tanque, para una escora  $\varphi$ , con respecto a un eje longitudinal que pase por su centro de gravedad

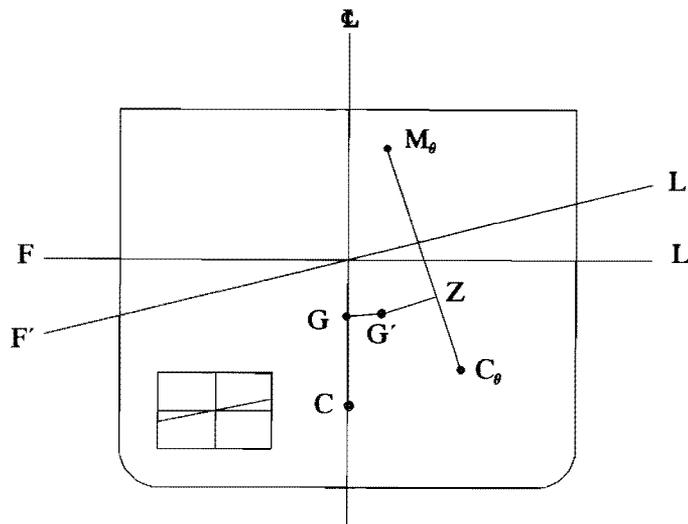


Fig. 4.7 Superficies libres a grandes escoras

La corrección al brazo de estabilidad transversal debido a la superficie libre del líquido de un tanque, será

$$csl = \frac{\gamma_l}{D} \int_0^\theta i_{x\varphi} \cdot \cos(\theta - \varphi) d\varphi$$

y para varios tanques,

$$csl = \sum \frac{\gamma_l}{D} \int_0^\theta i_{x\varphi} \cdot \cos(\theta - \varphi) d\varphi \quad (4.63)$$

csl corrección por superficies libres

Para hallar el brazo adrizante corregido por superficies libres, se restará al brazo l la corrección anterior,

$$l_{csl} = l - csl$$

$$l_{csl} = \frac{\gamma}{D} \int_0^{\theta} I_{x_p} \cdot \cos(\theta - \varphi) d\varphi - a \cdot \operatorname{sen} \theta -$$

$$- \sum \frac{\gamma_l}{D} \int_0^{\theta} i_{x_p} \cdot \cos(\theta - \varphi) d\varphi \quad (4.64)$$

El momento adrizante corregido de superficies libres tendrá como expresión,

$$M_{csl} = M_a - M_{sl}$$

$$M_{csl} = \gamma \int_0^{\theta} I_{x_p} \cdot \cos(\theta - \varphi) d\varphi - D \cdot a \cdot \operatorname{sen} \theta -$$

$$- \sum \gamma_l \int_0^{\theta} i_{x_p} \cdot \cos(\theta - \varphi) d\varphi \quad (4.65)$$

## 5 Estabilidad a grandes escoras. Curvas

### 5.1 Curva del centro de carena para escoras equivolúmenes

A partir de las ecuaciones 4.3 y 4.4 del capítulo anterior, que determinan las distintas posiciones que toma el centro de carena sobre el plano de inclinación transversal para escoras equivolúmenes, se podrán obtener los puntos que unidos darán la curva del centro de carena, (Fig. 5.1),

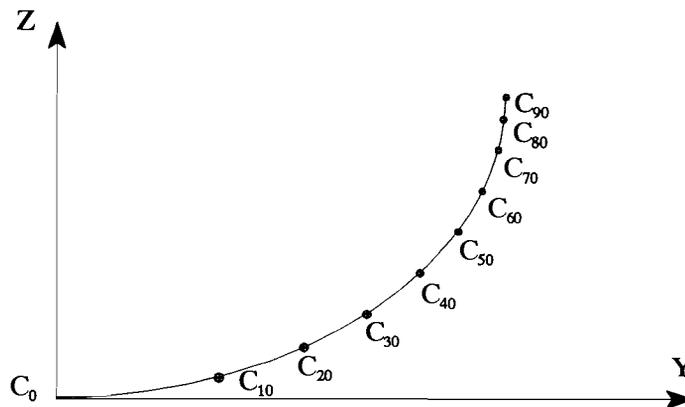


Fig. 5.1 Curva del centro de carena para escoras equivolúmenes

$$y_{C_\theta} = \int_0^\theta r_\varphi \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi$$

$$z_{C_\theta} = z_C + \int_0^\theta r_\varphi \cdot \sen \varphi \cdot d\varphi$$

En estas ecuaciones las coordenadas transversal y vertical se hallan a partir de los radios metacéntricos. También se pueden plantear en función de las inercias de las flotaciones que tome el buque al ir escorando,

$$r_{\varphi} = \frac{I_{x_{\varphi}}}{\nabla}$$

$$y_{C_{\theta}} = \frac{1}{\nabla} \int_0^{\theta} I_{x_{\varphi}} \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi$$

$$z_{C_{\theta}} = z_C + \frac{1}{\nabla} \int_0^{\theta} I_{x_{\varphi}} \cdot \operatorname{sen} \varphi \cdot d\varphi$$

Se recuerda que la línea de empuje correspondiente a un punto, centro de carena, es perpendicular a la curva del centro de carena en este punto.

## 5.2 Evoluta metacéntrica

Las ecuaciones 4.5 y 4.6 dan las posiciones del metacentro sobre el plano de inclinación transversal, para los distintos ángulos de escora que el buque vaya tomando,

$$y_{M_{\theta}} = y_{C_{\theta}} - r_{\theta} \cdot \operatorname{sen} \theta$$

$$z_{M_{\theta}} = z_{C_{\theta}} + r_{\theta} \cdot \cos \theta$$

La curva formada con los puntos así calculados se denomina evoluta metacéntrica, (Fig. 5.2), y tiene las siguientes características:

- a) Cada metacentro es el centro de curvatura de un arco correspondiente a la curva del centro de carena.
- b) La línea de empuje es tangente a la evoluta metacéntrica en un punto que es el metacentro transversal correspondiente a esta línea de empuje.
- c) Los cambios de signo en la evoluta metacéntrica vendrán determinados por los cambios de signo en la derivada,

$$\frac{dr_{\theta}}{d\theta}$$

En estos puntos de cambio de signo la evoluta presentará un máximo o un mínimo.

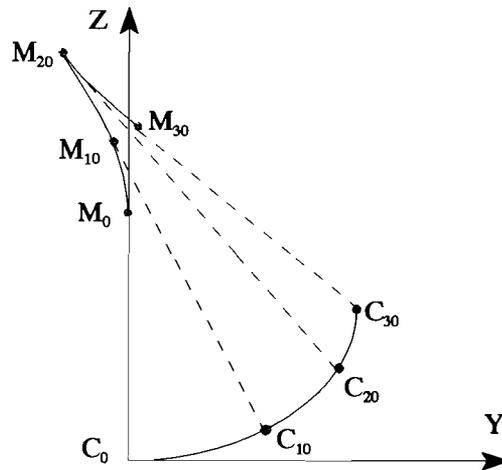


Fig. 5.2 Evoluta metacéntrica

Los segmentos  $C_0 \cdot M_0$ ,  $C_{10} \cdot M_{10}$ ,  $C_{20} \cdot M_{20}$ , ..., representan los radios metacéntricos a estos ángulos de escora.

Sobre la figura 5.3, a las flotaciones  $F_1 L_1$  y  $F_2 L_2$  separadas un ángulo de escora  $d\theta$ , les corresponden los centros de carena  $C_1$  y  $C_2$ , y los metacentros  $M_1$  y  $M_2$ , respectivamente.

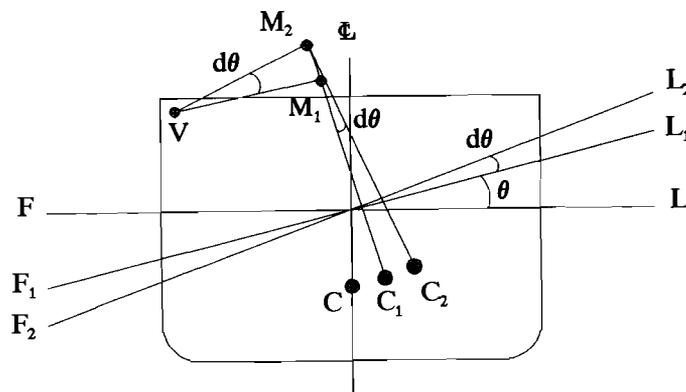


Fig. 5.3 Centro de curvatura de la evoluta metacéntrica

Si V es el centro de curvatura del trozo de evoluta metacéntrica entre  $M_1$  y  $M_2$ ,  $VM_1$  será paralelo a  $F_1L_1$  y perpendicular a  $C_1M_1$ , y  $VM_2$ , paralelo a  $F_2L_2$  y perpendicular a  $C_2M_2$ . El radio de la evoluta metacéntrica, entre  $M_1$  y  $M_2$ , se relaciona con las inercias de las flotaciones  $F_1L_1$  y  $F_2L_2$ , de la manera siguiente,

$$M_1M_2 = VM_1 \cdot d\theta = VM_2 \cdot d\theta$$

$$M_1M_2 \approx C_2M_2 - C_1M_1 = \frac{I_{e_2}}{\nabla} - \frac{I_{e_1}}{\nabla}$$

$$M_1M_2 = \frac{dI_e}{\nabla}$$

$$VM_1 = \frac{1}{\nabla} \frac{dI_e}{d\theta}$$

### 5.3 Diagrama polar de los brazos de estabilidad transversal

Hasta aquí y para unas escoras equivolúmenes se han trazado sobre el plano de inclinación transversal la curva del centro de carena y la evoluta metacéntrica. Supuesto el centro de gravedad del buque sobre la línea central para una condición de carga, trazando perpendiculares a las líneas de empuje quedarán determinados los brazos GZ para esta condición. Uniendo los pies de las perpendiculares, puntos Z, se obtendrá el diagrama polar de estabilidad, (Fig. 5.4).

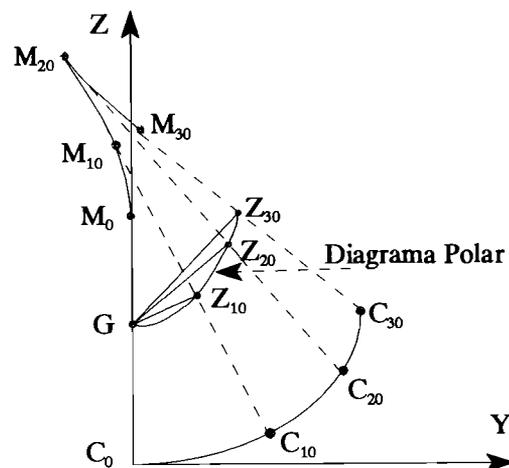


Fig. 5.4 Diagrama polar de estabilidad transversal

Se va a estudiar el caso en que el centro de gravedad del buque tenga un valor  $y_G \neq 0$ , por tanto tendrá la coordenada transversal con valor, y, en consecuencia, escora debido a la distribución asimétrica de la carga. Sobre la evoluta metacéntrica correspondiente al desplazamiento que tenga el buque se sitúa su centro de gravedad, y desde él se trazan tangentes a la evoluta, (Fig. 5.5), indicando los puntos de tangencia las escoras para las que se cumple la segunda condición de equilibrio, centro de carena y centro de gravedad en la misma vertical.

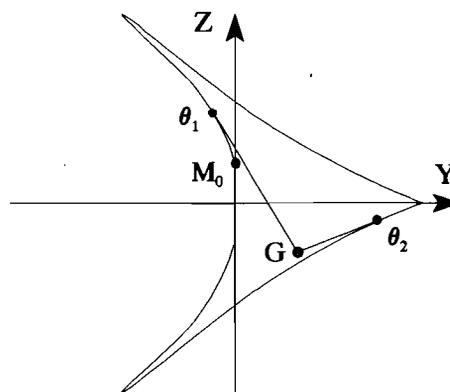


Fig. 5.5 Cálculo de la escora con la evoluta metacéntrica

En el caso de la figura se han trazado dos tangentes que dan dos escoras,  $\theta_1$  y  $\theta_2$ . A la primera, y tal como se observa en el gráfico, le corresponde una altura metacéntrica positiva y a la segunda una altura metacéntrica negativa. En el caso especial de que G estuviera sobre un punto de la evoluta significaría que la altura metacéntrica es nula.

#### 5.4 Curva de estabilidad estática

Los brazos GZ del par de estabilidad transversal suelen presentarse en un gráfico de coordenadas rectangulares en lugar del diagrama polar del apartado anterior. Sobre el eje de abscisas se sitúan las escoras y sobre el eje de ordenadas los brazos, (Fig. 5.6), que, también, podrían substituirse por los correspondientes momentos adrizantes, significando un simple cambio de escala dado que

$$M_a = D \cdot GZ = D \cdot l$$

En el capítulo 3, al estudiar la estabilidad estática inicial y, en concreto, la estabilidad estática transversal inicial, se vio que su medida se determina a través de la altura metacéntrica o del coeficiente de estabilidad transversal,

$$M_a = D \cdot h \cdot d\theta \quad (5.1)$$

al ser,

$$l = h \cdot d\theta \quad (5.2)$$

Para medir la estabilidad a grandes ángulos de escora es necesario conocer, además de la altura metacéntrica, la curva de estabilidad estática, ya que sus características permitirán establecer el grado de estabilidad que tiene el buque para una supuesta condición de carga.

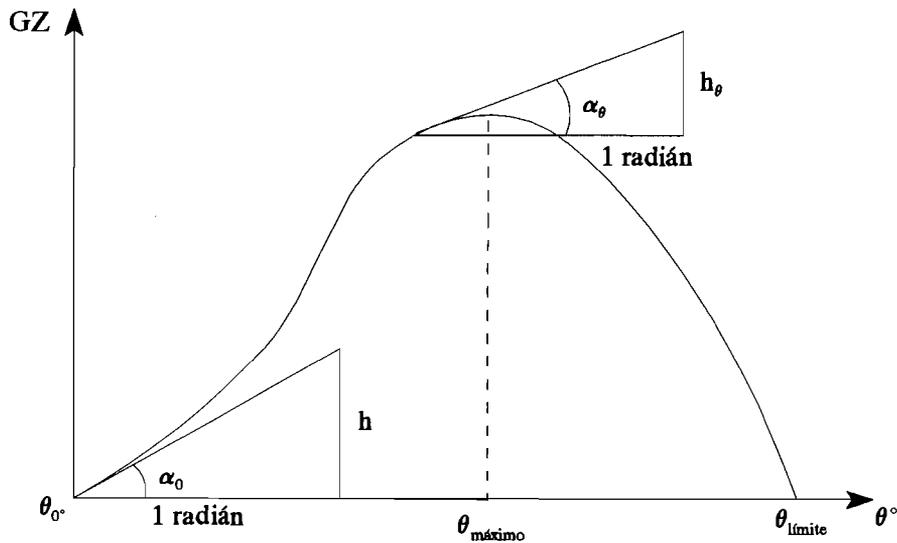


Fig. 5.6 Curva de estabilidad estática

Las características principales de la curva de brazos de estabilidad estática de un buque son las siguientes:

1. Punto de inflexión en el origen, (Fig. 5.7),

Supuesto el buque adrizado para la condición de equilibrio, es decir, ésta se producirá para  $\theta = 0$ , la curva de brazos tiene un punto de inflexión en el origen.

El buque es simétrico con respecto al plano diametral, manteniendo los brazos de estabilidad transversal los mismos valores absolutos a ambos lados de este plano, pero con el signo cambiado. Por tanto, se trata de una función impar, (función del tipo seno), de la forma,

$$l(-\theta) = -l(\theta) \quad (5.3)$$

$$l(\theta) = l^I(0) \cdot \theta + l^{III}(0) \frac{\theta^3}{3!} + l^V(0) \frac{\theta^5}{5!} + \dots \quad (5.4)$$

siendo el brazo en el origen, para este caso, igual a cero

$$l(\theta)_{\theta=0} = 0 \quad (5.5)$$

De todo ello se desprende que la función del brazo tiene la propiedad de presentar un punto de inflexión en el origen.

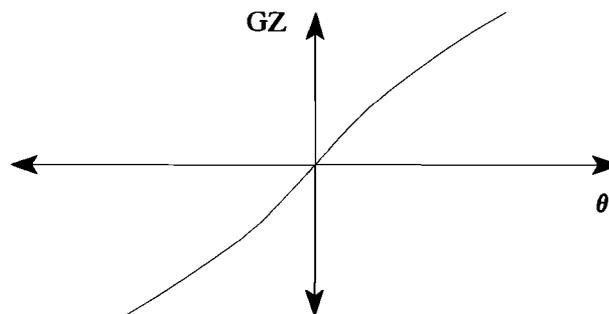


Fig. 5.7 Punto de inflexión en el origen

### 2. Curva de estabilidad estática inicial, (Fig. 5.6),

Las ecuaciones 5.1 y 5.2 corresponden al momento y al brazo dentro de la estabilidad estática transversal inicial. Su curva, dentro de la estabilidad inicial, será una línea recta cuya pendiente en el origen vendrá dada por,

$$\tan \alpha = \frac{h}{1 \text{ radián}} = h$$

siendo  $\alpha$  el ángulo entre el eje de abscisas y la recta del brazo de estabilidad trazada.

### 3. Brazo máximo, (Fig. 5.6),

Sobre la curva de estabilidad estática se obtendrá el brazo máximo y el ángulo de escora al que corresponde este valor,  $\theta_{1 \max}$ .

4. *Ángulo límite de estabilidad, (Fig. 5.6),*

Pasado el valor máximo del brazo, si sigue aumentando la escora, el brazo irá disminuyendo hasta cortar al eje de abscisas en un punto denominado ángulo límite de estabilidad, para el que el brazo será, por consiguiente, cero, y a partir del cual el brazo se hará negativo.

5. *La tangente en cualquier punto de la curva es igual a la altura metacéntrica generalizada, (Fig. 5.6),*

En el estudio de la altura metacéntrica generalizada se dedujo que la derivada del brazo con respecto a la escora es igual a la altura metacéntrica generalizada, (Ec. 4.35),

$$\frac{dl}{d\theta} = h_{\theta}$$

Para el caso particular del buque en equilibrio y adrizado, la ecuación es, (Ec. 4.36),

$$\left( \frac{dl}{d\theta} \right)_{\theta=0} = h$$

Por tanto, la tangente en el origen puede expresarse por

$$\tan \alpha_{\theta=0} = \frac{h}{1 \text{ radián}} = h$$

siendo 1 radián = 57,3°.

En cualquier otro punto de la curva de brazos, la tangente a la misma será igual a la altura metacéntrica generalizada para la escora del punto en cuestión,

$$\tan \alpha_{\theta} = \frac{h_{\theta}}{1 \text{ radián}} = h_{\theta}$$

En los buques mercantes básicamente se dan dos tipos clásicos de curvas:

a) *Buque adrizado y suficiente altura metacéntrica*

La figura 5.8 muestra una curva que caracteriza al buque de costados verticales con suficiente altura metacéntrica transversal inicial.

La tangente a la curva en el origen, igual a la altura metacéntrica, queda situada por encima de la curva.

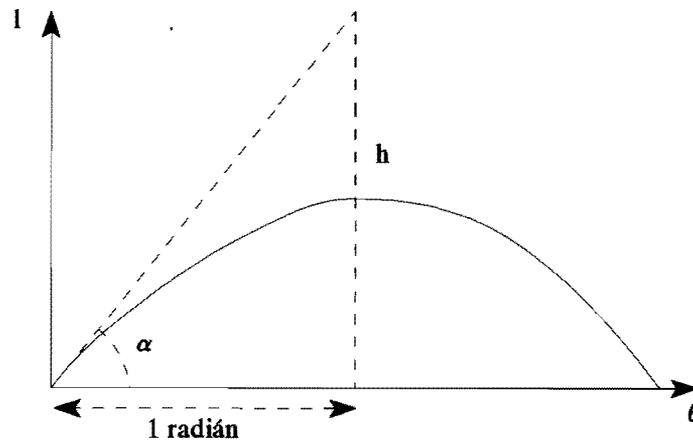


Fig. 5.8 Curva del brazo adrizante para un buque de costados verticales y suficiente GM

b) Buque adrizado y altura metacéntrica escasa

El otro tipo de curva caracteriza a los buques mercantes, también de costados verticales, pero con un valor escaso de la altura metacéntrica transversal inicial y con suficiente valor del francobordo. En este caso, (Fig. 5.9), la curva presenta un punto de inflexión entre el origen y el máximo valor del brazo, con tendencia a estar más cerca del origen. La tangente en el origen a la curva pasa por debajo de la misma. A pesar de esta situación que afecta a la estabilidad inicial, el buque llegará a tener una estabilidad adecuada si el brazo alcanza un máximo elevado y/o se extiende dando una buena reserva de estabilidad.

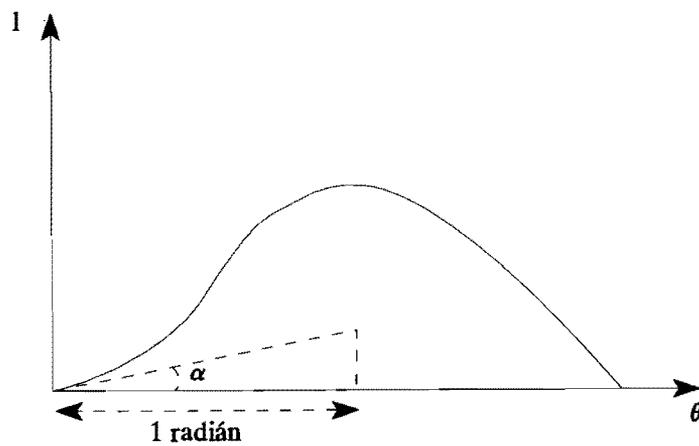


Fig. 5.9 Curva del brazo adrizante para un buque de costados verticales y escaso GM

Las curvas anteriores tienen en común dos condiciones: que el buque está adrizado y que la altura metacéntrica transversal inicial es positiva. A continuación se van a analizar tres casos más que pueden considerarse especiales.

c) *Buque con escora inicial y altura metacéntrica positiva, (Fig. 5.10),*

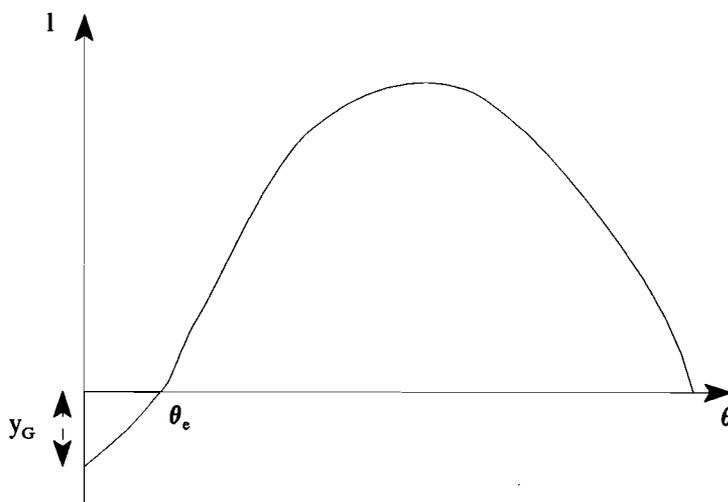


Fig. 5.10 Buque con escora inicial y GM positivo

Se ha representado la curva residual de brazos, es decir, brazo adrizante menos brazo escorante. La curva parte de un valor negativo igual al brazo transversal del centro de gravedad del buque,  $y_G$ , (se recuerda que generalmente se representa la curva de la banda con menor estabilidad), que será consecuencia de una distribución asimétrica de pesos. Para una escora  $\theta_e$ , ángulo de equilibrio estático, se igualarán los brazos adrizante y escorante, estableciéndose la segunda condición de equilibrio, esto es, centro de gravedad y centro de carena en la misma vertical. En esta situación el buque estará con escora pero en equilibrio. En cualquier caso, el buque disminuirá su estabilidad hacia la banda a la que esté escorado, al reducir la reserva de estabilidad, medida por el área bajo la curva y el eje de abscisas.

d) *Buque adrizado y altura metacéntrica negativa, (Fig. 5.11),*

La curva parte del origen, pero debido a la altura metacéntrica negativa se deslizará por debajo del eje de abscisas. Dentro de las distintas posibilidades que pueden plantearse, las dos extremas serán que la curva vaya aumentando su valor negativo, con lo cual el barco se perderá, o que la curva se recupere y corte al eje de abscisas en un punto,  $\theta_{(-b)}$ , que indicará un ángulo de escora de equilibrio debido a una altura metacéntrica inicial negativa. Para este ángulo, el centro de gravedad y el centro de carena estarán en la misma vertical, y el centro de gravedad y el falso metacentro, punto de corte de la línea de empuje con la línea central, coincidirán en el mismo punto.

Como consecuencia lógica, el buque tendrá menor reserva de estabilidad bajo esta condición.

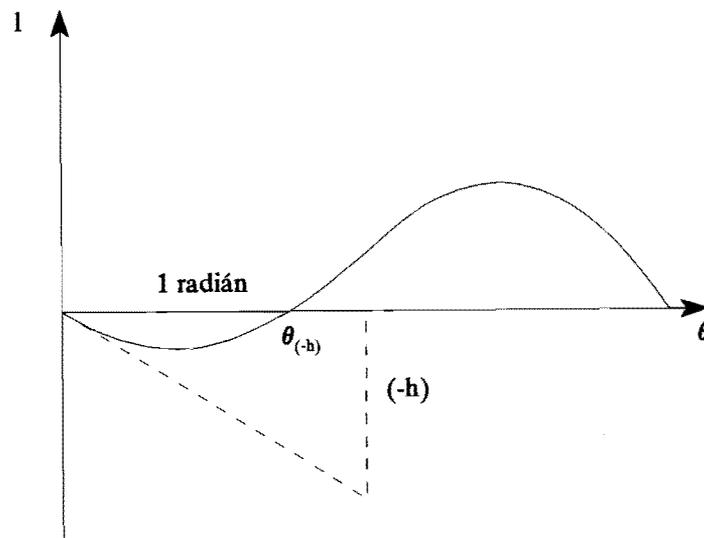


Fig. 5.11 Buque adrizado y GM negativo

e) Buque con escora inicial y altura metacéntrica negativa

Sumando los efectos de los dos casos anteriores, centro de gravedad del buque con brazo transversal debido a pesos asimétricos y altura metacéntrica negativa, se obtendrá la curva de la figura 5.12.

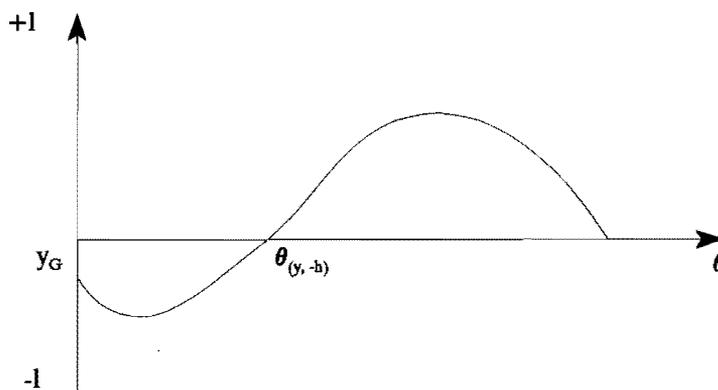


Fig. 5.12 Buque con escora inicial y GM negativo

La curva, para cero grados de escora, partirá del valor de  $y_G$  tomado como negativo, dado que, como ya se ha indicado antes, se acostumbra a trazar la curva de la banda en peores condiciones de estabilidad. Seguirá descendiendo a causa de la altura metacéntrica negativa, pudiéndose realizar aquí las mismas consideraciones hechas para el caso anterior. En la figura se ha supuesto que la estabilidad se recupera y se llega a alcanzar un ángulo de equilibrio,  $\theta_{(G,-b)}$ , aunque hay que esperar que la reserva de estabilidad quede muy mermada.

### 5.5 Reserva de estabilidad

Al introducir un momento escorante, sea debido a un traslado de un peso, una carga, la fuerza del viento sobre la obra muerta, etc., queda reducida la estabilidad transversal del buque. En la figura 5.13 se muestran el par de fuerzas y la escora que se crea por un traslado de pesos.

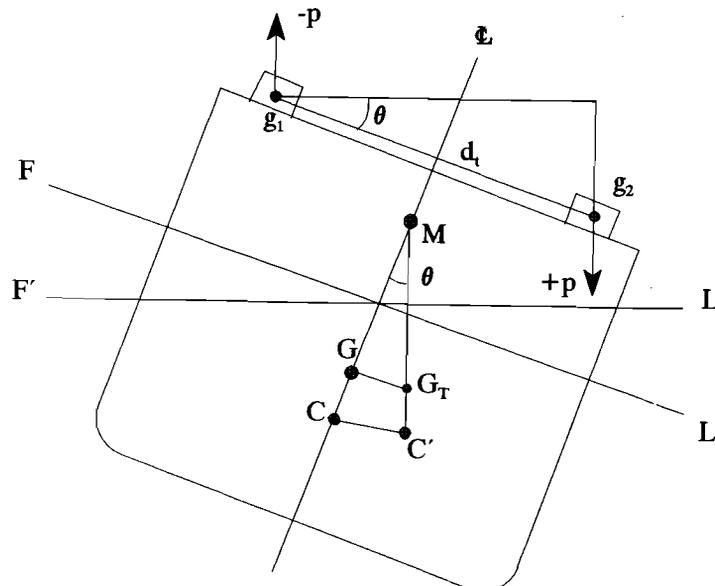


Fig. 5.13 Par de fuerzas y escora producidos por el traslado de un peso

Los valores de los momentos adrizantes y escorantes son,

$$M_a = D \cdot GZ$$

$$M_e = p \cdot dt \cdot \cos \theta$$

$M_a$  momento adrizante  
 $M_e$  momento escorante

Las curvas de estos momentos se representarán en un gráfico, (Fig. 5.14), que tendrá en abscisas las diferentes escoras que vaya tomando el buque, (la figura se limita a  $90^\circ$  de escora), y en ordenadas los valores de los momentos.

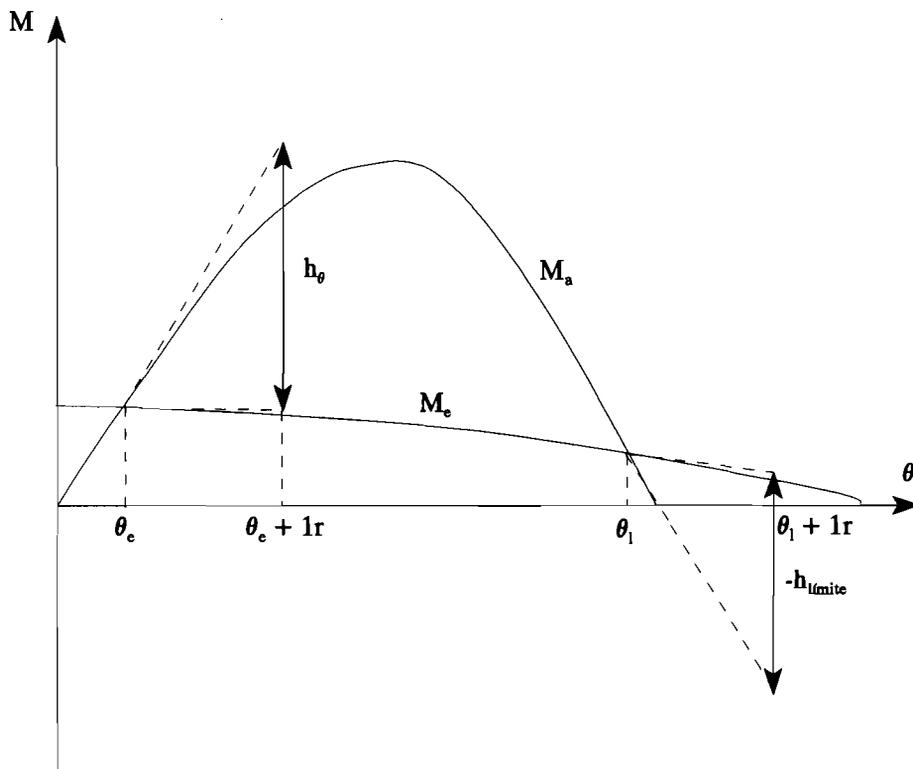


Fig. 5.14 Curvas de los momentos adrizantes y escorantes con dos puntos de corte

Para el ángulo de equilibrio estable,  $\theta_e$ , se tendrá una altura metacéntrica, representada en la figura 5.14, cuyo valor queda limitado por las tangentes a las curvas de los momentos adrizantes y escorantes sobre la vertical en el ángulo  $\theta_e + 1$  radianes. Dado que, según se ha razonado, este ángulo de equilibrio es estable, la altura metacéntrica será positiva, tal como se puede comprobar. De forma similar se define sobre el gráfico la altura metacéntrica generalizada correspondiente al segundo ángulo de equilibrio, ángulo límite de estabilidad,  $\theta_l$ , cuyo equilibrio es no estable, obteniéndose una altura metacéntrica generalizada negativa.

Se denomina reserva de estabilidad para una escora determinada a la diferencia que existe entre los

momentos adrizantes y escorantes,

$$RE = M_a - M_e$$

RE      reserva de estabilidad

La reserva de estabilidad para una escora cualquiera podrá tener una de las posibilidades siguientes:

$$M_a > M_e \quad RE > 0$$

$$M_a < M_e \quad RE < 0$$

$$M_a = M_e \quad RE = 0$$

Por tanto, la reserva de estabilidad será positiva cuando el momento adrizante sea mayor que el momento escorante, y será negativa cuando de los dos momentos, el mayor sea el escorante y, finalmente, para aquellas escoras en las que se corten las curvas, dado que los momentos serán iguales, la reserva de estabilidad será nula.

Analizando las posiciones relativas que las dos curvas pueden tomar entre sí, se podrán plantear cuatro posibilidades:

1. Las curvas se cortan en dos puntos, tal como se muestra en la figura 5.14, el primero de los cuales definirá el ángulo de equilibrio estático y, en consecuencia, la escora permanente que tomará el buque debida al momento, producido en este caso por el traslado. La reserva de estabilidad antes de llegar a esa escora será negativa, por tanto, la tendencia del buque será la de aumentar el ángulo de escora hasta alcanzar la posición de equilibrio. Pasado éste ángulo de equilibrio, la reserva de estabilidad será positiva, por lo que el momento adrizante será mayor que el escorante, haciendo recuperar al buque la posición del ángulo de equilibrio. Esto define una situación de buque escorado debido a pesos asimétricos y en equilibrio estable para esta escora.

El segundo ángulo de equilibrio nos indica el ángulo a partir del cual la reserva de estabilidad será negativa, siendo la tendencia del buque a progresar en su escora hasta dar la vuelta. A este ángulo se le denomina ángulo límite de estabilidad. El equilibrio será no estable, ya que antes de llegar a él, el momento residual (igual a la reserva de estabilidad) será adrizante, alejándose del ángulo de equilibrio, y pasado el cual, el momento residual será escorante, aumentando la escora y produciendo la pérdida del buque, como se ha indicado antes.

2. Cuando las curvas tienen en común un punto de tangencia, el ángulo correspondiente a este punto se le llama ángulo crítico de estabilidad estática. De un análisis efectuado de la misma manera que en el punto anterior, se desprenderá que para este ángulo crítico el equilibrio del buque es no estable.

3. En el supuesto de que para cualquier ángulo de escora se cumpla que el momento escorante sea

mayor que el adrizante, no existirá posibilidad de equilibrio, ya que no podrá cumplirse la condición de igualdad entre los dos momentos. Esta situación conduce a la pérdida del buque.

4. Puede considerarse un cuarto caso, aunque no sea una situación normal en los buques mercantes, en el que sólo se produce el primer punto de corte entre las curvas de los momentos adrizantes y escorantes, no existiendo, por tanto, el segundo ángulo de equilibrio que se comentaba en el primer caso propuesto. Esto es debido a que el ángulo para el que la curva de momentos adrizantes corta al eje de abscisas es mayor que el de corte de la curva de momentos escorantes con este mismo eje, tal como se ve en la figura 5.15. Dicho de otra forma, a partir del ángulo de equilibrio, que será estable, el momento adrizante será mayor que el momento escorante, para cualquier ángulo de balance que tome el buque.

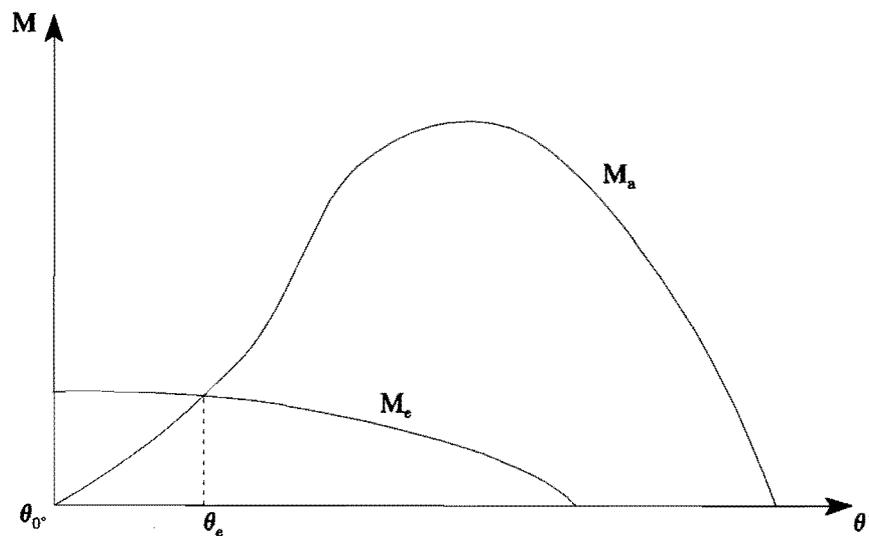


Fig. 5.15 Curvas de momentos adrizantes y escorantes con un punto de corte

Del análisis de los casos de equilibrio anteriores,  $M_a = M_e$ , se llega a la conclusión de que el buque tendrá equilibrio estable en estos puntos cuando la pendiente de la tangente a la curva de momentos adrizantes sea mayor que la correspondiente a la curva de momentos escorantes, es decir, se cumple que

$$\frac{dM_a}{d\theta} > \frac{dM_e}{d\theta}$$

En el caso de que la condición de equilibrio sea no estable, la pendiente de la tangente a la curva de momentos adrizantes será menor que la pendiente de la tangente a la curva de momentos escorantes, por tanto,

$$\frac{dM_a}{d\theta} < \frac{dM_e}{d\theta}$$

Estrictamente hablando, cuando los valores de las dos pendientes sean iguales, hay que estudiar el entorno próximo a este ángulo de equilibrio para poder determinar si es estable o no estable,

$$\frac{dM_a}{d\theta} = \frac{dM_r}{d\theta}$$

Sin embargo, en la práctica, lo más probable es que corresponda a una situación de equilibrio no estable.

## 6 Estabilidad a grandes escoras. Brazos

### 6.1 Métodos generalizados para calcular los brazos de los momentos adrizantes para un desplazamiento constante

El brazo del momento adrizante puede descomponerse en dos términos: uno debido a las formas del buque, expresadas a través de la situación del centro de carena, y el otro debido a la distribución de pesos, representados por el centro de gravedad del buque. A estos términos se les denomina de estabilidad de formas y de pesos, respectivamente. Esta descomposición del brazo adrizante la hemos visto representada en la ecuación 4.20 de la manera siguiente,

$$l = l_C - l_G$$

$l$	brazo adrizante
$l_C$	brazo de estabilidad de formas
$l_G$	brazo de estabilidad de pesos

Mientras que el centro de carena es un dato que puede calcularse y pasa a formar parte de la información del buque, el centro de gravedad será un dato dependiente de cada condición de carga y de su distribución.

El problema inicial es, pues, hallar las coordenadas vertical y transversal de la curva "C" proyectada, es decir, de la curva "C" sobre el plano de inclinación transversal. Para su cálculo, básicamente se utilizan el método generalizado de red de líneas o el método generalizado de las cuñas.

#### 6.1.1 Método generalizado de red de líneas

Se supone al buque con una escora determinada y su carena cortada por una serie de flotaciones isoclinas a intervalos regulares. Utilizando los métodos aproximados de integración se hallarán los volúmenes sumergidos para las diferentes flotaciones, así como las correspondientes coordenadas vertical y transversal del centro de carena, (método de Normand o de Benjamin Spence). En lugar de flotaciones paralelas, se pueden utilizar planos perpendiculares a la flotación con escora, siendo estos planos paralelos al eje de inclinación, (método de Doyère).

### 6.1.2 Método generalizado de las cuñas

Este método generalizado utiliza la información de las curvas hidrostáticas hallada para flotaciones isoclinas con el buque adrizado, esto es, para carenas rectas. Se calculan los momentos de transferencia entre las cuñas de emersión e inmersión para las diferentes flotaciones isocarenas que se consideren, y las variaciones vertical y transversal que sufre el centro de carena por este motivo. El tratamiento de las cuñas se realiza de dos formas diferentes:

b.1 Dividiendo las cuñas por un número de planos perpendiculares a la flotación inclinada del buque y paralelos al eje de inclinación, (método de Doyère abreviado).

b.2 Tomando como referencia la flotación correspondiente a la carena recta y trazando flotaciones con las escoras predeterminadas, pasando por el eje de inclinación inicial, es decir, el definido por el corte entre la flotación recta y el plano diametral, (métodos de Atwood, Barnes y Reech).

Para cada uno de los métodos generalizados se han citado, a modo de ejemplo, uno o unos pocos métodos representativos de las correspondientes aplicaciones. A continuación se va a realizar una exposición muy sintetizada de estos métodos.

### 6.2 Método de Normand o de Benjamin Spence

Partiendo del buque con una escora cualquiera, se trazan flotaciones isoclinas y equidistantes, siendo la más baja tangente a la cuaderna maestra, (Fig. 6.1).

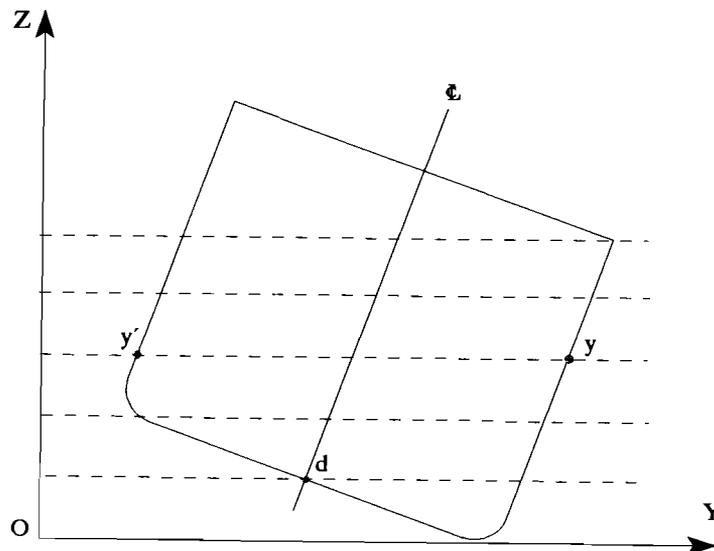


Fig. 6.1 Método de Normand o de Benjamin Spence. Flotaciones isoclinas

Para cada cuaderna se hallan las distancias a una línea vertical OZ, origen de las abscisas y,  $y'$ , d. Conociendo las áreas de las superficies de las flotaciones isoclinas, se hallará el volumen sumergido hasta cada una de las flotaciones consideradas. Calculando el momento de cada carena con respecto al plano OZ, se podrá obtener la distancia transversal del centro de carena del volumen correspondiente al plano OZ indicado.

Sobre la figura 6.2, se va a calcular el valor del brazo de formas  $l_C$ . Los datos que se conocen son: d, por medición sobre el plano de formas;  $y_{C\theta}$ , por los cálculos indicados; y  $z_C$ , por ser dato de las curvas hidrostáticas correspondientes a las carenas rectas. El brazo será,

$$l_C = y_{C\theta} - d - z_C \cdot \text{sen } \theta \quad (6.1)$$

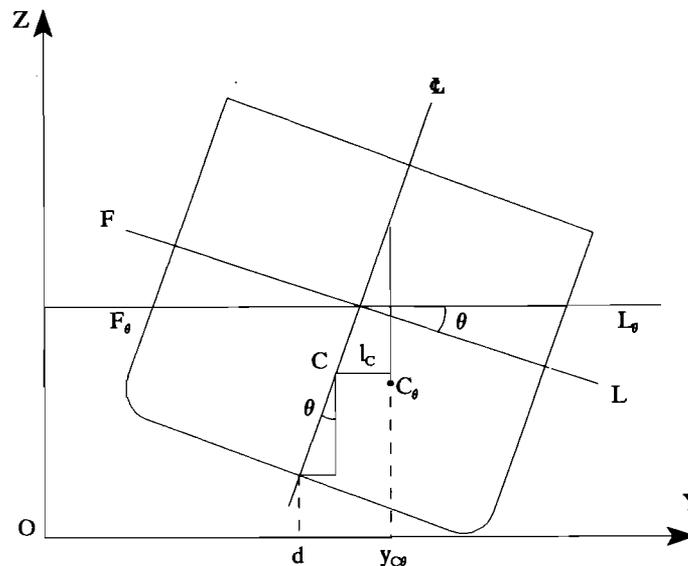


Fig. 6.2 Método de Normand o de Benjamin Spence. Cálculo del brazo de formas

### 6.3 Método de Doyère

En este caso, que pertenece también al método generalizado de red de líneas, se corta la carena por planos paralelos al eje de inclinación y perpendiculares a la flotación con escora,  $F_\theta L_\theta$ , considerada, (Fig. 6.3). Los planos extremos de estribor y babor pasan por los puntos de la flotación más distantes a la línea central. Se divide la distancia entre estos planos extremos en veinte partes iguales, siendo  $\delta$  el intervalo, pasando por los puntos medios de estas partes los correspondientes planos longitudinales paralelos. Se traza un plano longitudinal auxiliar, OZ, paralelo a los anteriores, a una distancia  $\delta/2$  del plano extremo de la banda de la escora.

El buque estará dividido longitudinalmente por secciones transversales equidistantes. Se mide en cada

una de estas secciones o cuadernas las ordenadas entre su contorno y la flotación  $F_{\theta}L_{\theta}$ . Previo cálculo de sus áreas se obtendrá el volumen sumergido bajo esta flotación. Tomando momentos de la carena con respecto al plano  $OZ$ , se podrá hallar la distancia transversal del centro de carena con respecto a este plano. De manera análoga a la descrita anteriormente para el método de Normand o de Spence, se hallará el valor del brazo de formas  $l_c$ .

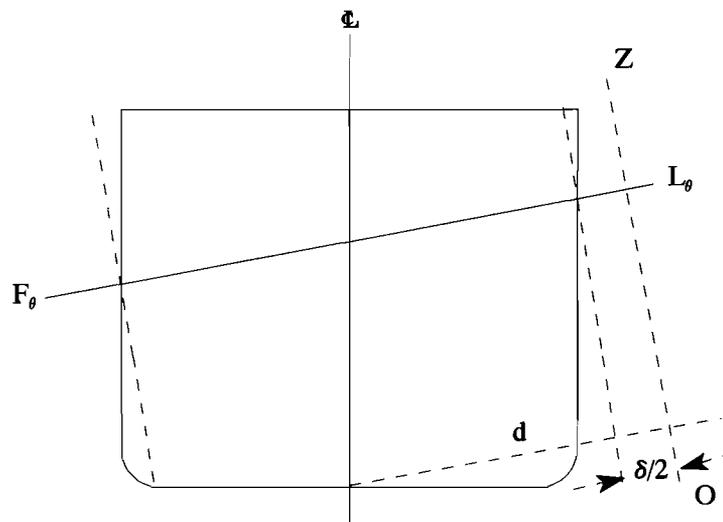


Fig. 6.3 Método de Doyère

#### 6.4 Método de Doyère abreviado

Como en el método de Doyère se trazan planos paralelos al eje de inclinación y perpendiculares a la flotación con escora,  $F_{\theta}L_{\theta}$ , (Fig. 6.4). Solamente se considera la parte de cada plano entre la flotación recta  $FL$  y la flotación  $F_{\theta}L_{\theta}$ , teniendo ambas en común el eje que pasa por  $I$ , que es el eje de inclinación de la flotación  $FL$ . En resumen, sólo se consideran las cuñas de emersión e inmersión correspondientes a las flotaciones  $FL$  y  $F_{\theta}L_{\theta}$ , divididas por planos longitudinales y equidistantes, perpendiculares a la flotación  $F_{\theta}L_{\theta}$ .

Se traza un plano por  $I$ , plano  $OZ$ , y otro por el punto de intersección entre la cuaderna maestra y la flotación  $F_{\theta}L_{\theta}$ , que esté más alejado de  $I$ . Se divide la cuña correspondiente a este punto, normalmente la cuña de inmersión, en 10 partes iguales, siendo  $\delta$  el intervalo común entre secciones. Sobre la otra cuña se trazan planos separados entre sí el valor  $\delta$ , quedando, por tanto, el más alejado por fuera del contorno de la cuaderna.

Ahora bien, supongamos que la flotación  $F_{\theta}'L_{\theta}'$  es la isocarena de la flotación recta  $FL$ . Por tanto, la flotación  $F_{\theta}L_{\theta}$  no limita el mismo volumen que la flotación  $FL$ , quedando determinada la diferencia de volúmenes por el de la rebanada  $F_{\theta}L_{\theta}F_{\theta}'L_{\theta}'$ . Debido a la proximidad entre las flotaciones  $F_{\theta}L_{\theta}$  y

$F_\theta' L_\theta'$  podrá considerarse que los costados de la rebanada son prácticamente verticales y que la altura,  $\beta$ , de la misma será,

$$\beta = \frac{v_i - v_e}{S_{F_\theta' L_\theta'}} \quad (6.2)$$

siendo  $S_{F_\theta' L_\theta'}$  el área de la flotación  $F_\theta' L_\theta'$ .

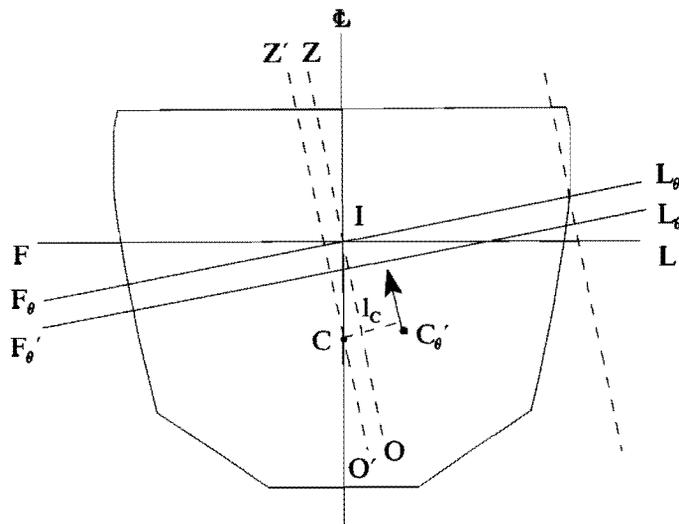


Fig. 6.4 Método de Doyère abreviado

La consecuencia de lo anterior es que las ordenadas de las distintas secciones transversales de la cuña de inmersión disminuyen en el valor  $\beta$ , y aumentan en este mismo valor las ordenadas de la cuña de emersión. Para calcular el brazo de estabilidad de formas de una escora equivolumen  $\theta$ , se toman momentos con respecto a un eje paralelo al  $OZ$  y que pase por  $C$ , centro de gravedad de la carena recta. La ecuación de equilibrio será,

$$\nabla_{F_\theta' L_\theta'} \cdot l_C = \nabla_{FL} \cdot 0 + v_i' \cdot l_i' + v_e' \cdot l_e' \quad (6.3)$$

$\nabla_{F_\theta' L_\theta'}$	volumen sumergido bajo la flotación $F_\theta' L_\theta'$
$l_C$	brazo al eje $O'Z'$
$\nabla_{FL}$	volumen de la carena recta inicial, cuyo brazo será cero
$v_i'$	volumen de la cuña de inmersión entre ambas flotaciones isocarenas
$l_i'$	brazo entre el centro de gravedad de la cuña de inmersión y el eje $O'Z'$
$v_e'$	volumen de la cuña de emersión entre ambas flotaciones isocarenas
$l_e'$	brazo entre el centro de gravedad de la cuña de emersión y el eje $O'Z'$

### 6.5 Método de Atwood

Este método consiste en trazar flotaciones para escoras crecientes, normalmente a intervalos regulares, que pasan por el eje de inclinación inicial del buque, por tanto, correspondientes a la carena recta inicial.

Entre las flotaciones FL y  $F_1L_1$ , supuestas isocarenas, se hallan la cuña de emersión,  $FIF_1$ , y de inmersión,  $LIL_1$ , (Fig. 6.5). El efecto de esta escora es el de un traslado, calculándose el momento de transferencia de la cuña de emersión, con centro de gravedad en  $h_e$ , a la de inmersión, cuyo centro de gravedad es  $h_i$ . La ecuación de equilibrio se establece igualando el momento de transferencia con el momento debido al consiguiente movimiento del centro de carena,

$$\nabla \cdot CC_1 = v_c \cdot h_e h_i \quad (6.4)$$

donde  $v_c$  es el volumen de una de las dos cuñas que, ya que, al tratarse de flotaciones isocarenas, tendrán el mismo valor.

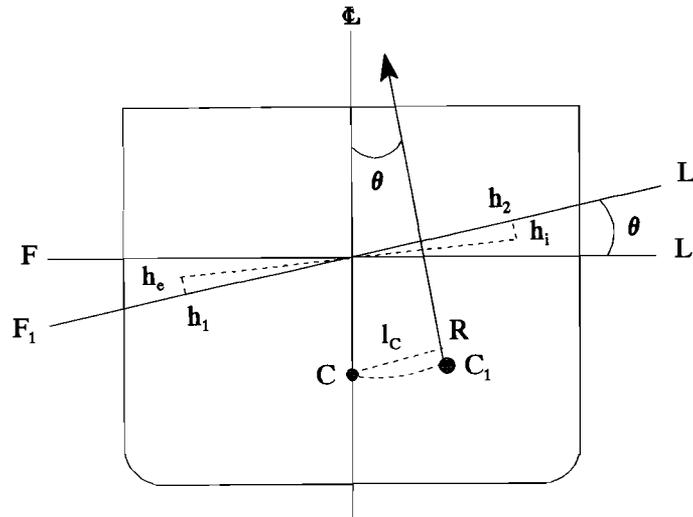


Fig. 6.5 Método de Atwood

Trazando desde C, centro de gravedad de la carena recta, la perpendicular a la nueva línea de empuje que pasa por  $C_1$ , se tendrá el brazo de estabilidad de formas CR. Siendo  $h_1$  y  $h_2$  las proyecciones de  $h_e$  y  $h_i$  sobre la flotación  $F_1L_1$ , por semejanza de triángulos, se puede establecer la relación,

$$\nabla \cdot CR = v_c \cdot h_1 h_2$$

y dado que  $CR = l_c$ ,

$$\nabla \cdot l_c = v_c \cdot h_1 h_2 \quad (6.5)$$

de donde,

$$l_c = \frac{v_c \cdot h_1 h_2}{\nabla} \quad (6.6)$$

Cuando se trabaja con grandes escoras se plantea el problema de que las flotaciones FL y  $F_1L_1$  no sean isocarenas y, por tanto, los volúmenes de las cuñas no serán iguales. Al mismo tiempo, esto significa que el eje de inclinación de la flotación isocarena para la escora determinada no estará en la línea central del buque.

Una manera de resolver el problema, de forma aproximada, es corrigiendo el desplazamiento de la flotación inicial FL, de manera que se obtenga el desplazamiento correspondiente a la flotación  $F_1L_1$ , (aquí supuesta no isocarena, tal como se ha indicado). La corrección se hallará por diferencia entre los volúmenes de las cuñas de inmersión y emersión, que probablemente será una corrección positiva ya que lo más factible será que la cuña de inmersión tenga mayor volumen que la de emersión. Corrigiendo el volumen sumergido de la carena recta, flotación FL, con el valor hallado, se obtendrá el volumen de la flotación  $F_1L_1$ , que multiplicado por la densidad dará el desplazamiento.

El cálculo del brazo de estabilidad de formas se dará a partir del momento de transferencia de las cuñas y del nuevo volumen sumergido,  $\nabla_1$ , de la manera siguiente,

$$l_c = \frac{v_i \cdot Ih_2 + v_e \cdot Ih_1}{\nabla_1} \quad (6.7)$$

## 6.6 Método de Barnes

El procedimiento de este método, que utiliza el generalizado de las cuñas, busca la flotación para una escora dada que sea isocarena de la flotación recta inicial.

Sobre la figura 6.6, se tiene la flotación de la carena recta inicial FL, la flotación  $F'L'$  para una escora  $\theta$  que corta a la recta en el plano diametral, entendiéndose que debido a las formas del buque y al tratarse de grandes escoras, no son isocarenas entre sí, y, finalmente, está representada la flotación  $F_1L_1$  que cumple una doble condición, la de ser isoclina de  $F'L'$  e isocarena de FL. Las cuñas de inmersión y emersión entre las flotaciones FL y  $F'L'$  no serán iguales, siendo, en el supuesto de la figura, la cuña de inmersión  $LIL'$  mayor que la cuña de emersión  $FIF'$ .

El estudio se realiza partiendo de la flotación FL, girando el buque sobre el eje longitudinal que pasa por I, hasta tomar la escora  $\theta$ , con lo que el barco estará en la flotación  $F'L'$ . Se calculan los volúmenes de las cuñas de inmersión y emersión que, tal como ya se ha indicado, no serán iguales.

La diferencia entre ambos volúmenes será,

$$\Delta v = v_i - v_e \quad (6.8)$$

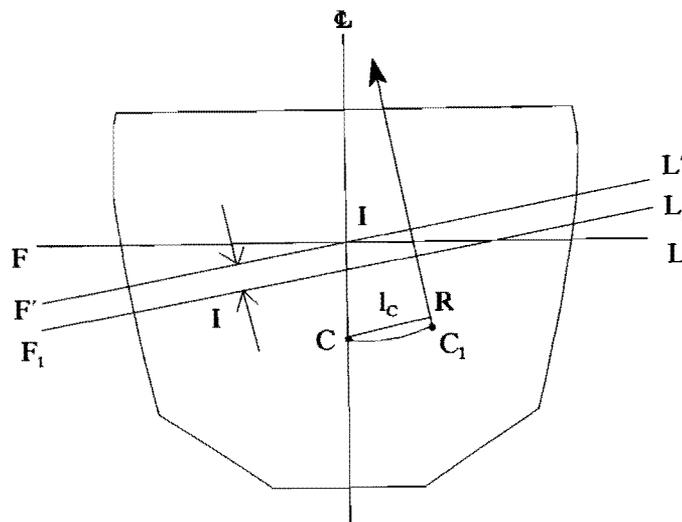


Fig. 6.6 Método de Barnes

Los centros de gravedad de las cuñas FIF' y LIL' son  $g_1$  y  $g_2$  y sus proyecciones sobre la flotación F'L',  $h_1$  y  $h_2$ , respectivamente, (Fig. 6.7). En estas condiciones, en que el volumen de la cuña de inmersión es mayor que el volumen de la cuña de emersión, para restablecer el equilibrio entre el desplazamiento y el empuje, la flotación  $F_1L_1$  isocarena de la FL, deberá situarse por debajo de la flotación isoclina F'L', siendo el volumen de la rebanada entre F'L' y  $F_1L_1$  igual a  $\nabla v$ , ya que

$$D_1 = D + v_i - v_e$$

$$D_1 - \Delta v = D$$

Una manera sencilla de calcular el valor de la inmersión,  $I_1$ , entre las flotaciones isoclinas F'L' y  $F_1L_1$  es dividiendo el  $\Delta v$  por el área de la flotación F'L',

$$(-) I = (-) I_1 = \frac{(-) \Delta v}{S_{F'L'}} \quad (6.9)$$

I inmersión, que en este caso será negativa, o sea, el buque emergerá

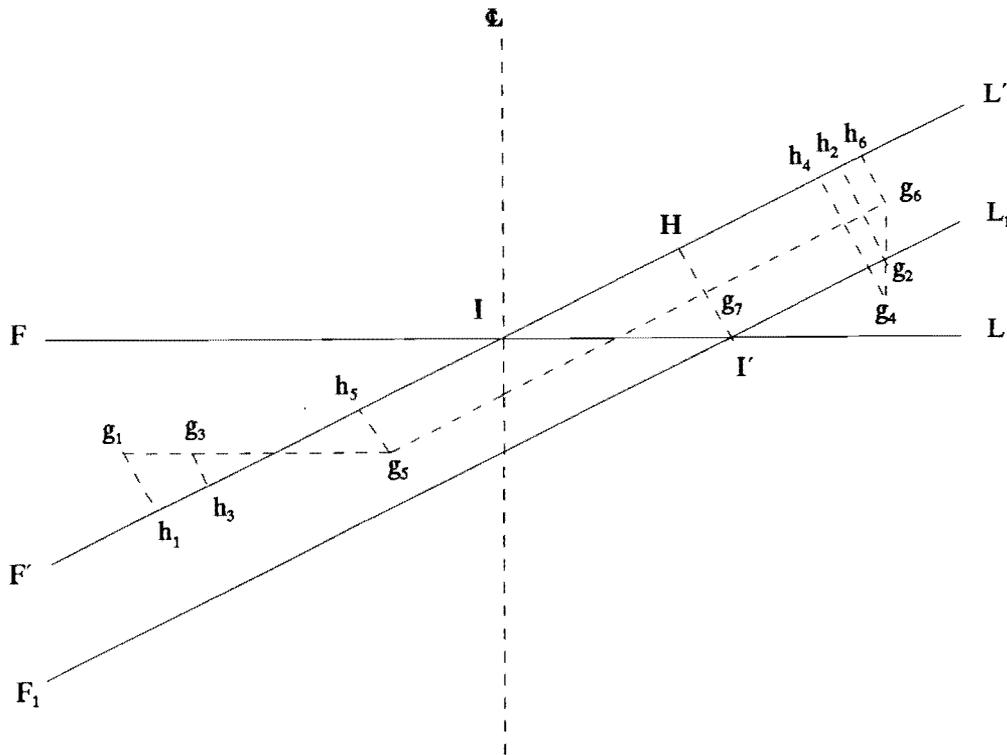


Fig. 6.7 Método de Barnes. Momentos de transferencia

En función del valor de  $I_1$ , y de las formas del buque, se podrá intuir si este valor hallado es suficientemente válido para los propósitos del cálculo. Para obtener una mayor aproximación se puede hallar de nuevo el valor de la inmersión,  $I_2$ , poniendo como denominador de la ecuación 6.9, el promedio entre las áreas de las flotaciones  $F'L'$  y  $F_1L_1$ , esta última hallada en la primera aproximación,

$$(-) I = (-) I_{2a} = \frac{(-) \Delta v}{\frac{S_{F'L'} + S_{F_1L_1}}{2}} \tag{6.10}$$

En la figura 6.7, los volúmenes de las cuñas entre las flotaciones isocarenas FL y  $F_1L_1$ , iguales por definición, tiene representados sus centros de gravedad  $g_3$  y  $g_4$ , siendo  $h_3$  y  $h_4$  las correspondientes proyecciones sobre la flotación  $F'L'$ .

La ecuación del momento de transferencia entre las cuñas de las flotaciones isocarenas FL y  $F_1L_1$ , en función del momento de transferencia de las cuñas entre las flotaciones FL y  $F'L'$ , corregidas por el paso de la flotación de  $F'L'$  a  $F_1L_1$ , será, tomando momentos al eje I,

$$v \cdot g_3g_4 = v_e \cdot Ig_1 + v_i \cdot Ig_2 + v_1 \cdot Ig_5 - v_2 \cdot Ig_6 \quad (6.11)$$

$v$  volumen de la cuña de emersión o inmersión entre las flotaciones FL y  $F_1L_1$   
 $v_e$  volumen de la cuña de emersión entre las flotaciones FL y  $F'L'$   
 $v_i$  volumen de la cuña de inmersión entre las flotaciones FL y  $F'L'$   
 $v_1$  volumen  $F'II'F_1$   
 $v_2$  volumen  $L'II'L_1$

Teniendo en cuenta que nuestro interés está en el cálculo del brazo de estabilidad de formas,  $l_c$ , se substituirán los brazos

$$g_3g_4, Ig_1, Ig_2, Ig_5, Ig_6$$

por sus proyecciones sobre la flotación  $F'L'$ , a la cual es paralelo el brazo  $l_c$ ,

$$h_3h_4, Ih_1, Ih_2, Ih_5, Ih_6$$

La nueva ecuación será,

$$v \cdot h_3h_4 = v_e \cdot Ih_1 + v_i \cdot Ih_2 + v_1 \cdot Ih_5 - v_2 \cdot Ih_6 \quad (6.12)$$

Los volúmenes  $v_1$  y  $v_2$  forman las rebanadas entre las flotaciones  $F'L'$  y  $F_1L_1$ , cuyo valor es  $\Delta v$ ,

$$v_1 + v_2 = \Delta v \quad (6.13)$$

Por tanto, los momentos de los términos de la corrección

$$v_1 \cdot Ih_5 - v_2 \cdot Ih_6$$

se pueden igualar al momento de la rebanada por el brazo  $IH$ , entre el eje  $I$  y la proyección del centro de gravedad,  $g_7$ , de la rebanada sobre la flotación  $F'L'$ ,

$$v_1 \cdot Ih_5 - v_2 \cdot Ih_6 = (-) \Delta v \cdot IH \quad (6.14)$$

El centro de gravedad de la rebanada lo situaremos a la mitad de la inmersión entre  $F'L'$  y  $F_1L_1$  y sobre la líneas de unión de los centros de gravedad de ambas flotaciones. Puede ser suficientemente aproximado situarlo en la vertical de  $I'$ , que coincidirá con el centro de gravedad de la flotación  $F_1L_1$ , tal como se ha hecho en la figura 6.7.

El brazo de estabilidad de formas se obtendrá dividiendo el momento de transferencia de las cuñas



$$\delta z_{\theta} = z_{C_{\theta}} - z_C = \int_0^{\theta} r_{\varphi} \cdot \text{sen } \varphi \cdot d\varphi$$

$\delta y_{\theta}$	movimiento transversal del centro de carena
$y_C, y_{C\theta}$	coordenadas transversales del centro de carena para el buque adrizado y con una escora $\theta$
$\varphi$	incremento de la escora
$r_{\varphi}$	radio metacéntrico transversal para un incremento de escora $\varphi$
$\delta z_{\theta}$	movimiento vertical del centro de carena
$z_C, z_{C\theta}$	coordenadas verticales del centro de carena para las condiciones inicial y final

El valor del radio metacéntrico transversal,  $r_{\varphi}$ , será igual a

$$r_{\varphi} = \frac{I_{x_{\varphi}}}{\nabla}$$

$I_{x_{\varphi}}$  inercia transversal de la flotación con respecto a un eje longitudinal que pase por su centro de gravedad

La ecuación 4.7 daba el valor del brazo de estabilidad en función de las coordenadas del centro de carena, del brazo vertical entre las posiciones iniciales del centro de gravedad del buque y del centro de carena, y de la escora,

$$l = (y_{C_{\theta}} - y_C) \cdot \cos \theta + (z_{C_{\theta}} - z_C) \cdot \text{sen } \theta - a \cdot \text{sen } \theta$$

En el segundo miembro de la ecuación anterior, hay una parte que corresponde al brazo de estabilidad de formas y otra al brazo de estabilidad de pesos,

$$l_C = (y_{C_{\theta}} - y_C) \cdot \cos \theta + (z_{C_{\theta}} - z_C) \cdot \text{sen } \theta$$

$$l_G = a \cdot \text{sen } \theta$$

El método consiste, pues, en determinar el valor del brazo  $l_C$  para una serie de flotaciones isocarenas con ángulos de escora crecientes. Repitiendo la operación para diferentes flotaciones iniciales rectas, se hallarán los valores de los brazos de estabilidad de formas para diferentes desplazamientos y escoras.

## 6.8 Curvas de brazos GZ

En los métodos anteriores se han calculado los valores del brazo de estabilidad de formas. Si sobre un sistema rectangular de coordenadas se ponen en abscisas los desplazamientos del buque y en

ordenadas los valores de los brazos obtenidos, se podrían trazar las curvas de brazos de formas para cada una de las escoras elegidas.

Para calcular el brazo GZ, deberá hallarse la posición prevista del centro de gravedad del buque para una condición de carga determinada. De acuerdo con la figura 6.9, se deberán corregir los valores del brazo de formas por la posición vertical relativa entre el centro de gravedad del buque y el centro de carena. El brazo de estabilidad como suma algebraica de los términos debidos a la estabilidad de formas y de pesos es,

$$l = l_C - l_G$$

$$l = l_C - a \cdot \text{sen } \theta$$

siendo,

$$a = z_G - z_C$$

$$z_G > z_C \quad a > 0$$

$$z_G = z_C \quad a = 0$$

$$z_G < z_C \quad a < 0$$

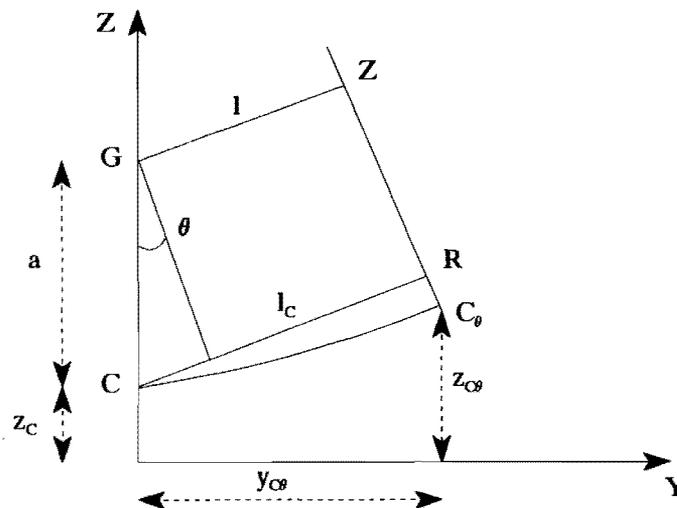


Fig. 6.9 Cálculo del brazo GZ

En resumen, la corrección del brazo de formas se restará cuando el centro de gravedad esté por encima del centro de carena y se sumará cuando esté por debajo.

Para simplificar esta situación, las curvas que hay a bordo para calcular los brazos adrizantes suelen representar unas curvas de brazos, denominadas curvas KN, (Apéndices A y B), en las que se ha supuesto que el centro de gravedad del buque ocupa una posición fija, aunque ficticia, situada en el punto definido por la línea central y la quilla, (Fig. 6.10). El valor del brazo adrizante será,

$$l = l_N - z_{G_c} \cdot \text{sen } \theta \quad (6.17)$$

$$GZ = KN - KG_c \cdot \text{sen } \theta \quad (6.18)$$

estando el  $KG_c$ , o  $z_{G_c}$ , corregido por superficies libres.

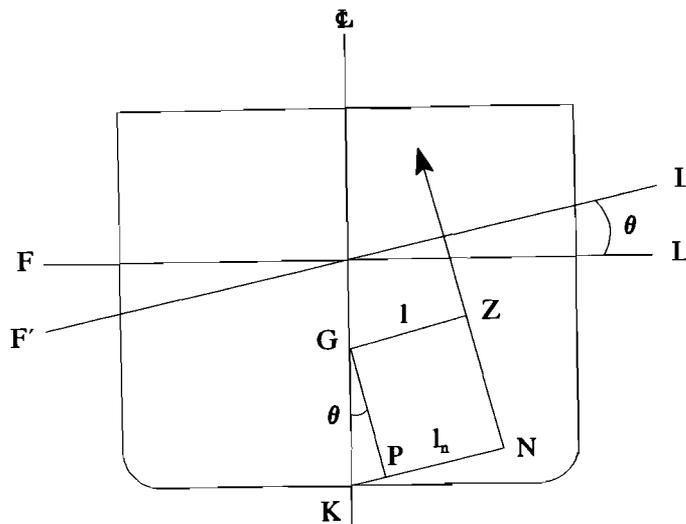


Fig. 6.10 Cálculo del brazo  $GZ$  a partir del brazo  $KN$

Si el buque tiene escora permanente por pesos asimétricos, el valor del brazo de estabilidad estará corregido por la posición transversal del centro de gravedad del buque. En la ecuación 4.61, se daba la variación sufrida por el brazo  $GZ$  debido al traslado de un peso,

$$\delta l = - \frac{P}{D} (y_{g_2} - y_{g_1}) \cdot \cos \theta$$

siendo  $y_{g1}$  e  $y_{g2}$  las posiciones inicial y final del peso,  $p$ , trasladado. Esta variación será igual, también, a

$$\delta l = -y_G \cdot \cos \theta \quad (6.19)$$

Introduciendo esta corrección en la ecuación 6.17 anterior, el valor del brazo de estabilidad residual será,

$$l = l_N - z_{G_c} \cdot \text{sen } \theta - y_G \cdot \cos \theta \quad (6.20)$$

$$GZ = KN - KG_c \cdot \text{sen } \theta - \mathbb{L}G \cdot \cos \theta \quad (6.21)$$

## 7 Estabilidad dinámica

### 7.1 Estabilidad dinámica: definición y cálculo

Se llama estabilidad dinámica de un buque, para un ángulo de inclinación  $\theta$ , el trabajo a efectuar para llevarlo desde la posición de equilibrio a la inclinación isocarena  $\theta$ , suponiendo que la resistencia de los elementos agua y aire sea nula.

#### 7.1.1 Fórmula de Moseley

El buque está sujeto a dos fuerzas verticales, el desplazamiento que actúa sobre el centro de gravedad, y el empuje, que pasa por el centro de carena. El trabajo realizado al escorar el buque depende del trabajo hecho para separar verticalmente estos dos centros de gravedad. Este trabajo será igual a una de las dos fuerzas, el desplazamiento, por la variación vertical entre el centro de gravedad y el centro de carena, (Fig. 7.1).

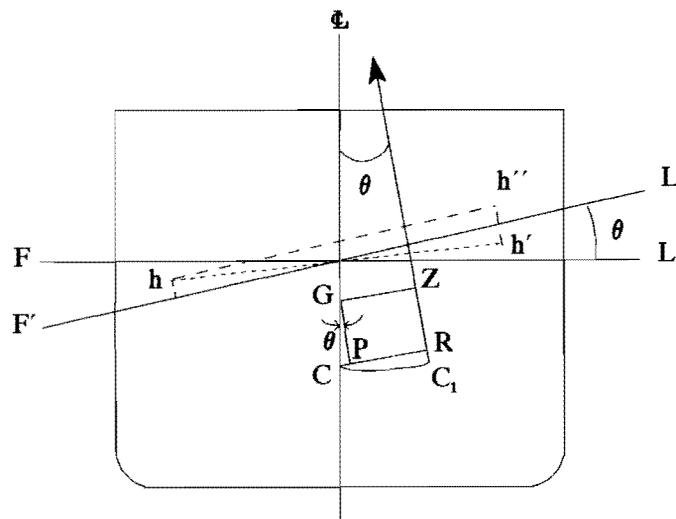


Fig. 7.1 Fórmula de Moseley

$$T = D (C_1 Z - CG)$$

$$T = D (C_1 R + RZ - CG)$$

$$C_1 R = \frac{v_c \cdot h' h''}{\nabla}$$

siendo  $v_c$  el volumen de una de las cuñas,

$$RZ = PG = CG \cdot \cos \theta$$

$$T = D \left[ \frac{v_c \cdot h' h''}{\nabla} - CG \cdot \cos \theta - CG \right]$$

$$T = D \left[ \frac{v_c \cdot h' h''}{\nabla} - CG (1 - \cos \theta) \right] \quad (7.1)$$

Así como la estabilidad estática viene determinada por las posiciones relativas entre el centro de gravedad y el centro de carena, en la estabilidad dinámica influye la variación de estas posiciones relativas y, en concreto, si se sigue el método de Moseley, de la variación vertical.

### 7.1.2 Cálculo de la estabilidad dinámica

La manera usual de hallar el valor de la estabilidad dinámica es calculando el trabajo realizado por el momento del par de fuerza al escorar el buque. El trabajo elemental realizado para escorar el buque un ángulo pequeño,  $d\theta$ , se puede expresar multiplicando el valor del momento por el ángulo escorado en radianes. Entonces,

$$dT = M_a \cdot d\theta$$

siendo

$$M_a = D \cdot l$$

luego,

$$dT = D \cdot l \cdot d\theta \quad (7.2)$$

ecuación en la que  $D$  es el desplazamiento y  $l$  el brazo de estabilidad estática, como ya se sabe. Integrando el valor anterior entre dos ángulos de escora, por ejemplo,  $0^\circ$  y  $\theta^\circ$ , se tendrá el trabajo realizado para llevar el buque desde la escora inicial a la final,

$$T = \int_0^\theta D \cdot l \cdot d\theta = D \int_0^\theta l \cdot d\theta \quad (7.3)$$

Al valor de la variable que hay dentro de la integral se le denomina brazo de estabilidad dinámica,  $d$ ,

$$d = \int_0^\theta l \cdot d\theta \quad (7.4)$$

Por tanto, el trabajo será igual al desplazamiento del buque por el brazo dinámico,

$$T = D \cdot d \quad (7.5)$$

Derivando la ecuación 7.4 con respecto al ángulo de escora, se obtendrá una nueva relación entre los brazos dinámico y estático,

$$d' = l \quad (7.6)$$

El brazo dinámico entre una escora inicial y una escora final es el valor de la integración de los brazos estáticos entre estas dos escoras y, consecuentemente, el valor del brazo estático para una escora es la derivada del brazo dinámico con respecto al ángulo de escora.

## 7.2 Ecuaciones del brazo dinámico

De acuerdo con el planteamiento inicial, el trabajo realizado por el par de fuerzas, desplazamiento y empuje, depende de la variación vertical entre los respectivos centros de gravedad, siendo el valor de esta variación lo que se ha denominado brazo de estabilidad dinámica. Para hallar el valor del brazo de estabilidad dinámica y su relación con el brazo de estabilidad estática nos apoyaremos en la figura 7.2.

En la figura se deberán tener en cuenta las siguientes condiciones:

$$GZ \parallel CR$$



$$C'Q = y_{C_0} \cdot \text{sen } \theta$$

$$C'S = (z_{C_0} - z_C) \cdot \cos \theta$$

$$RZ = PG = a \cdot \cos \theta$$

Substituyendo los valores anteriores en la ecuación 7.7,

$$d = y_{C_0} \cdot \text{sen } \theta - (z_{C_0} - z_C) \cdot \cos \theta - a \cdot \cos \theta - a \quad (7.8)$$

$$d = y_{C_0} \cdot \text{sen } \theta - (z_{C_0} - z_C) \cdot \cos \theta - a (1 - \cos \theta) \quad (7.9)$$

Derivando la ecuación 7.8, anterior, con respecto a la escora,

$$\begin{aligned} d' = \frac{dy_{C_0}}{d\theta} \cdot \text{sen } \theta + y_{C_0} \cdot \cos \theta - \frac{dz_{C_0}}{d\theta} \cdot \cos \theta + \\ + (z_{C_0} - z_C) \cdot \text{sen } \theta - a \cdot \text{sen } \theta \end{aligned} \quad (7.10)$$

De las ecuaciones 4.1 y 4.2, en las que se obtenían los movimientos vertical y transversal del centro de carena en función del radio metacéntrico,

$$dy_{\varphi} = r_{\varphi} \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi$$

$$dz_{\varphi} = r_{\varphi} \cdot \text{sen } \varphi \cdot d\varphi$$

se deducen los valores de la ecuación 7.10,

$$\frac{dy_{C_0}}{d\theta} \quad \text{y} \quad \frac{dz_{C_0}}{d\theta}$$

en función del radio metacéntrico de la flotación isocarena de escora  $\theta$ ,

$$\frac{dy_{C_0}}{d\theta} = r_{\theta} \cdot \cos \theta \quad (7.11)$$

$$\frac{dz_{C_0}}{d\theta} = r_\theta \cdot \text{sen } \theta \quad (7.12)$$

Substituyendo estos valores en la ecuación 7.10, se tendrá

$$d' = r_\theta \cdot \cos \theta \cdot \text{sen } \theta + y_{C_0} \cdot \cos \theta - r_\theta \cdot \text{sen } \theta \cdot \cos \theta + (z_{C_0} - z_C) \cdot \text{sen } \theta - a \cdot \text{sen } \theta$$

y de aquí,

$$d' = y_{C_0} \cdot \cos \theta + (z_{C_0} - z_C) \cdot \text{sen } \theta - a \cdot \text{sen } \theta \quad (7.13)$$

pudiéndose comprobar que coincide con la ecuación 4.7, que expresa el valor del brazo de estabilidad estática,

$$l = y_{C_0} \cdot \cos \theta + (z_{C_0} - z_C) \cdot \text{sen } \theta - a \cdot \text{sen } \theta$$

luego,

$$d' = l$$

tal como se vio en la ecuación 7.6. Una observación adicional es que los brazos de estabilidad estática y dinámica dependen de los radios metacéntricos de las flotaciones isocarenas, para la escora en que se hallen.

En la ecuación 4.35, se relacionó la derivada del brazo de estabilidad estática con la altura metacéntrica generalizada,

$$\frac{dl}{d\theta} = h_\theta$$

Derivando la ecuación 7.6 con respecto a la escora

$$d'' = \frac{dl}{d\theta} \quad (7.14)$$

de donde se deduce que la segunda derivada del brazo dinámico es igual a la altura metacéntrica generalizada,

$$d'' = h_{\theta} \quad (7.15)$$

### 7.3 Ecuación diferencial de la estabilidad dinámica

Se denomina ecuación diferencial de la estabilidad dinámica a la que tiene la siguiente forma:

$$d + d'' = r_{\theta} - a \quad (7.16)$$

Sumando las expresiones del brazo dinámico y la segunda derivada de dicho brazo, se hallará la ecuación anterior.

De las ecuaciones 7.8, para  $d$ , y 7.14 y 4.34, para  $d''$ , se tiene,

$$d = y_{C_{\theta}} \cdot \text{sen } \theta - (z_{C_{\theta}} - z_{\theta}) \cdot \cos \theta - a \cdot \cos \theta - a$$

$$d'' = \frac{dl}{d\theta} = r_{\theta} - y_{C_{\theta}} \cdot \text{sen } \theta + (z_{C_{\theta}} - z_C) \cdot \cos \theta - a \cdot \cos \theta$$

Sumando las dos expresiones quedará,

$$d + d'' = r_{\theta} - a$$

Observando la figura 7.2, también se puede llegar a la misma conclusión, ya que

$$C_{\theta}M_{\theta} = r_{\theta}$$

$$ZM_{\theta} = h_{\theta}$$

$$C_{\theta}Z = a_{\theta} = a + d$$

puesto que, por definición,

$$d = a_{\theta} - a$$

Siguiendo con la figura,

$$ZM_{\theta} = C_{\theta}M_{\theta} - C_{\theta}Z$$

substituyendo,

$$h_{\theta} = r_{\theta} - (a + d)$$

$$h_{\theta} + d = r_{\theta} - a$$

siendo,

$$h_{\theta} = d''$$

quedará

$$d + d'' = r_{\theta} - a$$

Derivando, nuevamente, la ecuación diferencial de la estabilidad dinámica con respecto al ángulo de escora,

$$d' + d''' = r_{\theta}' \quad (7.17)$$

Al ser

$$d' = l$$

$$d'' = l' = h_{\theta}$$

$$d''' = l'' = h_{\theta}'$$

substituyendo en la ecuación 7.17,

$$h_{\theta}' + l = r_{\theta}'$$

se obtendrá el valor del brazo de estabilidad estática en función de las primeras derivadas del radio metacéntrico para la flotación isocarena de escora  $\theta$  y de la altura metacéntrica generalizada para la misma escora,

$$l = r'_\theta - h'_\theta \quad (7.18)$$

Si para un valor  $\theta_m$  el brazo de estabilidad estática alcanza un valor máximo  $l_m$ , su primera derivada será nula,

$$l'_m = 0$$

En consecuencia,

$$d'' = l'_m = h_{\theta_m} = 0 \quad (7.19)$$

Por tanto, la ecuación diferencial de la estabilidad dinámica, (Ec. 7.16), se reducirá a,

$$d = r_{\theta_m} - a \quad (7.20)$$

o, lo que es lo mismo,

$$a = r_{\theta_m} - d \quad (7.21)$$

siempre para el caso de que el brazo estático tenga un máximo. Recordemos, también, que  $a$  es la altura del centro de gravedad del buque sobre el centro de carena, en la condición del buque adrizado.

Las ecuaciones 7.20 y 7.21 permiten las tres posibilidades siguientes:

1. Conocidos el brazo dinámico para el ángulo de escora correspondiente al brazo estático máximo, y el valor de  $a$  para el buque adrizado, se obtiene el radio metacéntrico de la flotación isocarena, para el mismo ángulo de escora.
2. Conociendo el radio metacéntrico de la flotación isocarena, cuya escora sea la del brazo estático máximo, y el valor de  $a$  para el buque adrizado, se puede hallar el brazo dinámico para esta escora. El valor del radio metacéntrico se obtendrá a partir de

$$r_{\theta_m} = \frac{Ix_{\theta_m}}{\nabla}$$

o bien, se toma el dato de la evoluta metacéntrica.

3. Finalmente, si se conoce el valor del radio metacéntrico para la escora del brazo de estabilidad máximo, a partir, supongamos, de la evoluta metacéntrica, y se tiene el brazo dinámico para esta escora, se podrá hallar  $a$ , distancia entre el centro de gravedad y el centro de carena, para el buque adrizado.

La utilización práctica suele ser, más que de cálculo del tercer dato desconocido, de verificación de los cálculos realizados comprobando que han sido correctos al cumplir con la igualdad de la ecuación 7.20.

#### 7.4 Diagrama polar. Brazos dinámicos de estabilidad

Sobre el diagrama polar de estabilidad, (Fig. 7.3), y de acuerdo con la ecuación 7.7,

$$d = a_0 - a$$

se va a trazar la curva de brazos dinámicos.

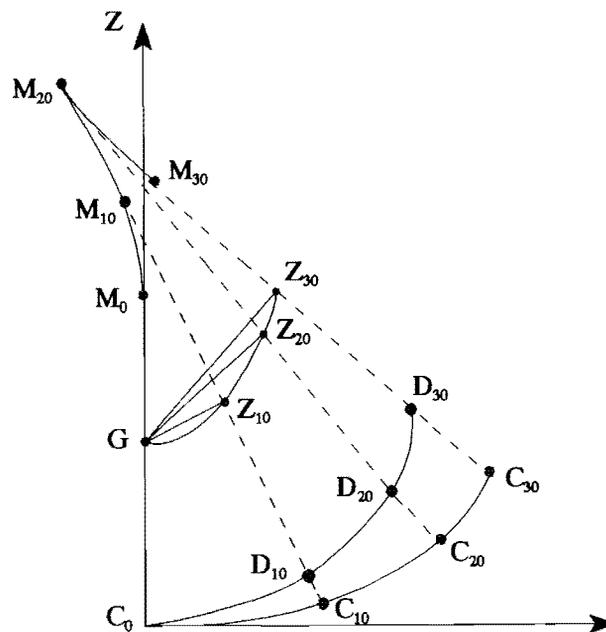


Fig. 7.3 Diagrama polar. Brazos dinámicos de estabilidad

A partir de los puntos  $G, Z_{10}, Z_{20}, Z_{30}, \dots$ , del diagrama polar se sitúan sobre las líneas  $C_0G, C_{10}Z_{10}, C_{20}Z_{20}, C_{30}Z_{30}, \dots$ , los puntos  $C_0, D_{10}, D_{20}, D_{30}, \dots$ , a una distancia  $a$ , de tal manera que

$$a = C_0G = D_{10}Z_{10} = D_{20}Z_{20} = D_{30}Z_{30} = \dots,$$

Por tanto, los segmentos entre la curva del centro de carena y estos puntos identificados con la letra

D, serán los brazos dinámicos para las diferentes escoras,

$$d_0 = 0$$

$$d_{10} = C_{10} D_{10}$$

$$d_{20} = C_{20} D_{20}$$

$$d_{30} = C_{30} D_{30}$$

$$\dots = \dots$$

Uniéndolos puntos  $D_0, D_{10}, D_{20}, D_{30}, \dots$ , se obtendrá la curva de brazos de estabilidad dinámica. Sobre la figura 7.3 se puede verificar la ecuación 7.19,

$$d = r_{\theta_m} - a$$

para la escora cuyo brazo de estabilidad estática sea máximo.

### 7.5 Curvas de estabilidad dinámica

La forma usual de representar las curvas de estabilidad dinámica es en un sistema de coordenadas rectangulares, teniendo en abscisas las escoras que en su balance puede ir tomando el buque y en ordenadas los brazos dinámicos, o el trabajo realizado por el par de fuerzas, aunque lo más habitual sea representar brazos, (Fig. 7.4).

El cálculo de la curva de brazos dinámicos se hace a partir de la curva de brazos estáticos aplicando la ecuación 7.4,

$$d = \int_{\theta_1}^{\theta_2} l \cdot d\theta$$

y utilizando algunos de los métodos aproximados de integración, siendo los más habituales el de los trapecios y la primera regla de Simpson.

Si se quiere hallar el brazo dinámico o el trabajo realizado entre dos escoras cualesquiera,  $\theta_1$  y  $\theta_2$ , puede obtenerse o calculando la integral de los brazos o de los momentos entre las dos escoras, o bien, calculando la diferencia entre los brazos dinámicos, o los trabajos, de la escora final menos la inicial.

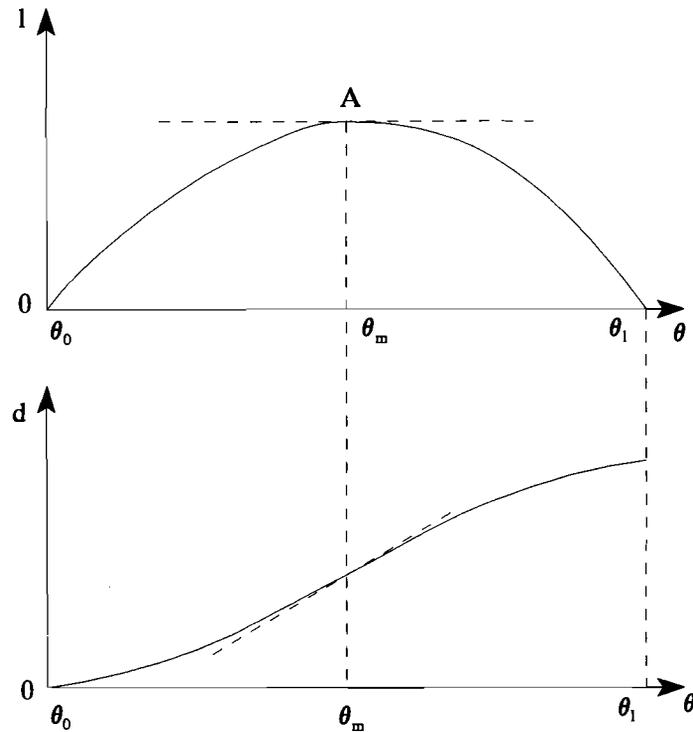


Fig. 7.4 Curva de estabilidad dinámica y su relación con la curva de estabilidad estática

### 7.6 Relaciones entre las curvas de estabilidad estática y dinámica

Las relaciones que existen entre las dos curvas son, pues, las que hay entre la curva de una función y la de su integral. A continuación se exponen las relaciones entre las curvas de brazos estáticos y dinámicos que son de interés desde la perspectiva del estudio de la estabilidad estática y dinámica del buque, haciendo un recordatorio previo de aquellas ecuaciones que han sido analizadas en los apartados anteriores y que las justifican, (Fig. 7.4).

$$d = \int_0^{\theta} l \cdot d\theta$$

$$d' = l$$

$$d'' = l' = h_{\theta}$$

Para la condición de brazo de estabilidad estática máximo, que corresponde a la escora  $\theta_m$

$$l'_m = 0$$

$$d'' = l'_m = 0$$

1. Los máximos y mínimos de la curva de brazos dinámicos corresponden a valores nulos del brazo estático, ( $d' = l$ ).
2. En el origen, para  $\theta_0$ ,  $l_0 = 0$  y  $d_0 = 0$ . En la curva dinámica hay un mínimo, siendo la curva tangente al eje de abscisas, ( $d' = l$ ).
3. Para el valor del brazo estático máximo,  $l_m$ , correspondiente a una escora  $\theta_m$ , el brazo dinámico tendrá un punto de inflexión, ( $d'' = l'_m = 0$ ).
4. Para la escora límite de estabilidad,  $\theta_1$ , el brazo estático para esta escora será cero, por tanto, el brazo dinámico tendrá un valor máximo,  $\left( d = \int_0^{\theta} l \cdot d\theta \right)$ .
5. La pendiente de la tangente en un punto de la curva de estabilidad dinámica, (Fig. 7.5), es igual al brazo de estabilidad estática, ( $d' = l$ ),

$$\tan \beta = \frac{l_{\theta}}{1 \text{ radián}}$$

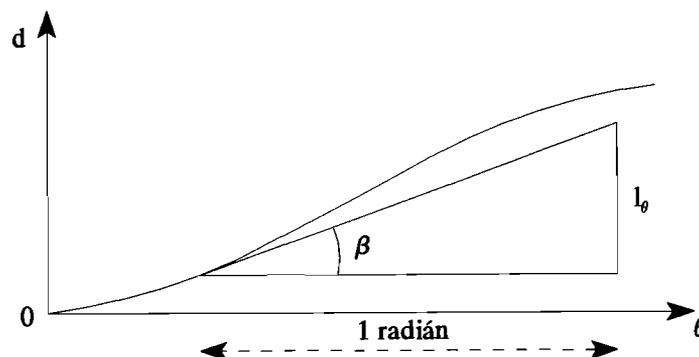


Fig. 7.5 Relación entre la pendiente del brazo dinámico y el valor del brazo estático

### 7.7 Ángulo de equilibrio dinámico

Supuesto el buque afectado por una fuerza externa que le produce un momento escorante variable con el ángulo de escora, la ecuación del movimiento alrededor de un eje de inclinación longitudinal es,

$$[J_x + \Delta J_x] \cdot \theta'' = M_e - M_a \quad (7.22)$$

- $J_x$  momento de inercia del desplazamiento del buque alrededor de un eje longitudinal de oscilación que pasa por su centro de gravedad  
 $\Delta J_x$  momento de inercia de la masa de agua añadida que rodea al buque, y que se supone que se mueve con él alrededor del mismo eje. Su función es equivalente al amortiguamiento por viscosidad del agua. Su valor se considera de 0,2 a 0,3 el valor de  $J_x$   
 $\theta''$  aceleración angular  
 $M_e$  momento escorante  
 $M_a$  momento adrizante

A partir de la ecuación 7.22 se obtendrá la ecuación diferencial del movimiento de escora del buque. Para ello, primero se realiza una transformación de  $\theta''$  y se substituye el nuevo valor hallado en la ecuación.

$$\theta'' = \frac{d\theta'}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \cdot \frac{d\theta'}{d\theta} = \theta' \cdot \frac{d\theta'}{d\theta} = \frac{d}{d\theta} \left[ \frac{1}{2} (\theta')^2 \right]$$

$$\theta'' = \frac{1}{2} \frac{d(\theta')^2}{d\theta} \quad (7.23)$$

- $\theta'$  velocidad angular

$$[J_x + \Delta J_x] \cdot \frac{1}{2} \frac{d(\theta')^2}{d\theta} = M_e - M_a \quad (7.24)$$

Integrando entre las escoras  $\theta_0$  y  $\theta$ , se obtiene la ley de conservación de la energía,

$$\frac{J_x + \Delta J_x}{2} \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{d(\theta')^2}{d\theta} \cdot d\theta = \int_{\theta_0}^{\theta} M_e \cdot d\theta - \int_{\theta_0}^{\theta} M_a \cdot d\theta$$

$$\frac{J_x + \Delta J_x}{2} [(\theta')^2 - (\theta_0')^2] = \int_{\theta_0}^{\theta} M_e \cdot d\theta - \int_{\theta_0}^{\theta} M_a \cdot d\theta \quad (7.25)$$

$\theta_0$	ángulo de escora inicial
$\theta_0'$	velocidad angular inicial
$\theta$	ángulo de escora final
$\theta'$	velocidad angular final

El primer miembro de la ecuación,

$$\frac{J_x + \Delta J_x}{2} [(\theta')^2 - (\theta_0')^2]$$

es el incremento de la energía cinética.

Suponiendo, como normalmente así se hace en los estudios de estabilidad, que el barco parte de la condición de adrizado, por tanto,

$$\theta_0 = 0 \quad \theta_0' = 0$$

será,

$$\frac{J_x + \Delta J_x}{2} (\theta')^2 = \int_{\theta_0}^{\theta} M_e \cdot d\theta - \int_{\theta_0}^{\theta} M_a \cdot d\theta \quad (7.26)$$

cuya interpretación práctica es la que se expone a continuación.

El buque sigue escorando mientras sea

$$\int_{\theta_0}^{\theta} M_e \cdot d\theta > \int_{\theta_0}^{\theta} M_a \cdot d\theta \quad (7.27)$$

lo cual significa que la velocidad angular será positiva,

$$\theta' > 0$$

Cuando se produzca la igualdad entre las integrales de los momentos escorante y adrizante, la velocidad angular será igual a cero, y el buque cesará de escorar,

$$\int_{\theta_0}^{\theta} M_e \cdot d\theta = \int_{\theta_0}^{\theta} M_a \cdot d\theta \quad (7.28)$$

$$\theta' = 0$$

El ángulo de escora para el que se da esta condición se denomina ángulo de equilibrio dinámico, siendo el ángulo máximo de escora hasta el que llegará el buque debido a la energía cinética.

### 7.8 Efecto de un par escorante sobre la estabilidad dinámica

El estudio se hará a partir de las curvas de los pares adrizante y escorante, (Fig. 7.6), ya que las curvas dinámicas se obtienen calculando las áreas bajo las curvas estáticas.

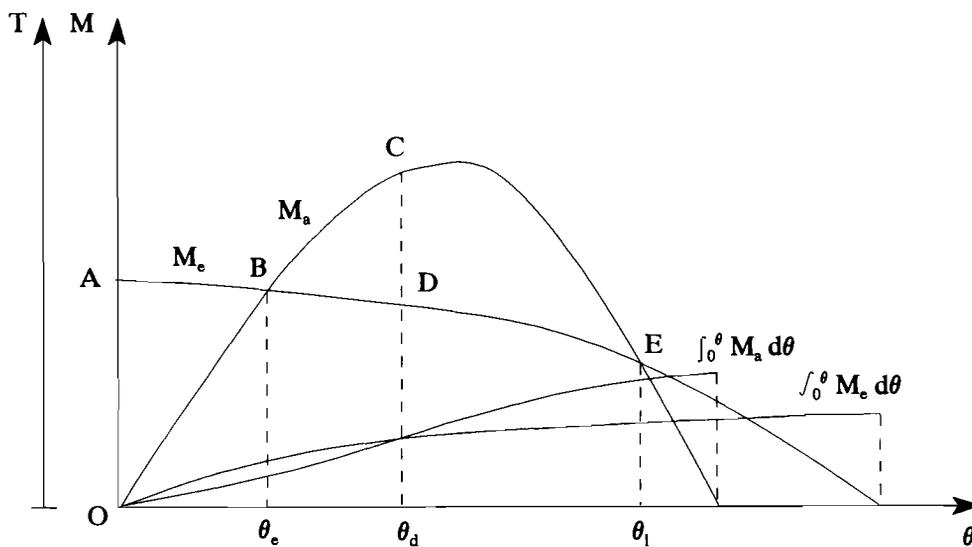


Fig. 7.6 Ángulos de equilibrio estático y dinámico

Entre las escoras de  $0^\circ$  y  $\theta_e$ , ángulo de equilibrio estático, el trabajo del momento escorante será mayor que el trabajo del momento adrizante. A pesar de que para el ángulo  $\theta_e$  los momentos son iguales, la energía cinética acumulada hará que continúe el balance hasta una escora máxima  $\theta_d$ , ángulo de equilibrio dinámico, para el cual se igualan los trabajos de ambos momentos. Sobre la figura 7.6,

$$\int_0^{\theta_d} M_e \cdot d\theta = \text{área } AD\theta_d$$

$$\int_0^{\theta_d} M_a \cdot d\theta = \text{área } OC\theta_d$$

Por tanto,

$$\text{área } AD\theta_d = \text{área } OC\theta_d$$

Al tener en común el área  $OBD\theta_e$ , resultará que

$$\text{área } OAB = \text{área } BCD$$

Siguiendo con el ejemplo de la figura, en el ángulo  $\theta_d$  la energía cinética se habrá anulado, así como la velocidad angular de balance del buque, quedando momentáneamente parado en este ángulo de equilibrio dinámico. Analizando la reserva de estabilidad, par adrizante menos par escorante, se verá que para esta escora es positiva, iniciándose el giro de contrabalance que llevaría al buque, teóricamente, a su posición inicial, es decir, a la del buque adrizado. En la realidad y debido a la resistencia del agua, cada balance completo será menor que el anterior, quedando el buque con una escora permanente que será la que corresponde al ángulo de equilibrio estático.

A continuación se van a considerar dos supuestos que llevan el buque a su pérdida. En primer lugar se analiza el caso para el que,

$$\text{área } OAB = \text{área } BCE$$

por tanto, coincidiendo el ángulo de equilibrio dinámico,  $\theta_d$ , con el ángulo límite de estabilidad,  $\theta_l$ . El par adrizante y el par escorante son, pues, iguales, pero el más mínimo incremento de escora situará al buque en una zona de reserva de estabilidad negativa y dará la vuelta. A este ángulo de escora se le denomina también ángulo crítico de estabilidad dinámica, al área BCE, reserva de estabilidad dinámica, y al momento escorante que produce esta situación, momento de vuelco.

El segundo caso se da cuando,

$$\text{área } OAB > \text{área } BCE$$

condición en la que el buque se perderá, ya que en su movimiento de escora pasará por el ángulo límite de estabilidad y entrará en zona de reserva de estabilidad negativa, provocando que el buque dé rápidamente la vuelta.

## 7.9 Criterios de estabilidad

Las características de las curvas de estabilidad estática y dinámica y sus relaciones, han servido de base para el estudio de unos valores mínimos, denominados criterios de estabilidad. Haciendo una revisión de la estabilidad inicial, de la estabilidad para grandes escoras y de las relaciones entre las curvas estáticas y dinámicas, se pueden plantear las condiciones siguientes:

### 1. Estabilidad estática inicial

El análisis se realiza sobre la altura metacéntrica transversal,  $GM$  o  $h$ . Si ésta es positiva el buque

tendrá equilibrio estable y si es nula o negativa el equilibrio será no estable.

## 2. Estabilidad estática a grandes ángulos de escora

El buque tendrá equilibrio estable cuando al ser

$$M_a = M_e$$

es decir, los momentos adrizante y escorante iguales, las pendientes de las curvas respectivas tengan la relación siguiente,

$$\frac{dM_a}{d\theta} > \frac{dM_e}{d\theta}$$

Cuando la pendiente del momento adrizante sea menor o igual que la pendiente del momento escorante,

$$\frac{dM_a}{d\theta} \leq \frac{dM_e}{d\theta}$$

el equilibrio será no estable.

## 3. Estabilidad dinámica

La igualdad entre los trabajos de los momentos adrizantes y escorantes queda determinada por,

$$\int_0^{\theta} P_a \cdot d\theta = \int_0^{\theta} P_e \cdot d\theta$$

Para esta condición, si

$$M_a > M_e$$

el equilibrio del buque será estable, y si

$$M_a < M_e$$

el equilibrio será no estable.

Los métodos utilizados para llegar a definir los mínimos reglamentarios son, básicamente, los que se describen a continuación.

### 1. Método comparativo

Compara el buque en proyecto o estudio con otros buques existentes que sean semejantes o, por lo menos, suficientemente parecidos, de los cuales se conoce su comportamiento desde el punto de vista de la estabilidad.

### 2. Método estadístico

Los valores mínimos de estabilidad se obtienen a partir del análisis de buques perdidos por falta de estabilidad. Uno de los impulsores más conocidos de este método fue Rahola, que desarrolló su tesis doctoral sobre este tema.

### 3. Método del cálculo del momento de vuelco

Se realiza el cálculo de los momentos escorantes que pueden llevar a la pérdida del buque. Así como hay momentos escorantes que se conocen fácilmente, por ejemplo, los debidos a un movimiento de pesos o a la fuerza del viento, hay otros que, de momento, son difíciles de calcular, como la fuerza de las olas sobre el buque.

Cada uno de los métodos tiene sus ventajas e inconvenientes, pero lo importante es que cada uno de ellos aporta algo para que cada vez se pueda llegar a unos criterios que hagan los barcos más seguros desde la perspectiva de la estabilidad. Hay que destacar la responsabilidad que tienen los oficiales de los buques sobre el centro de gravedad, y, por tanto, sobre la estabilidad de pesos, mejorando o perjudicando la estabilidad del buque.

Una tendencia necesaria de los criterios de estabilidad es la de tener en cuenta el efecto de la mar, cuyo momento se desconoce, tal como se ha comentado. Un ejemplo de cómo se está resolviendo este tipo de problemas es el que se expone a continuación.

Supuesto el buque navegando sujeto a la acción del viento y de las olas, el movimiento escorante del viento se puede calcular conociendo su presión y la superficie del buque sobre la que actúa, lo cual nos dará la fuerza del viento, que multiplicada por el brazo entre el centro vélico y el centro de resistencia lateral, hallará el momento escorante. Para el centro vélico puede tomarse el centro de gravedad de la proyección sobre el plano diametral de la superficie expuesta al viento, ya que al tratarse del estudio de la estabilidad transversal se considerará la componente del viento que afecta al buque por su través. El centro de resistencia lateral, punto donde se supone que actúa la resistencia del agua al movimiento de escora del buque, es difícil de situar, pudiéndose tomar como dato aproximado de su altura sobre la quilla, en un buque mercante de formas habituales, la mitad del calado.

Se trazan las curvas de brazos adrizantes,  $GZ$ , y escorantes,  $l_e$ , (Fig. 7.7), obteniéndose el ángulo de equilibrio estático,  $\theta_e$ , a partir del cual y hacia el origen se toma una amplitud de escora de  $25^\circ$ , siendo los criterios a cumplir,

a) El valor del brazo  $GZ$  correspondiente al ángulo de equilibrio estático será menor o igual al 60 por ciento del brazo  $GZ$  máximo,  $GZ_m$ ,

$$GZ_{\theta_e} \leq 0,6 GZ_m$$

b) El área  $A_1$  será mayor o igual que 1,4 veces el área  $A_2$ ,

$$A_1 \geq 1,4 A_2$$

De esta manera se pretende tener en cuenta los momentos combinados del viento y de las olas.

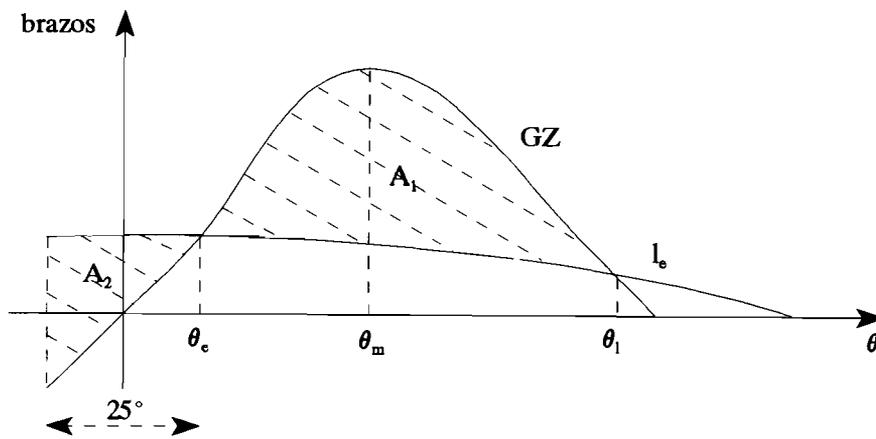


Fig. 7.7 Acción del viento y de las olas sobre la estabilidad del buque

## 8 Varada

### 8.1 Generalidades

En el caso de una varada, las fuerzas estudiadas hasta ahora para el buque flotando libremente, desplazamiento y empuje, quedan modificadas al añadir la reacción del buque sobre el fondo. En efecto, al varar, el buque queda soportado en parte por el empuje del agua y en parte por el fondo, siendo en este caso el equilibrio de fuerzas entre el desplazamiento y el empuje y la reacción.

$$\text{Desplazamiento} = \text{Empuje} + \text{Reacción}$$

La varada puede ser accidental o voluntaria, siendo la entrada en dique el ejemplo más clásico de la varada voluntaria. En primer lugar, se hará el estudio de la varada accidental, debido a su interés para el marino.

### 8.2 Cálculo de la reacción

#### a) Reacción

En la figura 8.1 se representa el plano diametral del buque, siendo la flotación FL la del momento de producirse la varada, por tanto, la correspondiente al buque flotando libremente. Se va a iniciar el estudio del cálculo de la reacción para el caso particular de que el punto de varada esté en la quilla y en la vertical del centro de flotación.

Tomando un valor de  $\Delta I$  de bajada de la marea, de manera que permita aceptar que la rebanada emergida entre FL y  $F_1L_1$  esté formada por flotaciones paralelas y costados verticales, lo que a su vez significa la práctica igualdad entre los valores de los brazos longitudinales de los respectivos centros de gravedad de las flotaciones y de las toneladas por centímetro, la inmersión paralela que sufrirá el buque por este motivo será,

$$I = \Delta I = \frac{e}{Tc} \quad (8.1)$$

**I**      inmersión paralela, que será negativa  
 **$\Delta I$**     bajada de la marea  
**e**        empuje de la rebanada  
**Tc**      toneladas por centímetro de inmersión

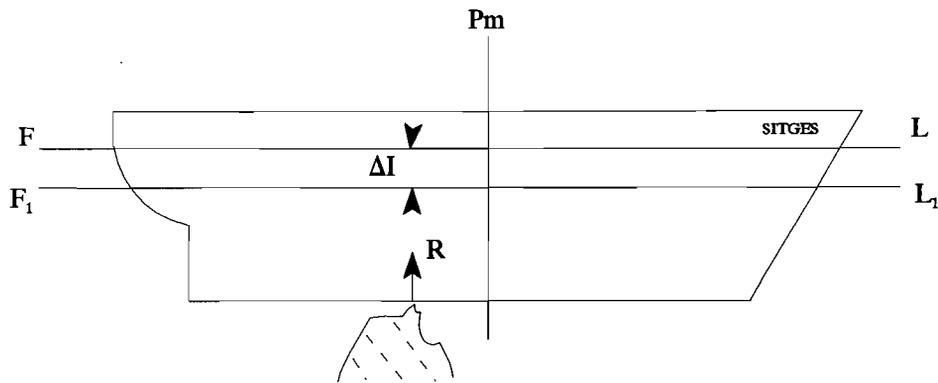


Fig. 8.1 Varada en la vertical del centro de flotación

El equilibrio entre el desplazamiento y el empuje quedará determinado por,

$$D = E = E_1 + e$$

$$D = E_1 + R \quad (8.2)$$

$$D - R = E_1 \quad (8.3)$$

**D**      desplazamiento para la condición inicial, flotación FL  
**E**      empuje para la flotación FL  
 **$E_1$**     empuje para la flotación  $F_1L_1$   
**R**      reacción

Siendo la reacción una fuerza igual al empuje de la rebanada, por tanto, una fuerza hacia arriba (en sentido negativo).

b) Efecto virtual de la reacción sobre el centro de gravedad del buque

Supongamos, como hasta ahora, que el buque ha varado en la vertical del centro de flotación. Se van a analizar los momentos adrizantes y escorante que actúan sobre el buque antes y después de bajar la marea, dándole, para ello, una escora que esté dentro de la estabilidad inicial, (Fig. 8.2).

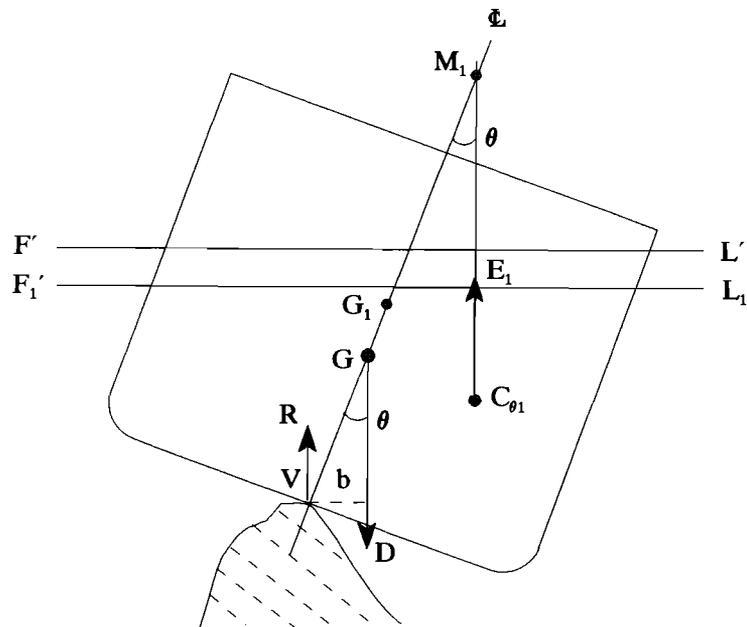


Fig. 8.2 Efecto virtual de la reacción sobre el centro de gravedad del buque

1. Para la condición inicial, flotación F'L', el momento adrizante era

$$D \cdot GZ = D \cdot GM \cdot \text{sen } \theta$$

2. Para la condición después de considerar una bajada de la marea, flotación F'L', el desplazamiento correspondiente al empuje sería,

$$D_1 = \gamma \cdot \nabla_1$$

y su momento adrizante

$$D_1 \cdot G_1Z_1 = D_1 \cdot G_1M_1 \cdot \text{sen } \theta$$

3. Entre estos dos momentos adrizantes habrán unas variaciones producidas por el cambio de

volumen sumergido, de  $\nabla$  a  $\nabla_1$ , afectando a las posiciones relativas entre los metacentros iniciales  $M$  y  $M_1$ , por tanto, su valor será  $MM_1$ , y a la variación debida al momento producido por la reacción, que es la que interesa en este capítulo y la que se va a analizar a continuación.

Sobre el centro de gravedad inicial del buque,  $G$ , actúa la fuerza del desplazamiento,  $(+D)$ , y en el punto de varada,  $V$ , la fuerza de la reacción,  $(-R)$ . Tomando momentos con respecto a la vertical, perpendicular a la flotación  $F'L'$ , que pasa por  $G$ , el momento producido por la reacción será escorante y su valor,

$$\text{momento escorante} = R \cdot b$$

poniendo el brazo  $b$  en función del  $KG$  inicial del buque,

$$\text{momento escorante} = R \cdot KG \cdot \text{sen } \theta$$

La disminución producida sobre el momento escorante adrizante inicial debida al efecto, sólo, de la reacción, será

$$\text{momento residual} = D \cdot GM \cdot \text{sen } \theta - R \cdot KG \cdot \text{sen } \theta \quad (8.4)$$

Sacando factor común  $D \cdot \text{sen } \theta$ ,

$$\text{momento residual} = D \cdot \text{sen } \theta \left[ GM - \frac{R \cdot KG}{D} \right]$$

Por tanto, el  $GM$  tendrá una disminución virtual, por este motivo, igual a

$$- \frac{R \cdot KG}{D}$$

que correspondería a la misma que tendría el  $GM$  del buque suponiendo una descarga de un peso igual a la reacción y situado en el punto de varada.

En resumen, el problema de la varada se planteará como una descarga virtual en el punto de varada, siendo sus efectos sobre la estabilidad transversal y longitudinal del buque los propios de una descarga de un peso.

### c) Cálculo de la inmersión

Para el caso particular de que la varada se produzca en la vertical del centro de gravedad de la flotación, resulta que la inmersión paralela es igual a la bajada de la marea  $\Delta I$ , pudiéndose obtener fácilmente la reacción a partir de la ecuación 8.1,

$$I = \Delta I = \frac{(-R)}{Tc} \quad (8.5)$$

$$(-R) = I \cdot Tc \quad (8.6)$$

Para recordar que la reacción se considera una descarga virtual, se expresará anteponiéndole el signo (-).

Si la varada se produce en un punto cualquiera de la quilla, (Fig. 8.3), los efectos que una bajada de la marea,  $\Delta I$ , tendrá sobre los calados, serán una inmersión paralela y una alteración del asiento.

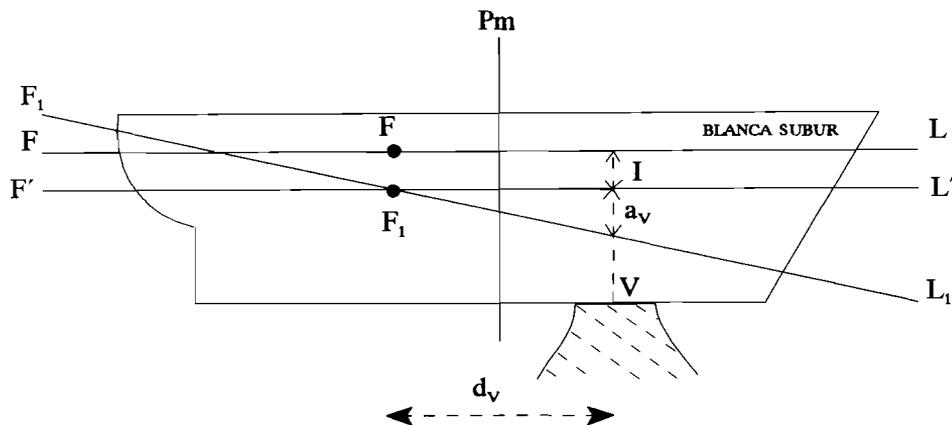


Fig. 8.3 Varada en un punto cualquiera de la quilla

Sobre la vertical del punto de varada, el  $\Delta I$  será igual a la inmersión paralela más la alteración producida en la vertical del punto de varada,

$$\Delta I = I + a_v \quad (8.7)$$

- $\Delta I$  bajada de la marea
- $I$  inmersión paralela, que será negativa
- $a_v$  alteración en la vertical del punto de varada, que será negativa

Substituyendo la inmersión y la alteración por sus ecuaciones en función de la reacción sobre el fondo,

$$I = \frac{(-R)}{Tc} \quad (8.8)$$

$$a = \frac{(-R) \cdot d_v}{Mu} \quad (8.9)$$

$$d_v = \otimes V - \otimes F$$

$$a_v = \frac{a}{E} \cdot d_v = \frac{(-R) \cdot d_v^2}{E \cdot Mu} \quad (8.10)$$

$$\Delta I = \frac{(-R)}{Tc} + \frac{(-R) \cdot d_v^2}{E \cdot Mu} \quad (8.11)$$

Analizando los signos que corresponderán a la inmersión,  $I$ , y a la alteración en el punto de varada,  $a_v$ , se llegará a la conclusión de que ambos serán negativos.

Despejando, se obtendrá el valor de la reacción,

$$(-R) = \frac{\Delta I \cdot Tc \cdot E \cdot Mu}{E \cdot Mu + Tc \cdot d_v^2} \quad (8.12)$$

### 8.3 Efecto de la varada sobre los calados

Conocida la reacción por la ecuación 8.12, se pueden calcular la inmersión y la alteración que produce en los calados iniciales del buque, (Ecs. 8.8 y 8.9). Al hacer el cálculo de la reacción se habrán utilizado los datos de las curvas hidrostáticas,  $\otimes F$ ,  $Tc$  y  $Mu$ , correspondientes al calado medio inicial. El valor obtenido de la reacción será tanto más aproximado cuanto menores sean las diferencias entre estos datos del calado medio inicial y los mismos datos del calado medio final,  $Cm_1$ . Analizando las ecuaciones a utilizar se verá el por qué de esta aproximación, cuándo será necesario hacer una segunda aproximación y cómo se deberá realizar.

La inmersión se halla por la ecuación,

$$I = \frac{(-R)}{Tc}$$

y el calado medio después de bajar la marea, será

$$Cm_1 = Cm_i + I \quad (8.13)$$

siendo la inmersión negativa, como se ha indicado. Para este nuevo calado medio,  $Cm_1$ , se busca en las curvas hidrostáticas los valores de  $\overline{MF}$ ,  $Tc$  y  $Mu$ , debiendo ser sensiblemente iguales a los utilizados para el cálculo de la reacción, de otra forma sería necesario realizar una segunda aproximación, utilizando para ello el valor de  $Tc$  del calado promedio entre los calados inicial y final hallado, y  $\overline{MF}$  y el  $Mu$  de este último. A menos de que se trabaje con  $\Delta I$  muy grandes, que además den valores de inmersión muy grandes, esta segunda aproximación deberá ser suficiente para las necesidades del cálculo.

Una vez conocida la alteración, se efectuará su reparto en alteración de popa y de proa, obteniéndose a partir de los calados iniciales los calados del buque para el  $\Delta I$  propuesto. Las operaciones a realizar son las derivadas de una descarga y, por tanto, aplicando consecuentemente los signos de la inmersión y de las alteraciones de popa y de proa.

$$a_{pp} = \frac{a}{E} \cdot d_{pp}$$

$$a_{pr} = \frac{a}{E} \cdot d_{pr}$$

$$C_{pp1} = C_{ppi} + I + a_{pp} \quad (8.14)$$

$$C_{pr1} = C_{pri} + I + a_{pr} \quad (8.15)$$

#### 8.4 Efectos de la varada sobre la estabilidad transversal inicial

Conocida la reacción para una bajada de la marea, supuesta o real, se puede calcular el efecto que ésta tendrá sobre la estabilidad inicial del buque, haciendo el estudio de una descarga virtual igual al valor de la reacción en el punto de varada, (Fig. 8.4).

La altura del metacentro sobre la quilla,  $KM_1$ , se obtendrá de las curvas hidrostáticas con el nuevo calado medio, previamente calculado. La variación del  $KG$  inicial del buque se puede hallar de la manera siguiente,

$$GG_1 = \frac{(-R) \cdot dv}{D - R}$$

siendo  $dv$ , la distancia vertical entre el punto de aplicación de la varada y el centro de gravedad del buque,

$$dv = - KG$$

$$GG_1 = \frac{(-R) \cdot (-KG)}{D - R} \quad (8.16)$$

$$KG_1 = KG + GG_1 \quad (8.17)$$

Siendo la nueva altura metacéntrica,

$$G_1M_1 = KM_1 - KG_1 \quad (8.18)$$

Se recuerda aquí, y para el resto de ecuaciones en las que intervenga la altura metacéntrica, que ésta debe ser corregida por superficies libres.

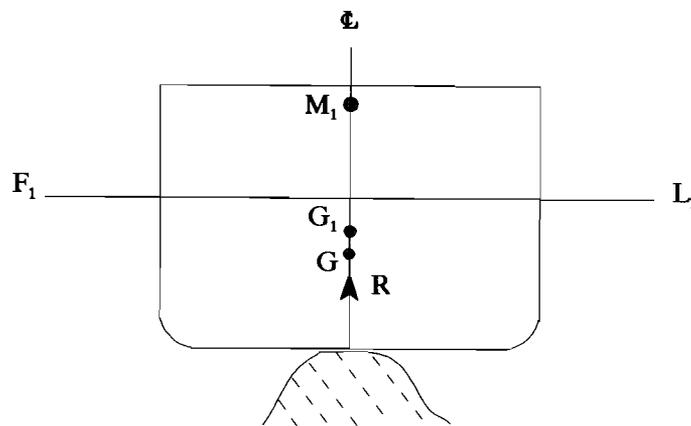


Fig. 8.4 Varada. Cálculo de la estabilidad inicial

### 8.5 Curva de la estabilidad inicial

Un objetivo prioritario al varar el buque será el de calcular la variación de la estabilidad inicial con la bajada de la marea, o más concretamente, el hallar los valores que irá tomando la altura metacéntrica durante el proceso de bajada de la misma, en consecuencia, de pérdida de empuje y disminución del calado medio.

En los apartados anteriores se ha visto cómo hallar los calados y la altura metacéntrica para una

bajada de la marea,  $\Delta I$ . Realizando una serie de operaciones sistemáticas para valores de  $\Delta I$  crecientes, de valores constantes, se podrá crear una tabla como la 8.1, en la que, tomándose como ejemplo intervalos de 25 cm, se recogerán los datos de los calados y de la estabilidad transversal inicial para cada uno de los valores  $\Delta I$  considerados. El valor del intervalo constante deberá estar de acuerdo con el que las formas del buque y las necesidades de la información a obtener aconsejen.

Tabla 8.1 Varada. Tabla de estabilidad inicial

$\Delta I$	Cm	D	C <sub>pp</sub>	C <sub>pr</sub>	KM	KG	GM
0							
25							
50							
75							
..							

Trazando una curva sobre un sistema de coordenadas rectangular, poniendo en abscisas los calados medios y en ordenadas los valores de las alturas metacéntricas, en el punto de corte de la curva con el eje de abscisas se tendrá el calado medio para el que se anula el valor de la altura metacéntrica, (Fig. 8.5).

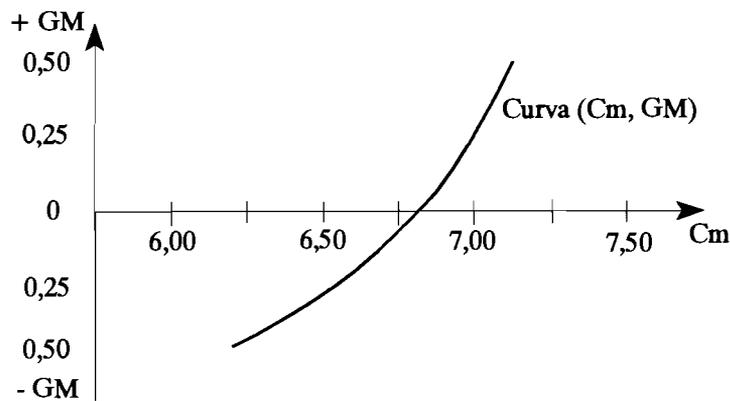


Fig. 8.5 Varada. Curva de la estabilidad inicial

Una observación importante a realizar para el marino es la de tener en cuenta las formas del fondo del buque y del lecho sobre el cual vara. Si ambos son planos, de tal manera que el buque quede asentado sobre el fondo, antes de que se llegue a los calados de pérdida de estabilidad, el peligro de

que éste escora por GM negativo se habrá anulado.

### 8.6 Efecto de la varada sobre la escora y la estabilidad transversal

El estudio se basa en los supuestos de que el buque vare en un punto que no esté en el plano diametral y considerando, además, que no se deslizará sobre el fondo, (Fig. 8.6).

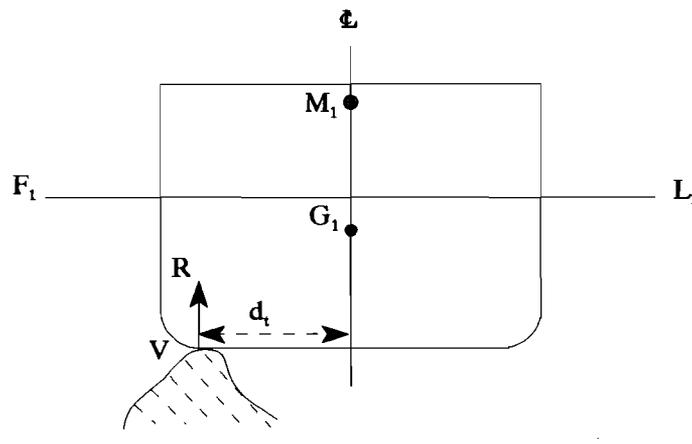


Fig. 8.6 Varada. Efecto sobre la escora

Partimos de que se han realizado los cálculos de la reacción y de la altura metacéntrica. La escora que tomará el buque según las consideraciones hechas de que su efecto es el de una descarga virtual en el punto de varada, será

$$\tan \theta = \frac{(-R) \cdot dt}{(D - R) \cdot G_1 M_1} \quad (8.19)$$

En el caso de la figura 8.6, el buque escorará a estribor, esto es, hacia la banda contraria de la varada, lo que está de acuerdo con el estudio de la descarga virtual, ya que el brazo será negativo,

$$dt = \mathcal{L}V - \mathcal{L}G \quad \mathcal{L}G = 0$$

Para hallar la curva de estabilidad transversal se utilizan las ecuaciones del brazo GZ,

$$GZ_1 = KN_1 - KG_{c_1} \cdot \text{sen } \theta - \mathcal{L}G_1 \cdot \cos \theta \quad (8.20)$$

o bien

$$GZ_1 = KN_1 - KG_1 \cdot \text{sen } \theta - \mathcal{L}G_1 \cdot \cos \theta - \frac{Msl}{D_1} \quad (8.21)$$

teniendo en cuenta, por tanto, las correcciones por superficies libres que existan en el buque. En la ecuación 8.20 se corrige el KG y en la ecuación 8.21 la corrección se realiza con el sumatorio de los momentos de superficies libres pasado a brazo. Los valores del  $KN_1$  serán los correspondientes al desplazamiento (D-R), siendo  $KG_1$ ,  $\mathcal{L}G_1$  y los momentos de superficies libres los calculados para este mismo desplazamiento.

### 8.7 Operaciones para librar la varada

Nos limitaremos a las operaciones basadas en modificar los calados para que el buque pueda salir de la varada, anulando la reacción y flotando libremente. Las posibilidades que existen son:

1. Descarga de pesos
2. Traslado de pesos
3. Carga de pesos
4. Combinación de las operaciones anteriores

En cualquier caso, se tratará de anular el efecto de la reacción sobre el punto de varada, es decir, se debe producir una inmersión y una alteración sobre el calado en la vertical del punto de varada que sea igual al  $\Delta I$  de bajada de la marea, haciendo realidad la circunstancia virtual considerada.

#### 8.7.1 Descarga de pesos en la vertical del punto de varada

El supuesto más fácil de calcular consiste en descargar un sumatorio de pesos,  $\Sigma p$ , igual a la reacción, cuyos centros de gravedad estén en la vertical del punto de varada, puesto que el  $\Delta I$  conseguido con esta operación sería la suma de los mismos valores de la inmersión,  $I$ , y de la alteración,  $a_v$ ,

$$\Sigma p = (-R) \quad (8.22)$$

#### 8.7.2 Descarga de pesos en puntos cualesquiera del plano diamétral

El efecto que se quiere producir es  $\Delta I$ , descargando distintos pesos situados a distancias distintas, esto es, los correspondientes brazos longitudinales del centro de flotación del buque, (Fig. 8.7).

$$\Delta I = I' + a'_v \quad (8.23)$$

$\Delta I$	bajada de la marea
$I'$	inmersión producida por la descarga de los pesos, que será negativa
$a'_v$	alteración en la vertical del punto de varada producida por la descarga de los pesos

Para simplificar el razonamiento, supondremos que se trata de un solo peso, siendo éste el dato fijado, dato conocido, y su brazo longitudinal la incógnita. El cálculo de la inmersión paralela será,

$$I' = \frac{P}{Tc} \quad (8.24)$$

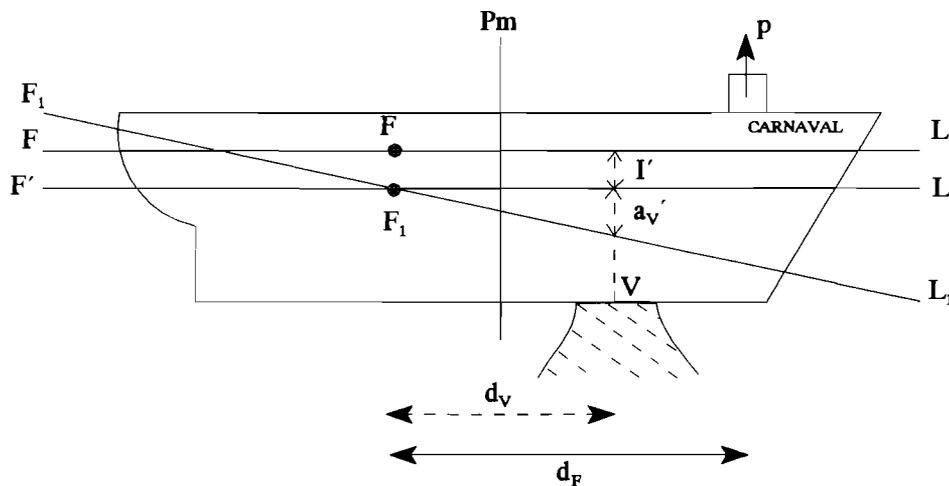


Fig. 8.7 Descarga de un peso para librar la varada

Las toneladas por centímetro de inmersión utilizadas serán las de la flotación inicial,  $Cm$ , por tanto, las del buque en el momento de varar. En el caso de que el nuevo calado medio calculado a partir de esta inmersión,

$$Cm_1 = Cm - I \quad (8.25)$$

$Cm_1$  calado medio para librar la varada

tenga unas toneladas por centímetro de inmersión sensiblemente diferentes a las utilizadas, se repite el cálculo de la inmersión con un valor intermedio, para obtener una mayor aproximación en el resultado.

El cálculo de la alteración se hará a partir del peso y de los datos de las curvas hidrostáticas del calado medio hallado,  $Cm_1$ ,

$$a' = \frac{P \cdot d_F}{Mu} \quad (8.26)$$

$$d_F = \otimes g - \otimes F$$

$\otimes g$  distancia a la cuaderna maestra desde el centro de gravedad del peso a descargar

Siendo la alteración producida en la vertical del punto de varada,

$$a'_V = \frac{a'}{E} d_V \quad (8.27)$$

$$d_V = \otimes V - \otimes F$$

$$a'_V = \frac{p \cdot d_F \cdot d_V}{E \cdot Mu} \quad (8.28)$$

Los datos conocidos serán el peso, la eslora, la distancia entre el punto de varada y el centro de flotación, y el momento unitario. El centro de flotación y el momento unitario serán los valores obtenidos en las curvas hidrostáticas con el calado medio  $Cm_1$ . El dato a calcular será  $d_F$ , distancia entre el centro de gravedad del peso a descargar y el centro de flotación. El valor de  $a'_V$  se hallará por,

$$\Delta I = I' + a'_V \quad (8.29)$$

$$a'_V = \Delta I - I' \quad (8.30)$$

Despejando  $d_F$  se obtendrá su valor,

$$d_F = \frac{a'_V \cdot E \cdot Mu}{p \cdot d_V} \quad (8.31)$$

Resumiendo, a partir del peso se halla la inmersión,  $I'$ . Conocidos el  $\Delta I$  e  $I'$ , se obtiene la alteración en la vertical del punto de varada,  $a'_V$ , y finalmente se deducirá la distancia del centro de gravedad del peso a descargar al centro de flotación.

La inmersión y la alteración en el punto de varada serán negativos, lo cual significa que el peso se descargará a proa del centro de flotación si el punto de varada está a proa, y a popa de este centro si el punto de varada está, también, a popa.

La otra posibilidad del problema es que el dato fijado sea el del brazo longitudinal del peso,  $d_F$ , por tanto, su centro de gravedad, y que la incógnita sea el valor del peso a descargar. Su cálculo se deducirá de la manera siguiente,

$$I' = \frac{p}{Tc}$$

$$a'_v = \frac{p \cdot d_f \cdot d_v}{E \cdot Mu}$$

$$\Delta I = I' + a'_v$$

$$\Delta I = \frac{p}{Tc} + \frac{p \cdot d_f \cdot d_v}{E \cdot Mu} \quad (8.32)$$

$$p = \frac{\Delta I \cdot Tc \cdot E \cdot Mu}{E \cdot Mu + Tc \cdot d_f \cdot d_v} \quad (8.33)$$

El valor del peso resultante será negativo, puesto que se trata de una descarga. Generalizando la ecuación 8.32 a varios pesos,

$$\Delta I = \frac{\Sigma p}{Tc} + \frac{\Sigma(p \cdot d_f) \cdot d_v}{E \cdot Mu} \quad (8.34)$$

### 8.7.3 Traslado de pesos

La alteración que deberá producir el traslado de pesos será igual a  $\Delta I$ ,

$$\Delta I = a'_v \quad (8.35)$$

$$a'_v = \frac{\Sigma(P \cdot d)}{Mu} \quad (8.36)$$

siendo  $d$ , la distancia longitudinal entre la posición final y la inicial de cada uno de los pesos. Simplificando el traslado a un solo peso, la alteración será,

$$a'_v = \frac{p \cdot d_t}{Mu} \quad (8.37)$$

La alteración en el punto de varada se hallará así,

$$a'_v = \frac{a'}{E} d_v \quad (8.38)$$

$$a'_v = \frac{p \cdot d_l \cdot d_v}{E \cdot Mu} \quad (8.39)$$

El momento unitario y la posición longitudinal de F se hallarán con el calado medio del buque varado,  $Cm_1$ . Fijando una de las dos incógnitas se resolverá la ecuación. Así, si el dato conocido es el peso, y dado que la bajada de la marea será igual a la alteración en la vertical del punto de varada, (Ec. 8.35), la distancia longitudinal,  $d_l$ , se obtendrá de,

$$d_l = \frac{\Delta I \cdot E \cdot Mu}{p \cdot d_v} \quad (8.40)$$

Para una distancia longitudinal determinada, el valor del peso a trasladar se obtendrá despejando en la ecuación 8.39,

$$p = \frac{\Delta I \cdot E \cdot Mu}{d_l \cdot d_v} \quad (8.41)$$

La alteración en la vertical del punto de varada deberá ser negativo, lo que significa que el signo del brazo longitudinal será el contrario del signo del brazo del punto de varada. Analizando la ecuación 8.41 se llegará a esta conclusión. En el orden práctico, suponiendo el punto de varada a proa del centro de flotación, el traslado se realizará hacia popa, y si el punto de varada está a popa de F, el traslado será hacia proa.

#### 8.7.4 Carga de un peso

Este es un caso que puede considerarse aplicable sólo a casos especiales, ya que la carga de un peso producirá inicialmente un aumento de la inmersión y con ello un incremento de la reacción sobre el fondo. La ecuación de equilibrio en este caso será,

$$\Delta I = I' + a'_v \quad (8.42)$$

Como siempre  $\Delta I$  será la bajada de la marea,  $I'$  la inmersión y  $a'_v$  la alteración en el punto de varada que deberá ser negativa, compensando, además, el valor de la inmersión,

$$(- a'_v) = (- \Delta I) - (+ I') \quad (8.43)$$

Conocido el peso se hallará en primer lugar la inmersión, que será positiva,

$$I' = \frac{P}{Tc}$$

Se deducirá el valor de la alteración que será negativa e igual a la suma de la bajada de la marea más la inmersión anterior, (Ec. 8.43), y, finalmente, se calculará el valor de  $d_F$  por la fórmula de la alteración,

$$a' = \frac{P \cdot d_F}{Mu}$$

$$a'_V = \frac{a'}{E} d_V$$

$$a'_V = \frac{P \cdot d_F \cdot d_V}{E \cdot Mu} \quad (8.44)$$

$$d_F = \frac{a'_V \cdot E \cdot Mu}{P \cdot d_V} \quad (8.45)$$

Si el dato conocido es el punto donde se cargará el peso, éste se hallará por la ecuación,

$$P = \frac{\Delta I \cdot Tc \cdot E \cdot Mu}{E \cdot Mu + Tc \cdot d_F \cdot d_V} \quad (8.46)$$

De las ecuaciones anteriores se deduce que el centro de gravedad del peso a cargar estará situado al lado contrario del de varada, con respecto a F, centro de gravedad de la superficie de flotación. Deben tenerse en cuenta aquí las consideraciones hechas al estudiar la descarga de un peso, sobre para que calados medios se deben tomar los valores de las curvas hidrostáticas.

### 8.7.5 Combinación de carga, descarga y traslado

Las circunstancias pueden llevar a que se utilicen simultáneamente varias de las posibilidades apuntadas para dejar el buque libre de la varada. Se ha visto que la operación de carga complica la puesta a flote del buque, por cuanto significa, de entrada, un incremento del calado medio del buque y, consecuentemente, un aumento de la reacción. Por tanto, en principio es una operación a descartar frente a las posibilidades que ofrecen el traslado y principalmente la descarga de pesos. Suponiendo que se realizaran operaciones de descarga y traslado, lo usual sería estudiar primero en que calados quedaría el buque después de las operaciones de descarga, los efectos sería emersión y alteración, y calcular, entonces, los efectos de las operaciones de traslado, cuyo efecto sería el de alteración del asiento.

### 8.8 Varada en dique

La varada en dique es una operación voluntaria, previamente calculada minuciosamente y controlada con efectividad durante su realización. El planteamiento del problema y la solución que se estudiará aquí está de acuerdo con la teoría aplicada en los apartados anteriores para la varada accidental, pero, teniendo en cuenta que el interés se centra en el conocimiento de la reacción y de la estabilidad desde el momento en que el buque inicia la varada hasta que el fondo del mismo está asentado sobre los picaderos.

El buque entra en dique con un calado medio y un asiento apopante determinados, lo que hace que la varada se inicie en el codaste. Se va a considerar que la distancia entre el punto de varada y el centro de flotación es igual a la distancia entre la perpendicular de popa y F, centro de flotación,

$$d_{pp} = \frac{E}{2} - \otimes F$$

Tanto el asiento inicial como el final serán datos conocidos del buque. El asiento final dependerá de la pendiente de los picaderos. Vamos a suponer inicialmente que no tienen pendiente, por tanto, cuando toque toda la quilla el asiento del barco será cero, (Fig. 8.8).

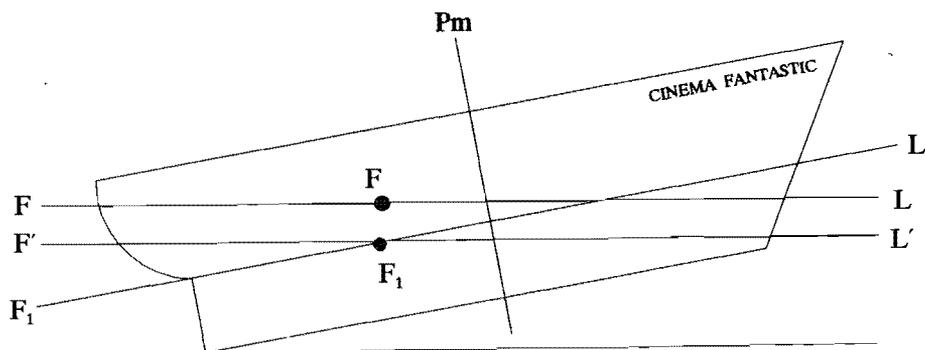


Fig. 8.8 Varada en dique

La ecuación 8.12, en la que se calcula la reacción, toma aquí la forma siguiente,

$$(-R) = \frac{\Delta I \cdot Tc \cdot E \cdot Mu}{E \cdot Mu + Tc \cdot d_{pp}^2} \quad (8.47)$$

Para diferentes valores de bajada del nivel del agua,  $\Delta I$ , a partir de tocar el codaste, se obtendrán los

correspondientes valores de la reacción, y con ellos los calados del buque y la curva de estabilidad inicial, tal como se ha visto anteriormente.

Los valores de la reacción se pueden hallar, también, a partir de la alteración del asiento. Vamos a considerar tres casos: el cálculo de la reacción en un momento cualquiera de la operación de varada; para el instante anterior a asentar toda la quilla sobre los picaderos, sin que estos tengan pendiente; y para esta misma situación, pero con pendiente.

Supuesto un asiento para un momento cualquiera de la varada, la alteración será igual a,

$$a_1 = A_1 - A_i \quad (8.48)$$

Por la ecuación de la alteración se podrá calcular la reacción en este momento,

$$R = \frac{a_1 \cdot Mu}{d_{pp}} \quad (8.49)$$

Si el cálculo se realiza para el instante anterior a posar toda la quilla sobre los picaderos, y teniendo en cuenta que estos no tienen pendiente, tal como se ha supuesto, el asiento final será cero y la alteración igual al asiento inicial con el signo cambiado,

$$a = A_f - A_i \quad A_f = 0$$

$$a = - A_i \quad (8.50)$$

$$R = \frac{- A_i \cdot Mu}{d_{pp}} \quad (8.51)$$

En el caso de existir pendiente, ésta será de proa hacia popa, el asiento final quedará definido en función de la misma,

$$A_f = i \cdot E$$

siendo  $i$  la altura de la pendiente por metro de longitud, por tanto, multiplicando este valor por la eslora del buque se tendrá el asiento final, se resolverá el problema con las ecuaciones 8.48 y 8.49.

Al utilizar este método para calcular la reacción, el momento unitario conocido será el del calado medio inicial en lugar del final, por tanto, los valores de la inmersión se supone que serán pequeños y que no habrá prácticamente variación en el valor del momento unitario por el cambio de calado medio.

## **9 Compartimentado**

### **9.1 Generalidades**

Los estudios realizados para el buque en estado intacto, flotando libremente con seis grados de libertad, han puesto de manifiesto que dos de las características más importantes son la flotabilidad y la estabilidad. El volumen de la obra muerta es la medida de la reserva de flotabilidad, dependiendo de las formas del buque y del francobordo mínimo, mientras que la estabilidad depende de las formas del buque también y de la distribución de la carga realizada por los oficiales, de acuerdo con sus conocimientos y experiencia, y cumpliendo con los mínimos reglamentarios de los criterios de estabilidad.

En Teoría del Buque se denomina buque con avería al que ha sufrido una inundación a través de una vía de agua en el casco por debajo de la superficie de flotación, provocando una disminución de su flotabilidad y estabilidad.

Las pérdidas de buques por falta de flotabilidad son procesos usualmente lentos en los que es posible salvar la vida de los pasajeros y los tripulantes que estén a bordo. Sin embargo, la pérdida del buque por falta de estabilidad se produce de una manera sumamente rápida. En una inundación progresiva se combinan ambas circunstancias, disminución de flotabilidad y de estabilidad, siendo esta última la que precipita la pérdida del buque.

Para evitar o por lo menos retrasar la pérdida del buque por inundación, se compartimenta subdividiéndolo en zonas por medio de mamparos estancos y resistentes, de manera que en caso de avería, ésta quede localizada, inundándose solamente el compartimento o los compartimentos afectados por la misma, facilitándose así el control de la flotabilidad y de la estabilidad del buque durante el proceso de inundación.

### **9.2 Compartimentado del buque**

La protección más efectiva contra la inundación consiste, pues, en la subdivisión del buque por medio de mamparos estancos y resistentes, transversales, longitudinales y horizontales (doble fondo). Dado que las posiciones relativas entre mamparos transversales es de suma importancia para mantener el buque a flote en caso de vía de agua, se hará una breve introducción al estudio de la curva de esloras

inundables, que se determina en la fase de proyecto del buque.

### 9.2.1 Definiciones

*Línea de carga de compartimentado.* Línea de flotación utilizada para determinar el compartimentado de un buque.

*Línea de máxima carga de compartimentado.* Línea de flotación correspondiente al calado máximo permitido por las normas de compartimentado. El francobordo correspondiente a esta línea de carga se medirá en la misma posición y a partir de la línea de cubierta, de acuerdo con el Convenio Internacional sobre Líneas de Carga. Para que esta línea de carga se marque en el costado del buque, su calado no debe ser superior al de las líneas de máxima carga en agua salada, determinadas por la resistencia del buque o por la del Convenio mencionado.

*Cubierta de cierre.* Cubierta más elevada a la que llegan los mamparos estancos transversales y el forro exterior.

*Línea de margen.* Línea situada en el costado del buque a 75 mm, por lo menos, por debajo de la cara superior de la cubierta de cierre. La línea margen define, por tanto, las flotaciones máximas admisibles que puede tomar el buque bajo las diferentes circunstancias provocadas por una inundación, (inmersión, asiento y escora).

*Permeabilidad.* La permeabilidad de un espacio queda determinada por la proporción de volumen de este espacio que puede ocupar el agua. Una manera habitual de expresar la permeabilidad es en porcentajes. A continuación se dan unos valores orientativos de la permeabilidad de los espacios del buque:

- espacios de pasajeros y tripulante	95 %
- espacios de máquinas	85 %
- espacios de carga	60 %
- tanques de servicio	0 a 95 %

*Eslora inundable.* La eslora inundable para un punto cualquier de la eslora del buque, es la máxima porción de esta eslora que teniendo su centro en dicho punto puede ser simétricamente inundada, teniendo en cuenta la permeabilidad de los espacios afectados, sin sumergir la línea margen.

*Criterio de servicio.* Es un numeral que expresa el mayor o menor grado en que un buque es de pasaje. El numeral es mayor para un buque más dedicado al transporte de pasaje.

*Factor de subdivisión.* El factor de subdivisión dependerá de la eslora del buque y del servicio a que se destine. Este factor disminuye con:

- a) el incremento de la eslora del buque,
- b) y un mayor valor en el criterio de servicio del buque.

*Eslora admisible.* La eslora admisible en un punto cualquiera se obtiene multiplicando la eslora

inundable en este punto por el factor de subdivisión.

*Estabilidad en caso de avería.* En todas las condiciones de servicio el buque dispondrá de la reserva de estabilidad necesaria para que pueda soportar la inundación de un compartimento (o varios consecutivos, de acuerdo con el factor de subdivisión).

### 9.3 Cálculo de la eslora inundable

La eslora inundable ha sido definida en el apartado anterior. Su determinación para cualquier punto de la eslora del buque requiere el cálculo de la inmersión, de la alteración del asiento y de la escora, que lleven al buque a una flotación que sea tangente a la línea margen. El estudio que se realiza aquí, considera que la inundación se produce simétricamente con respecto al plano diametral, por tanto, no habrá escora.

El planteamiento del método a utilizar es el siguiente, (Fig. 9.1). El buque tiene una flotación inicial  $FL$ , para la que se conocen el volumen sumergido,  $\nabla$ , y las coordenadas del centro de carena,  $C$ , y del centro de gravedad,  $G$ . Al estar el buque en equilibrio,  $C$  y  $G$  estarán en la misma vertical, la línea de empuje, perpendicular a la flotación  $FL$ .

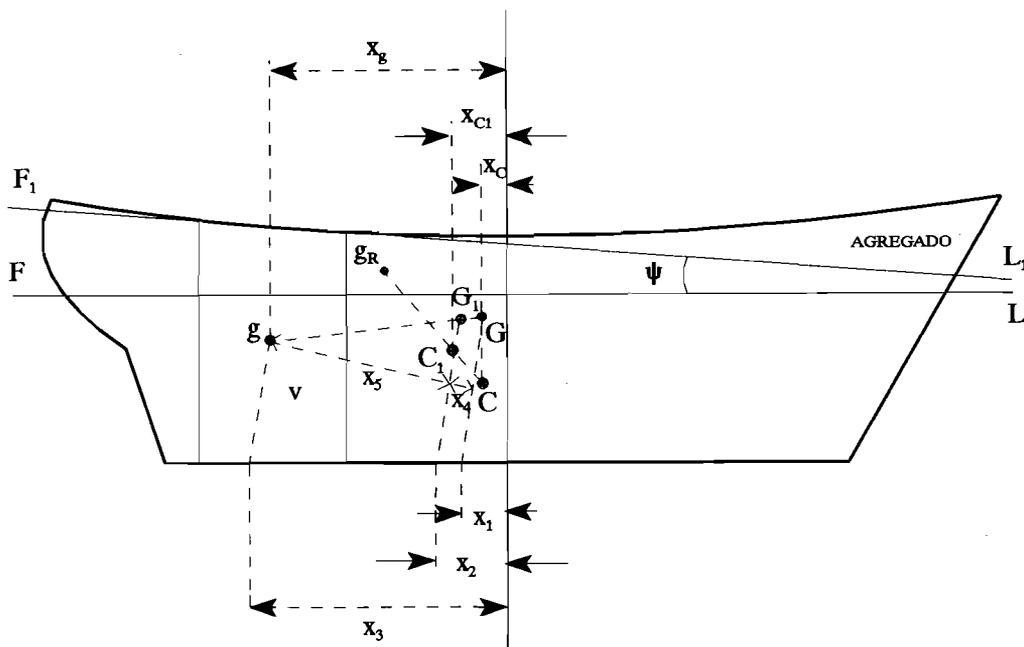


Fig. 9.1 Cálculo del brazo  $x_g$  del espacio inundado

En estas condiciones se supone una inundación que lleva al buque a una nueva flotación de equilibrio,  $F_1L_1$ , tangente a la línea margen. Con la ayuda, por ejemplo, de las curvas de Bonjean del buque, se hallarán para esta flotación,  $F_1L_1$ , el volumen sumergido del buque,  $\nabla_1$ , y las coordenadas de su centro de carena,  $C_1$ . Las coordenadas del centro de gravedad del buque,  $G_1$ , para el nuevo desplazamiento, no se conocerán, pero se sabe que estará en la nueva línea de empuje que pasando por  $C_1$  es perpendicular a la flotación. El volumen de la zona inundada,  $v$ , será igual al volumen de la rebanada entre las flotaciones  $F_1L_1$  y  $FL$ , y al volumen del agua entrada en el buque,

$$v = \nabla_1 - \nabla \quad (9.1)$$

Las relaciones entre desplazamientos y volúmenes de ambas flotaciones, serán,

$$D = \nabla \cdot \gamma$$

$$D_1 = \nabla_1 \cdot \gamma$$

Se quiere hallar la posición longitudinal del centro de gravedad de la zona del buque inundada, de la que ya se conoce su volumen,  $v$ ,

$$p = v \cdot \gamma$$

Tomando momentos de los desplazamientos y del peso del agua entrada con respecto a un eje que pase por  $C_1$  y  $G_1$ , por tanto, con respecto a la nueva línea de empuje, la ecuación de equilibrio resultará ser,

$$D \cdot x_4 = p \cdot x_5$$

Pasando los pesos a volúmenes,

$$\nabla \cdot x_4 = v \cdot x_5$$

Despejando el volumen del espacio inundado,

$$v = \frac{\nabla \cdot x_4}{x_5} \quad (9.2)$$

Sobre la figura 9.1 se van a calcular los valores de los brazos  $x_4$  y  $x_5$  en función de las coordenadas verticales del centro de gravedad inicial del buque, el centro de carena para la flotación con avería y el centro de gravedad del espacio inundado, siendo este último dato desconocido. Para ello primero se hallarán las ecuaciones de los brazos  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$ ,

$$x_1 = x_C + KG \cdot \tan \psi$$

$$x_2 = x_{C_1} + KC_1 \cdot \tan \psi$$

$$x_3 = x_g + Kg \cdot \tan \psi$$

Los brazos  $x_4$  y  $x_5$ , en función de los brazos anteriores, serán

$$x_4 = (x_2 - x_1) \cdot \cos \psi$$

$$x_4 = [x_{C_1} - x_C + \tan \psi (KC_1 - KG)] \cdot \cos \psi$$

$$x_5 = (x_3 - x_2) \cdot \cos \psi$$

$$x_5 = [x_g - x_{C_1} + \tan \psi (Kg - KC_1)] \cdot \cos \psi$$

Substituyendo en la ecuación 9.2, los brazos  $x_4$  y  $x_5$ , por las ecuaciones anteriores

$$v = \nabla_1 - \nabla = \frac{\nabla [x_{C_1} - x_C + \tan \psi (KC_1 - KG)] \cdot \cos \psi}{[x_g - x_{C_1} + \tan \psi (Kg - KC_1)] \cdot \cos \psi}$$

$$(\nabla_1 - \nabla) [x_g - x_{C_1} + \tan \psi (Kg - KC_1)] = \nabla [x_{C_1} - x_C + \tan \psi (KC_1 - KG)]$$

$$(\nabla_1 - \nabla) \cdot x_g - \nabla_1 \cdot x_{C_1} + \nabla_1 \cdot \tan \psi (Kg - KC_1) + \nabla \cdot x_{C_1} - \nabla \cdot \tan \psi (Kg - KC_1) =$$

$$= \nabla \cdot x_{C_1} - \nabla \cdot x_C + \nabla \cdot \tan \psi (KC_1 - KG)$$

$$(\nabla_1 - \nabla) \cdot x_g = \nabla_1 \cdot x_{C_1} - \nabla \cdot x_C - \nabla_1 \cdot \tan \psi (Kg - KC_1) +$$

$$+ \nabla \cdot \tan \psi (Kg - KC_1) + \nabla \cdot \tan \psi (KC_1 - KG)$$

$$\begin{aligned}
 (\nabla_1 - \nabla) \cdot x_g &= \nabla_1 \cdot x_{C_1} - \nabla \cdot x_C - \\
 &- \tan \psi \left[ \nabla_1 (Kg - KC_1) - \nabla (Kg - KC_1) - \nabla (KC_1 - KG) \right]
 \end{aligned}$$

Simplificando la ecuación, operando con los términos en  $\nabla$  del segundo miembro, y despejando el valor del brazo longitudinal  $x_g$ , se tendrá

$$x_g = \frac{\nabla_1 \cdot x_{C_1} - \nabla \cdot x_C}{\nabla_1 - \nabla} - \tan \psi \left[ \frac{\nabla_1 (Kg - KC_1) - \nabla (Kg - KG)}{\nabla_1 - \nabla} \right] \quad (9.3)$$

Dado que los ángulos de inclinación longitudinal suelen ser de valores pequeños, aún en el caso de los cálculos de eslora inundable, se puede suprimir el término en  $\tan \psi$ , quedando como valor suficientemente aproximado para hallar el brazo longitudinal del centro de gravedad del espacio inundado, el expresado por la ecuación,

$$x_g = \frac{\nabla_1 \cdot x_{C_1} - \nabla \cdot x_C}{\nabla_1 - \nabla} \quad (9.4)$$

Para fijar las secciones que delimitan el volumen del buque,  $v_{\text{buque}}$ , inundado por el volumen de agua entrada,  $v$ , habrá que tener en cuenta la permeabilidad de la zona inundada,  $\mu$ ,

$$v_{\text{buque}} = \frac{v}{\mu}$$

Si se toma el valor de la sección correspondiente a la posición longitudinal del centro de gravedad del volumen inundado del buque,  $x_g$ , dividiendo este volumen por esta sección se obtendrá un valor de eslora inundable, que tomando como centro el punto  $x_g$ , situará las secciones lfmite de la zona inundada. Esto presupone que las formas del barco son longitudinalmente simétricas con respecto a la sección que pasa por  $x_g$ , en la zona afectada por la inundación. Dado que esto usualmente no será así, se deberán efectuar una serie de aproximaciones, comparando los valores obtenidos en cada una de ellas, volumen y brazo longitudinal del centro de gravedad, con los valores calculados por las ecuaciones 9.1 y 9.4 o en su caso, 9.1 y 9.3.

La eslora entre secciones obtenida será la eslora inundable para el punto equidistante entre estas secciones lfmite.

#### 9.4 Curva de esloras inundables

Para dibujar la curva de esloras inundables es necesario realizar previamente los cálculos del apartado anterior, obteniéndose para diferentes flotaciones del buque con avería el volumen del agua embarcada,  $v$ , y el brazo longitudinal de su centro de gravedad,  $x_g$ .

Existen diferentes métodos para hallar las esloras inundables, y a partir de ellas trazar la curva de esloras inundables. Estos métodos tienen en común el que se basan en ir realizando aproximaciones sucesivas hasta conseguir que el volumen y el brazo longitudinal del centro de gravedad de la zona del buque inundada coincidan con los valores  $v$  y  $x_g$ , calculados de acuerdo con las ecuaciones 9.1 y 9.3 o 9.4.

Los métodos que se van a considerar serán dos, haciéndose una breve exposición de en que consiste cada uno de ellos.

#### 9.4.1 Método de Shirokauer

El método de Shirokauer facilita la operación de hallar la curva de esloras inundables, reduciendo el número de flotaciones para las que se realizan los cálculos del apartado anterior a siete. Sobre el plano diametral del buque, (Fig. 9.2), están representadas la línea margen, la línea de carga de compartimentado, FL, y las curvas de Bonjean (estas últimas para una mayor claridad de la figura no están dibujadas).

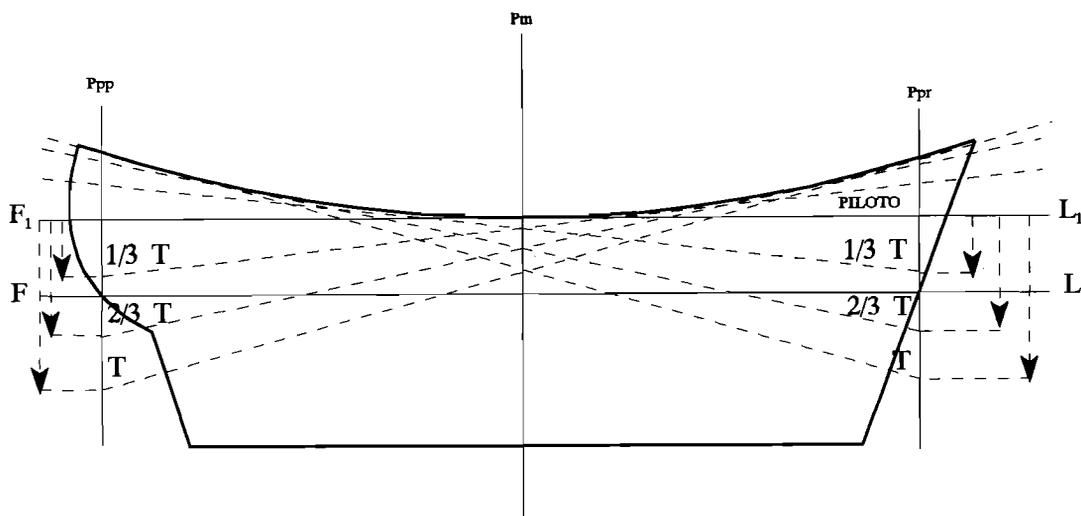


Fig. 9.2 Método de Shirokauer

La primera flotación definida para el buque con avería será la paralela a la flotación de carga de compartimentado y tangente al punto más bajo de la línea margen, flotación  $F_1L_1$ . Para trazar las otras seis flotaciones se procede de la manera siguiente. Se calcula un valor  $T$ , siendo igual a

$$T = 1,6 P - 1,5 C$$

P puntal entre la línea base y el punto más bajo de la línea margen  
 C calado de la línea de carga de compartimentado

Se trazan las perpendiculares de popa y de proa a la eslora de la flotación de carga de compartimentado. Sobre las perpendiculares y a partir de la flotación  $F_1L_1$ , se toman los valores

$$1/3 T, 2/3 T \text{ y } T$$

Se tendrán, por tanto, seis puntos, tres en la perpendicular de popa y tres en la perpendicular de proa. Desde estos puntos se trazan seis tangentes a la línea margen, que darán lugar a las seis flotaciones restantes para el buque con avería.

A partir de las curvas de Bonjean y aplicando el método indicado en el apartado anterior se obtendrán siete puntos de la eslora y sus correspondientes valores de eslora inundable.

#### 9.4.2 Método gráfico

Sobre el plano diametral del buque en el que están representadas las curvas de Bonjean, se sitúa una flotación cualquiera tangente a la línea de margen. Desde la cabeza más próxima a este punto de tangencia se integran las áreas de las secciones transversales, obteniéndose el volumen encerrado por la flotación del buque con avería. Sobre un sistema de coordenadas rectangulares se traza la curva del volumen sumergido correspondiente, poniendo en abscisas la eslora del buque y en ordenadas el volumen. No será necesario calcular y trazar toda la curva de volumen para cada flotación con avería, indicando la experiencia el tramo de eslora del buque a tener en cuenta.

Se fija la primera sección límite, tanto en el plano diametral como en la gráfica del volumen. A partir de ella se lleva sobre la gráfica el valor del volumen de la zona inundada del buque, que dependerá de la permeabilidad de esta zona y del volumen de agua entrada, con lo que se obtendrá la posición de la segunda sección límite. Se halla la posición del centro de gravedad de la zona inundada y se compara su brazo longitudinal con el  $x_g$ , previamente calculado. Si estos valores no coinciden se inicia una nueva aproximación.

#### 9.4.3 Método para trazar la curva de esloras inundables

Sobre el plano diametral del buque se situarán los puntos medios de las esloras inundables calculadas, (Fig. 9.3). Estos puntos medios estarán situados, consecuentemente, a la mitad de las correspondientes esloras inundables, que usualmente no coincidirán con la posición longitudinal del brazo del centro de gravedad de la zona inundada. En cada punto medio se levanta una vertical sobre la que se tomará el valor de la eslora inundable, quedando así definido un punto de la curva. Una vez situados todos los puntos calculados de la misma, uniéndolos se trazará la curva de esloras inundables. La escala vertical utilizada para situar los puntos de la curva suele ser igual a la longitudinal, es decir, la misma

escala que para la eslora del buque. Otra escala también utilizada es la de ser la vertical igual a la mitad de la longitudinal, por tanto, a la mitad de la eslora.

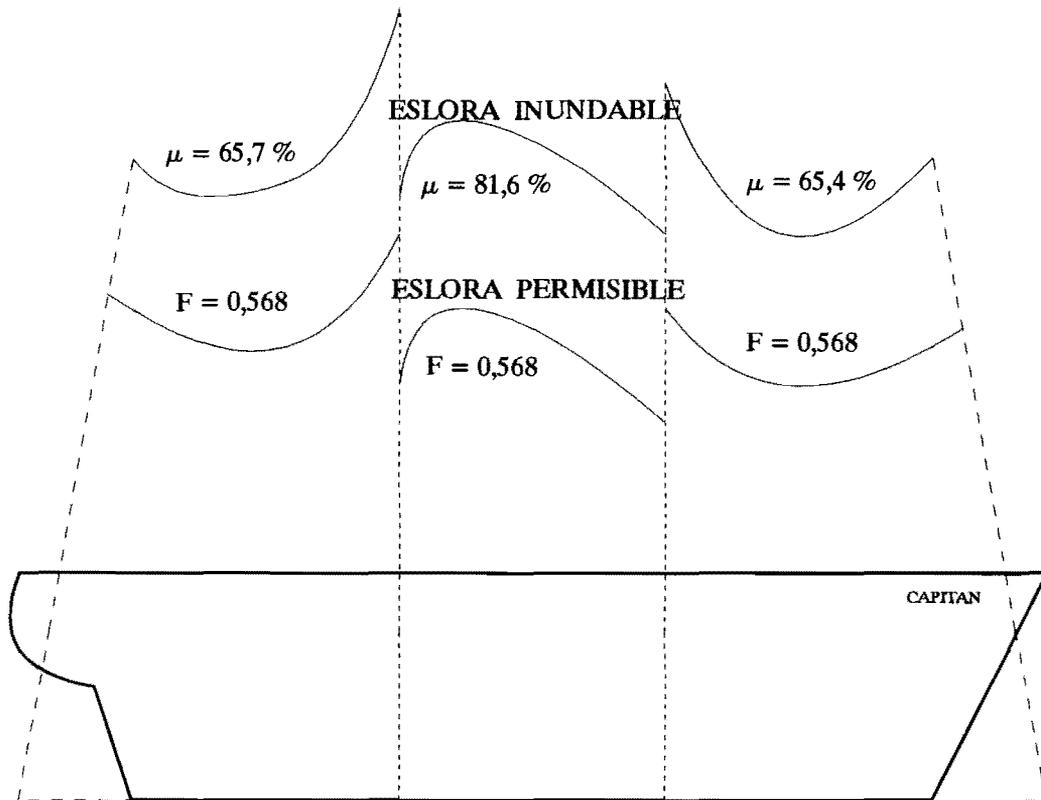


Fig. 9.3 Curvas de esloras inundables y admisibles

Como ayuda para su trazado se puede tener en cuenta que en el caso de ser las escalas iguales, los ángulos,  $\alpha$ , de la base del triángulo que se formará uniendo los puntos sobre la eslora del buque que delimitan la eslora inundable y el punto de la curva de esloras inundables, serán iguales y su valor

$$\tan \alpha = \frac{e}{e/2} = 2$$

$$\alpha \approx 63,5^\circ$$

Siendo  $e$  el valor de la eslora inundable.

Si la escala vertical es la mitad de la longitudinal, entonces,

$$\tan \alpha = \frac{e/2}{e/2} = 1$$

$$\alpha = 45^\circ$$

### 9.5 Utilización de las curvas de esloras inundables y admisibles

De acuerdo con la definición dada, la eslora admisible se obtiene multiplicando la eslora inundable por el factor de subdivisión. La curva se dibuja sobre el mismo plano diametral de la curva de esloras inundables, quedando, como es lógico, por debajo de ella, (Fig. 9.3). El disponer de estas curvas permite fácilmente detectar si la inundación de una serie de compartimentos consecutivos sobrepasa o no los valores de las curvas de esloras inundables o admisibles.

Sobre el gráfico de la curva de esloras inundables, se puede conocer para cualquier punto de la eslora del buque la porción de la misma que puede sufrir inundación, llevándolo hasta la línea margen. Para ello, se situará el punto y se medirá en su vertical el valor de la eslora inundable. Tomando como centro el punto en cuestión, se situará la eslora inundable, teniendo en cuenta la relación entre las escalas longitudinal, eslora del buque, y vertical, curva de esloras inundables.

## 10 Inundación

### 10.1 Consideraciones generales

Cuanto se ha estudiado sobre la flotabilidad y estabilidad del buque se ha hecho entendiendo que el buque no estaba bajo la inundación progresiva de alguno o algunos de sus compartimentos, bien sea por daños en el casco o por avería en los sistemas estancos de cierre. Sin embargo, en el caso de que esto ocurra, y el buque sufra una inundación progresiva, el estudio de la flotabilidad y estabilidad a realizar se dice que es para el buque con avería. En esta condición, casco con avería, nace una nueva e importante característica, la insumergibilidad, por la cual el buque mantiene sus cualidades marineras frente a una inundación razonable, de uno o varios de sus compartimentos.

La flotabilidad del buque en caso de inundación se obtiene de la reserva de flotabilidad que éste tenga, por tanto, su compartimentación será adecuada y racional, lo primero de acuerdo con su dependencia de la reserva de flotabilidad y lo segundo de acuerdo con las necesidades de espacios del tipo de buque.

La estabilidad del buque durante o después de la inundación es otro factor importante. Por ello se realizan los cálculos de estabilidad del buque con avería de acuerdo con su compartimentado y con el número máximos de compartimentos adyacentes que puedan inundarse. Recuérdese que una pérdida del buque por flotabilidad es algo que, normalmente, requiere tiempo, mientras que una pérdida por estabilidad puede ocurrir en segundos.

Como siempre la importancia de cualquier modificación que tiene lugar en el buque, desde el punto de vista de la Teoría del Buque, se mide por sus efectos sobre el calado medio, la alteración del asiento, la escora y la estabilidad. El objetivo propuesto para el tema de la inundación de uno o varios compartimentos será, por tanto, calcular estos efectos sobre el buque.

### 10.2 Clases de inundación

Hay, básicamente, dos clases de inundación de un compartimento: que esté en comunicación con la mar o que no lo esté. Además, se debe considerar la existencia o no de superficies libres, y en el segundo caso, que el compartimento inundado tenga limitación o no en altura. A continuación se analizan cada uno de estos supuestos:

### 10.2.1 Compartimento sin comunicación con la mar

El caso más usual es el de la inundación voluntaria de los tanques para cargarlos de agua potable, combustible, lastre, etc. Distinguiremos dos posibilidades:

a) Compartimento totalmente lleno. El agua que entra en el compartimento es un peso homogéneo y el problema se trata como una carga.

b) Compartimento parcialmente lleno. Se trata de la carga de un líquido con superficies libres, por tanto, dentro también del problema normal de la carga de un peso.

### 10.2.2 Compartimento comunicado con la mar.

La inundación se deberá a una avería en el casco, por tanto, hay que considerarla, salvo casos excepcionales, como inundación involuntaria. Las posibilidades que presenta esta clase de inundación son las siguientes:

a.1) Compartimento limitado en altura y totalmente lleno. El agua entrará en el compartimento llenándolo completamente, finalizando la inundación progresiva cuando esto ocurra. La manera más eficaz de resolver este problema es considerándolo como carga de un peso, por lo que su solución entra dentro del tratamiento del buque sin avería.

a.2) Compartimento limitado en altura y parcialmente lleno. Caso especial en que el aire del compartimento queda embolsado en su parte superior, debido a la falta de un sistema de escape, y que equivale a la carga del peso de un líquido con superficies libres. A efectos prácticos la solución del problema se realizará como si se tratara de un buque sin avería.

b) Compartimento no limitado en altura. La inundación cesará cuando se igualen los niveles interior y exterior del agua, es decir, cuando el nivel del agua entrada alcance el nivel de la superficie de la mar. Realmente el estudio de la inundación del buque con avería, corresponde a esta situación, compartimento no limitado en altura y en libre comunicación con la mar. Si por cualquier circunstancia cesa la libre comunicación, volveríamos al enfoque del problema como buque sin avería.

## 10.3 Métodos de cálculo de la inundación

Los cálculos de flotabilidad y estabilidad de un buque con avería, durante o después de la inundación de uno o varios compartimentos, pueden realizarse por dos métodos teóricamente equivalentes, pero la diferente metodología y dificultad de cálculo que cada uno de ellos presenta, no permiten obtener los mismos resultados, aunque muy aproximados entre sí. Los métodos son: el cálculo de los efectos de la inundación por el método de pérdida de empuje, denominado también del desplazamiento constante, y el cálculo de los efectos de la inundación por el método del peso añadido, o de cambio de desplazamiento.

Como consecuencia de lo expuesto, el estudio de la inundación se hará para el buque con avería, en libre comunicación con la mar y para un compartimento no limitado en altura.

### 10.3.1 Método de pérdida de empuje

El método de pérdida de empuje se basa en considerar que el agua entrada en el buque, forma parte de la mar, y que, por tanto, el empuje del volumen inundado se ha perdido. El buque hay que imaginarlo sin este volumen afectado por la inundación. El desplazamiento no ha cambiado, sigue teniendo el mismo valor inicial, pero sí han cambiado las formas de su volumen sumergido. Los parámetros del buque a tener en cuenta, constantes unos y variables otros, para calcular los efectos de la inundación son:

1. Desplazamiento constante. El desplazamiento inicial, antes de la inundación, no varía.
2. El volumen sumergido inicial, por consiguiente, tampoco cambiará de valor, aunque sí cambia la forma del volumen sumergido, tal como se ha expuesto.
3. El centro de gravedad del buque no modificará su posición, como consecuencia de la lógica del método de pérdida de empuje. No hay variación en los pesos del buque.
4. El centro de carena del buque modificará su situación, puesto que existe cambio de forma del volumen sumergido aunque no varíe su valor. Por tanto, se trata de un traslado de empujes y de sus correspondientes volúmenes y formas.
5. Habrá aumento del calado medio del buque para compensar el volumen perdido. Hay que insistir en la idea de que el buque ha cambiado sus formas, difiriendo de las del buque sin avería en la pérdida del volumen inundado, debiendo recuperarlo incrementando el calado hasta que se iguale el volumen perdido con el de la rebanada de la inmersión producida.
6. La superficie de flotación quedará afectada también, no formando parte de ella la parte de la flotación inundada. La superficie de flotación intacta será igual a la superficie de flotación del buque sin avería, para el calado que se considere, menos la superficie de la zona inundada.
7. Deberá calcularse la nueva posición del centro de gravedad de la superficie de flotación intacta.
8. Este cambio sufrido por la superficie de flotación se reflejará en las posiciones de los metacentros iniciales transversal y longitudinal del buque para la condición de avería.
9. Con motivo del cambio de valor y de forma de la superficie de flotación deberán calcularse los nuevos valores de toneladas por centímetro de inmersión y momento unitario para variar el asiento un centímetro, para el buque con avería.
10. Como consecuencia de lo anterior variará el asiento del buque, su escora y su estabilidad.

Una conclusión a tener en cuenta, es que el método de pérdida de empuje obliga a calcular los datos que normalmente se obtienen en las curvas hidrostáticas, dado que las formas del "nuevo" buque con avería no permiten su utilización. Sin embargo es el método más recomendado para calcular los efectos que la inundación de un compartimento no limitado en altura y en libre comunicación con la

mar producen sobre el buque.

### 10.3.2 Método del peso añadido

En este método el agua entrada equivale a un peso añadido, realizándose el estudio de los parámetros como si se tratara de una carga de un líquido con superficie libre.

1. El desplazamiento variará. El desplazamiento final será igual al desplazamiento inicial más el peso del agua que ha inundado el compartimento.

2. De la misma forma variará el volumen sumergido, incrementándose con un volumen igual al del agua entrada en el compartimento.

3. Dado que existe carga de un peso, el del agua entrada, el centro de gravedad del buque quedará afectado por este motivo.

4. El centro de carena será el correspondiente al volumen sumergido final.

5. Incremento del calado medio debido a la inmersión producida por la carga del peso del agua de la inundación.

6. En este caso las variaciones que se produzcan en la superficie de flotación y la posición de su centro de gravedad serán debidas solamente al cambio de calados.

7. El cambio de calados modificará, también, las posiciones de los metacentros iniciales transversal y longitudinal, y los valores de las toneladas por centímetro de inmersión y del momento unitario para variar el asiento un centímetro.

8. Por efecto de la inundación, variarán el asiento del barco, su escora y su estabilidad.

El método del peso añadido se recomienda, habitualmente, para calcular los efectos producidos durante la inundación de un compartimento, suponiendo un volumen de agua entrada y, por tanto, un peso cargado con su centro de gravedad correspondiente. Las recomendaciones que se han hecho de cuándo utilizar uno u otro método, no significan que no se pueda hacer uso de cualquiera de los dos para resolver el cálculo de los efectos de una inundación no limitada en altura y en libre comunicación con la mar, en cualquier momento de ésta.

### 10.4 Efectos de la inundación sobre los calados, escora y estabilidad

Se analizarán los efectos que la inundación de un compartimento no limitado en altura y en libre comunicación con la mar produce sobre el calado medio, el asiento, la escora y la estabilidad transversal y longitudinal.

El análisis se hará separadamente para cada uno de los métodos de cálculo, esto es, pérdida de empuje y peso añadido.

### 10.4.1 Análisis de los efectos de la inundación por el método de pérdida de empuje

1. Variación del calado medio. Para restablecer la primera condición de equilibrio,

$$D = E$$

el buque incrementará su calado medio debido a la pérdida del empuje de la zona inundada. La condición de equilibrio se restablecerá cuando la rebanada entre la flotación inicial y la final, del buque con avería, tenga el mismo volumen, por tanto, produzca el mismo empuje que el ocupado por el agua en el compartimiento inundado, es decir, el empuje perdido.

2. Alteración del asiento. La segunda condición de equilibrio, centro de gravedad del buque y centro de carena en la misma vertical, no se verificará, ya que al inundarse el compartimento, el centro de gravedad del buque no modificará su posición, pero sí lo hará el centro de carena, de acuerdo con el traslado del volumen inundado del compartimento a la rebanada creada por la inmersión paralela. Para restablecer el equilibrio, el buque deberá alterar su asiento hasta que el centro de gravedad y el centro de carena estén sobre el plano transversal que pasando por el centro de gravedad sea perpendicular a la flotación final de equilibrio.

3. Escora. Si el volumen del compartimento inundado no es simétrico con respecto al plano diametral, tal como se ha visto en el punto anterior, se perderá la segunda condición de equilibrio al variar la posición del centro de carena. El buque escorará hasta que el centro de gravedad y el centro de carena estén sobre un plano longitudinal que pasando por el centro de gravedad del buque sea perpendicular a la flotación final de equilibrio.

4. Variación de la estabilidad transversal. De la ecuación de la altura metacéntrica,

$$h = z_C + r - z_G$$

$h$	altura metacéntrica transversal
$z_C$	altura del centro de carena sobre la quilla
$r$	radio metacéntrico transversal
$z_G$	altura del centro de gravedad del buque sobre la quilla

se deducirá la variación producida debido al efecto de una inundación,

$$dh = dz_C + dr - dz_G$$

Dado que por el método de pérdida de empuje el centro de gravedad del buque no sufre modificación

$$dz_G = 0$$

la variación de la altura metacéntrica quedará determinada por la suma algebraica de las variaciones

de la altura del centro de carena sobre la quilla y del radio metacéntrico transversal. El centro de carena subirá debido al traslado del volumen inundado del compartimento a la rebanada entre la flotación final e inicial. Queda por analizar la variación del radio metacéntrico transversal.

El radio metacéntrico para la condición inicial, antes de la inundación, tendrá por valor

$$r = \frac{I_x}{\nabla}$$

siendo  $I_x$  la inercia transversal de la flotación inicial del buque con respecto a un eje longitudinal que pase por su centro de flotación. El radio metacéntrico para la flotación con avería, será

$$r_1 = \frac{I_{x_1}}{\nabla}$$

en la que  $I_{x_1}$  es la inercia transversal de la flotación final intacta, es decir, sin la superficie inundada, con respecto a un eje longitudinal que pase por el centro de gravedad de esta flotación intacta. En ambas ecuaciones el volumen sumergido es el mismo valor, puesto que en esto se basa el método de pérdida de empuje.

La diferencia entre los radios metacéntricos será la diferencia entre ambas ecuaciones,

$$dr = r_1 - r = \frac{I_{x_1}}{\nabla} - \frac{I_x}{\nabla}$$

$$dr = \frac{1}{\nabla} (I_{x_1} - I_x)$$

Por tanto, las inercias de las flotaciones determinarán el signo de  $dr$ , lo que es, a simple vista, difícil de definir. Para un buque de costados próximos a ser verticales, y con una superficie de flotación afectada relativamente amplia,  $I_x$  será mayor que  $I_{x_1}$ , y, en consecuencia, el valor de  $dr$  será negativo. En este caso tendremos que la variación del centro de carena será positiva y la del radio metacéntrico negativa, debiéndose hallar sus valores exactos para conocer el resultado final de la operación, y con ella la variación de la altura metacéntrica.

En todo lo anterior hay que tener en cuenta que no se trata de contrastar datos de flotaciones diferentes del mismo buque, ya que la condición inicial es para el buque sin avería, obteniéndose la información con ayuda de las curvas hidrostáticas, mientras que la flotación final es para el buque con avería, siendo necesario calcular todos los datos, partiendo de unas formas del buque diferentes, ya que están afectadas por la pérdida, como espacio del buque, de la zona inundada, por tanto, de acuerdo con las formas del volumen y las de su superficie de flotación, intactos.

5. Variación de la estabilidad longitudinal. De forma similar y con razonamientos análogos se hallará

la variación que se producirá sobre la altura metacéntrica longitudinal debida a una inundación. Las ecuaciones a analizar serán las siguientes,

$$H = z_C + R - z_G$$

siendo H y R la altura metacéntrica y el radio metacéntrico longitudinales, respectivamente,

$$dH = dz_C + dR - dz_G$$

$$dz_G = 0$$

$$dz_C > 0$$

$$dR = R_1 - R = \frac{1}{\nabla} (I_{F_1} - I_F)$$

- $I_{F_1}$  inercia longitudinal de la flotación final intacta con respecto a un eje transversal que pase por  $F_1$ , centro de gravedad de esta flotación
- $I_F$  inercia longitudinal de la flotación inicial con respecto a un eje transversal que pase por F, centro de gravedad de la flotación

La variación que se producirá sobre la altura metacéntrica longitudinal tendrá influencia sobre la estabilidad longitudinal, concretamente, ésta se manifestará en el valor del momento unitario a utilizar para el cálculo de la alteración.

#### 10.4.9 Análisis de los efectos de la inundación por el método del peso añadido

1. Variación del calado. Para conservar la primera condición de equilibrio el desplazamiento del buque aumentará con el peso del agua entrada durante el proceso de la inundación, de manera que el desplazamiento final será igual al desplazamiento inicial más el del peso del agua entrada. Por este motivo el buque tendrá un incremento del calado medio.
2. Alteración del asiento. Tanto el centro de gravedad como el centro de carena se moverán. La segunda condición de equilibrio exige que estos centros queden sobre un mismo plano transversal perpendicular a la flotación final, alterándose el asiento del buque hasta que se cumpla esta condición.
3. Escora. Cuando la inundación no sea simétrica con respecto al plano diametral, el buque escorará hasta que el centro de gravedad y el centro de carena se sitúen sobre un plano longitudinal perpendicular a la flotación de equilibrio.
4. Variación de la estabilidad transversal. Analizando la ecuación de la altura metacéntrica,

$$h = z_C + r - z_G$$

$h$	altura metacéntrica transversal
$z_C$	altura del centro de carena sobre la quilla
$r$	radio metacéntrico transversal
$z_G$	altura del centro de gravedad del buque sobre la quilla

se hallará el valor de la variación que sobre la altura metacéntrica produce la inundación estudiada como peso añadido.

En el capítulo 3 se vieron los efectos de la carga de un peso pequeño sobre la estabilidad estática inicial, si bien puede servir de base al presente análisis, es muy probable que el peso del agua entrada en el buque no pueda considerarse, por sus efectos, que se trate de un peso pequeño.

La variación de la altura metacéntrica vendrá dada por las variaciones y signos correspondientes, de los términos del segundo miembro,

$$dh = dz_C + dr - dz_G$$

$dz_C$  será un incremento positivo ya que al aumentar el calado medio el centro de carena subirá.

$dr$  se obtendrá de la diferencia entre los radios metacéntricos final e inicial, que son datos de las curvas hidrostáticas. Se sabe que, para un buque mercante de formas normales, este valor disminuye con el calado, pero, que en la zona de francobordo mínimo, en la que estará la flotación del buque con avería, puede ser que la curva del radio metacéntrico cambie de tendencia y sea creciente. Por tanto, no es posible hacer una previsión de signo sin tener en cuenta el buque en concreto.

$dz_G$  dependerá de las posiciones relativas entre el centro de gravedad del peso del agua que ha inundado el buque y el centro de gravedad inicial. Además, se tendrá en cuenta la subida virtual del centro de gravedad debida a las superficies libres del compartimento inundado.

En resumen, para poder tener una idea de cómo variará la altura metacéntrica transversal del buque por el método del peso añadido, se deben conocer unos datos mínimos del buque afectado.

5. Variación de la estabilidad longitudinal. Un estudio paralelo al anterior servirá para llegar a las mismas conclusiones con respecto a la altura metacéntrica longitudinal. La variación se determinará por

$$H = z_C + R - z_G$$

$$dH = dz_C + dR - dz_G$$

$H$	altura metacéntrica longitudinal
-----	----------------------------------

$z_C$	altura del centro de carena sobre la quilla
$R$	radio metacéntrico longitudinal
$z_G$	altura del centro de gravedad del buque sobre la quilla

Hay que considerar en este caso que, probablemente, la curva del radio metacéntrico longitudinal sea siempre decreciente. A pesar de ello, el momento unitario, que es un parámetro afectado por la estabilidad longitudinal, tendrá un valor creciente, si consideramos el valor aproximado que del mismo se da en las curvas hidrostáticas, ya que el incremento del desplazamiento compensa la pérdida de valor del radio metacéntrico.

Como comentario adicional, hay que advertir que al utilizar el momento unitario de las curvas hidrostáticas se acepta una aproximación en la que, además, se ha despreciado un valor.

La ecuación del momento unitario en función de la altura metacéntrica longitudinal es,

$$Mu = \frac{D \cdot H}{100 \cdot E}$$

mientras que su valor aproximado, dado por las curvas hidrostáticas, se ha obtenido substituyendo la altura por el radio metacéntrico longitudinal,

$$Mu \approx \frac{D \cdot R}{100 \cdot E}$$

El valor despreciado es el de no considerar, normalmente, la posible influencia de las superficies libres sobre la estabilidad longitudinal, al hacer la substitución de H por R.

### 10.5 Influencia de la permeabilidad

En el capítulo dedicado al compartimentado se ha definido la permeabilidad de volumen,  $\mu$ , como la proporción del espacio inundado que ocupa el agua, expresado porcentualmente o, también, como un coeficiente. Sin embargo, dentro de un compartimento inundado pueden existir espacios intactos, esto es, que sean estancos y que la avería no les haya afectado, los cuales son de gran interés práctico en caso de inundación, ya que benefician a la flotabilidad del buque. Por otra parte, estos espacios dificultarán el cálculo del centro de gravedad del volumen inundado y, por tanto, del peso del agua embarcada, incrementando el número de operaciones a realizar.

Las superficies de las zonas inundadas, pueden presentar, también, sus propias particularidades, caso de contener superficies intactas, afectando al cálculo de las inercias, bien sea para hallar la inercia de la superficie de flotación intacta, método de pérdida de empuje, o bien para obtener la inercia de la superficie libre, método del peso añadido. Se deberán considerar las superficies inundadas y las intactas que puedan existir en ellas, en su verdadera forma y con su centro de gravedad, lo que es motivo de dificultades en el cálculo correcto de las inercias.

## 10.6 Método de pérdida de empuje. Caso particular

Dado que este método significa un planteamiento de los problemas de flotabilidad y estabilidad del buque totalmente diferente al realizado en los capítulos anteriores, resulta interesante hacer una primera exposición sobre el caso particular de un buque que tenga los costados verticales, el fondo plano, y la popa y la proa también verticales, es decir, cuyas formas sean las de un paralelepípedo recto rectangular.

### 10.6.1 Inmersión paralela

Para este caso especial de las formas de un buque, los planos longitudinales serán rectángulos constantes. Sobre el plano diametral se sitúan los centros de carena, de gravedad y de flotación, (Fig. 10.1). No hay ni escora ni asiento iniciales.

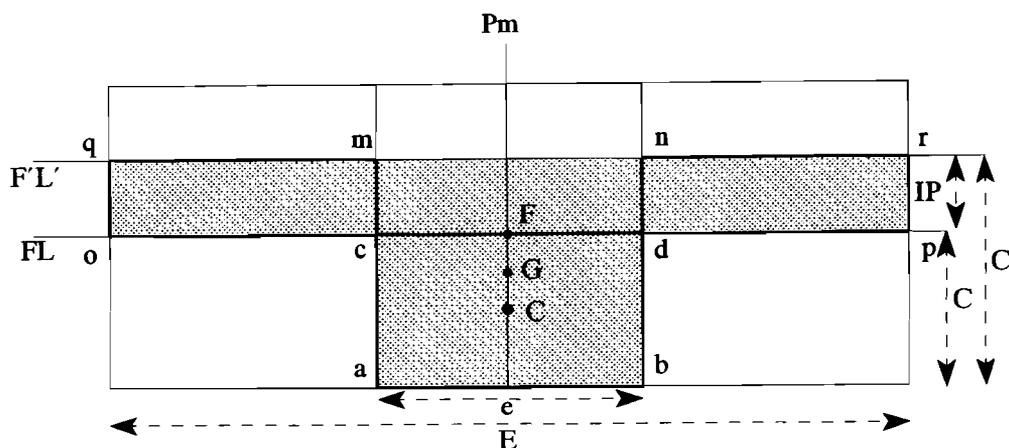


Fig. 10.1 Plano diametral. Inundación de un compartimento centrado

Supongamos que se inunda un compartimento centrado con respecto a la perpendicular media o cuaderna maestra, ocupando toda la manga del buque. En este caso el efecto sobre los calados será una inmersión paralela. Para calcularla por el método de pérdida de empuje hay que establecer una ecuación de equilibrio, teniendo en cuenta que el desplazamiento del buque no varía y, por tanto, los volúmenes sumergidos inicial y final son iguales,

$$\nabla_{final} = \nabla_{inicial} \quad (10.1)$$

Sobre la figura 10.1, y sabiendo que F'L' es la flotación de equilibrio una vez finalizada la inundación, el volumen del compartimento inundado hasta la flotación inicial, abcd, debe ser igual a la suma de volúmenes de la rebanada, qmco y nrdo. El volumen mnco pertenece al compartimento inundado y a la rebanada entre la flotación final e inicial, por lo tanto, es a la vez volumen perdido

y ganado. La conclusión es que existe un traslado de volumen, que equivale a un traslado de empuje, y una zona en la que el valor neto del volumen ganado y perdido es nulo, por lo que no modificará el empuje del buque.

Conociendo el valor del volumen del compartimento inundado hasta la flotación inicial, se podrá calcular la inmersión paralela.

A continuación se exponen dos ecuaciones de equilibrio para resolver el problema de la inmersión paralela. En la primera se calcula directamente el calado medio final, igualando el volumen sumergido inicial bajo la flotación  $F_1L_1$  con el volumen intacto del buque para la flotación  $F'L'$ ,

$$\nabla_{FL} = \nabla_{\text{intacto } F'L'} \quad (10.2)$$

Los valores de ambos volúmenes serán,

$$E \cdot M \cdot C = (E - e) \cdot M \cdot C'$$

E	eslora del buque
M	manga del buque
C	calado inicial
e	eslora del compartimento inundado
C'	calado final, después de la inundación

El calado medio final se hallará despejando en la ecuación anterior,

$$C' = \frac{E \cdot M \cdot C}{(E - e) \cdot M} = \frac{E \cdot C}{(E - e)} \quad (10.3)$$

siendo en este caso también los calados de popa y de proa, ya que se parte de un asiento inicial igual a cero y de que la inundación tiene lugar en un compartimento centrado longitudinalmente, produciendo sólo inmersión paralela.

En la segunda solución se calcula la inmersión paralela, estableciéndose la ecuación de equilibrio entre los volúmenes perdido y ganado, y, por tanto, entre los empujes correspondientes.

$$\text{empuje perdido} = \text{empuje ganado}$$

$$\text{volumen perdido} = \text{volumen ganado}$$

$$e \cdot M \cdot C = (E - e) \cdot M \cdot IP$$

siendo IP la inmersión paralela. Despejando,

$$IP = \frac{e \cdot M \cdot C}{(E - e) \cdot M} = \frac{e \cdot C}{(E - e)} \quad (10.4)$$

$$C' = C + IP \quad (10.5)$$

### 10.6.2 Estabilidad longitudinal inicial

Desplacemos ahora el compartimento, perdiendo así la condición de estar longitudinalmente centrado. Supongamos que queda situado en la zona de proa, tal como se muestra en la figura 10.2.

a) *Cálculo de las coordenadas vertical y longitudinal del centro de carena*

Una vez calculado el calado con la inmersión paralela, y siempre dentro del caso particular que aquí se estudia, la posición vertical del centro de carena quedará situado a la mitad del calado. Lo mismo pasará con la posición vertical del centro de gravedad del volumen inundado hasta F'L', dadas sus formas regulares. Luego, ambas alturas sobre la quilla serán iguales.

Al estar el compartimento inundado en la proa del buque, (Fig. 10.2), el centro de carena tendrá un movimiento longitudinal que, tomando momentos, será

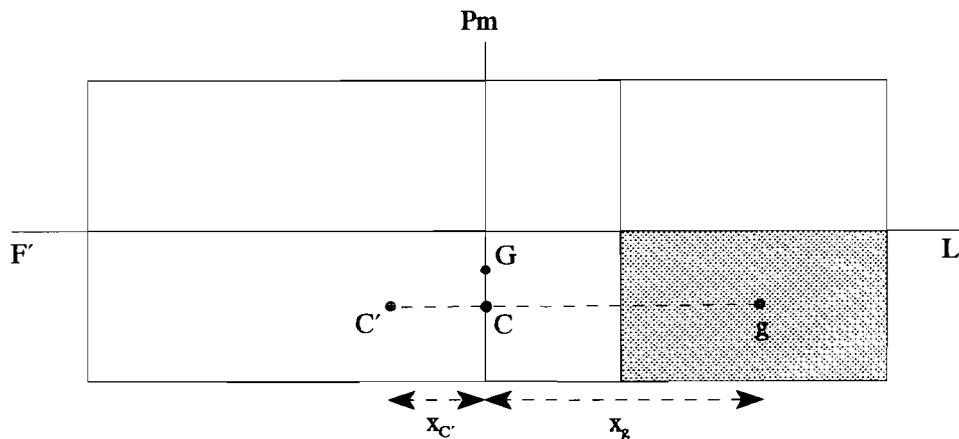


Fig. 10.2 Movimiento longitudinal del centro de carena del buque

$$(\nabla_{F'L'} - v) \cdot x_{C'} = \nabla_{F'L'} \cdot x_C - v' \cdot x_g \quad (10.6)$$

Siendo  $v'$  el volumen inundado hasta la flotación  $F'L'$ .

$$(\nabla_{F'L'} - v') = \nabla_{\text{intacto}} = \nabla$$

$$x_{C'} = \frac{-v' \cdot x_g}{\nabla} \quad (10.7)$$

Como siempre, los brazos hacia popa se toman positivos y hacia proa negativos. En este caso dado que  $x_g$  es un brazo negativo,  $x_{C'}$  dará positivo, tal como se muestra en la figura.

b) *Cálculo de la posición longitudinal del centro de gravedad de la flotación intacta*

Sobre la superficie de flotación del buque,  $S$ , (Fig. 10.3), y para el calado medio final, por tanto, con la inmersión paralela previamente calculada y sumada al calado medio inicial, se sitúa el centro de flotación,  $F$ , la superficie inundada,  $s$ , y su centro de gravedad,  $f$ .

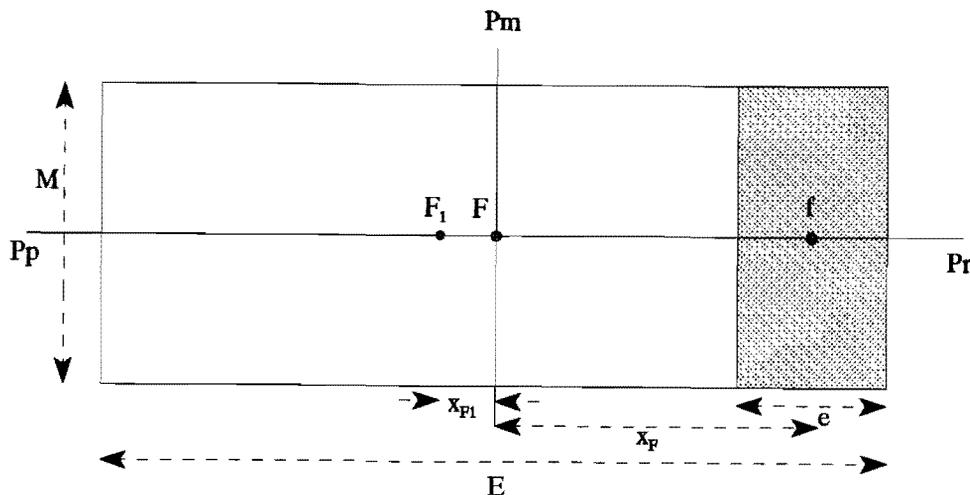


Fig. 10.3 Superficie de flotación intacta

Tomando momentos con respecto a un eje transversal que pase por  $F$ , se hallará la posición longitudinal del centro de gravedad,  $F_1$ , de la superficie de flotación intacta,  $(S-s)$ .

$$(S - s) \cdot x_{F_1} = S \cdot x_F - s \cdot x_f \quad (10.8)$$

En este caso,

$$S \cdot x_F = 0$$

$$x_{F_1} = \frac{-s \cdot x_f}{(S - s)} \quad (10.9)$$

Se puede comprobar que para el caso particular que se analiza en este apartado, los brazos longitudinales del centro de carena,  $x_C$ , y del centro de flotación,  $x_{F_1}$ , para el buque intacto, son iguales,

$$x_{C'} = x_{F_1} \quad (10.10)$$

Substituyendo por los valores de las ecuaciones 10.7 y 10.9,

$$\frac{-v' \cdot x_g}{\nabla} = \frac{-s \cdot x_f}{(S - s)}$$

Siendo  $C'$  el calado para la flotación  $F'L'$ , se pondrán los volúmenes en función de este calado,

$$v' = s \cdot C'$$

$$\nabla = (S - s) \cdot C'$$

La ecuación 10.10 tomará la forma siguiente,

$$\frac{-s \cdot C' \cdot x_g}{(S - s) \cdot C'} = \frac{-s \cdot x_f}{(S - s)}$$

Anulando  $C'$  en esta ecuación, se llega a la conclusión de que ambos brazos son iguales, cosa por otra parte lógica, dadas las formas regulares del flotador.

### c) Radio metacéntrico longitudinal

Al dejar de estar en la misma vertical el centro de gravedad,  $G$ , y el centro de carena,  $C'$ , el buque habrá perdido su equilibrio longitudinal, debiendo alterar el asiento hasta recuperarlo.

Supongamos que la flotación de equilibrio es  $F_1L_1$ , (Fig. 10.4). Analizando la figura se ve que sobre  $C'$ , centro de carena, actuará el empuje, y sobre  $G$ , centro de gravedad, el desplazamiento. Este par de fuerzas, cuyo brazo es  $GZ_L$ , producirá un movimiento de cabeceo, aproando el buque. El centro de carena se desplazará de  $C'$  a  $C_1$ , de acuerdo con el momento de transferencia de las cuñas de emersión e inmersión intacta. Trazando por  $C_1$  la línea de empuje, perpendicular a la flotación de



$$I'_{F_1} = I_F + S \cdot FF_1^2 - (i_y + s \cdot fF_1^2) \quad (10.12)$$

$$I'_{F_1} = I_F - (i_y + s \cdot fF^2) - (S - s) \cdot FF_1^2 \quad (10.13)$$

En las ecuaciones anteriores,  $i$  es la inercia longitudinal de la superficie inundada con respecto a un eje transversal que pase por su centro de gravedad.

En la ecuación 10.12, a la inercia longitudinal de toda la flotación con respecto a un eje que pasa por  $F$ , su centro de gravedad, se aplica el cambio de ejes, pasándola al eje transversal de  $F_1$ . De momento se está trabajando sobre la inercia de toda la superficie de flotación, por tanto, al no ser  $F_1$  su centro de gravedad, el término del cambio de ejes sumará. El tercer término del segundo miembro resta el valor de la inercia de la superficie inundada con respecto al eje transversal que pasa por  $F_1$ .

La ecuación 10.13 calcula la inercia longitudinal de la flotación intacta, partiendo como siempre de la inercia de toda la flotación con respecto a su centro de gravedad,  $F$ . Se resta la pérdida de inercia, con respecto al eje de  $F$ , de la superficie inundada y, finalmente, se hace el cambio de ejes de la superficie intacta, que restará, puesto que es para un eje que pasa por  $F_1$ , su centro de gravedad.

Las dos ecuaciones anteriores se pueden escribir poniendo en lugar de las distancias entre los centros de gravedad de las diferentes flotaciones que se consideran, los brazos de estos centros de gravedad a la cuaderna maestra, quedando, entonces, de la manera siguiente,

$$I'_{F_1} = I_F + S \cdot (x_{F_1} - x_F)^2 - [i_y + s \cdot (x_{F_1} - x_f)^2] \quad (10.14)$$

$$I'_{F_1} = I_F - [i_y + s \cdot (x_F - x_f)^2] - (S - s) \cdot (x_{F_1} - x_F)^2 \quad (10.13)$$

#### d) Momento unitario

La fórmula del momento unitario para variar el asiento un centímetro se calculará para el valor de la altura metacéntrica del buque con avería,  $GM'_L$ ,

$$Mu' = \frac{D \cdot GM'_L}{100 \cdot E} \quad (10.14)$$

siendo

$$GM'_L = KC' + C'M'_L - KG \quad (10.15)$$

En todo este proceso, hay que entender que el ángulo de inclinación longitudinal,  $\psi$ , está dentro de la estabilidad inicial.

e) *Cálculo de la alteración*

El cálculo de la alteración por el método de pérdida de empuje presenta la particularidad de que se está trasladando un empuje en lugar de un peso. Hay que considerar que el empuje tiene el signo contrario que el del peso, por tanto, será negativo. De hecho, ya se ha estado tomando a lo largo del estudio de la Teoría del Buque, al desplazamiento positivo y al empuje negativo.

El momento longitudinal producido por el traslado del empuje será,

$$\text{momento longitudinal} = \text{empuje} \times \text{brazo longitudinal}$$

El empuje será igual al peso del volumen de agua entrada hasta la flotación inicial, pero, con el signo negativo, y el brazo longitudinal será la distancia longitudinal entre el centro de gravedad del volumen inicial inundado (hasta la flotación inicial) y el centro de gravedad de la rebanada intacta, debido a la inmersión paralela, por tanto, entre  $F'L'$  y  $FL$ , (Fig. 10.5),

$$(-p) \cdot d_l \quad (10.16)$$

$$d_l = x_{gR} - x_g \quad (10.17)$$

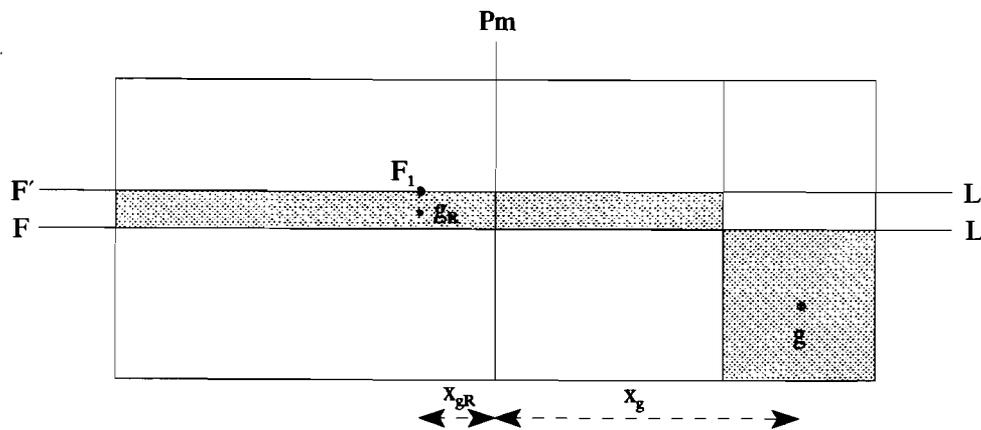


Fig. 10.5 Momento longitudinal por el traslado del empuje

Aplicando la fórmula del momento unitario para calcular la alteración,

$$a \cdot Mu' = (-p) \cdot d_i \quad (10.18)$$

$$a = \frac{(-p) \cdot d_i}{Mu'} \quad (10.19)$$

En el caso del ejemplo que se sigue el brazo longitudinal será positivo y, consecuentemente, la alteración será aproante. El reparto de la alteración, en alteración de popa y de proa se hará de acuerdo con la posición longitudinal del centro de gravedad de la flotación final para el buque con avería, es decir, para la flotación intacta,

$$a_{pp} = \frac{a}{E} d_{pp} \quad d_{pp} = \frac{E}{2} - \otimes F_1$$

$$a_{pr} = \frac{a}{E} d_{pr} \quad d_{pr} = -\frac{E}{2} - \otimes F_1$$

Los calados finales se hallarán a partir de los calados iniciales en el momento de iniciarse la inundación,

$$Cm_f = Cm_i + IP$$

$$C_{pp_f} = C_{pp_i} + IP + a_{pp}$$

$$C_{pr_f} = C_{pr_i} + IP + a_{pr}$$

### 10.6.3 Estabilidad transversal inicial

Suponiendo que el compartimento inundado sea asimétrico con respecto al plano diametral, se producirá escora hacia la banda de la inundación. De acuerdo con lo expuesto anteriormente se han calculado la inmersión paralela y la posición vertical del centro de carena del volumen sumergido del buque hasta la flotación F'L', (Fig. 10.1).

#### a) Cálculo de la posición transversal del centro de carena

En la figura 10.6 se representa el buque con la flotación paralela F'L'. Tomando momentos con respecto al eje vertical que pasa por C, línea central del buque,

$$(\nabla_{F'L'} - v') \cdot y_{C'} = \nabla_{F'L'} \cdot y_C - v' \cdot y_g \quad (10.20)$$

$$(\nabla_{F'L'} - v') = \nabla_{\text{intacto}} = \nabla$$

$$\nabla_{F'L'} \cdot y_C = 0$$

$$\nabla \cdot y_{C'} = -v' \cdot y_g$$

$$y_{C'} = \frac{-v' \cdot y_g}{\nabla} \quad (10.21)$$

Como siempre, los brazos a estribor son positivos y a babor negativos.

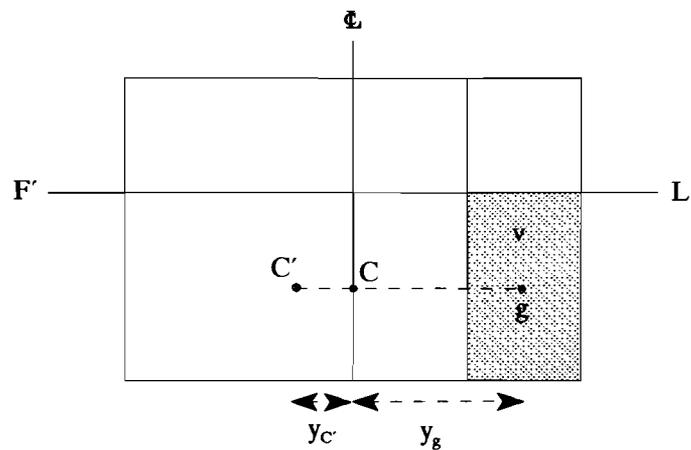


Fig. 10.6 Movimiento transversal del centro de carena

b) Cálculo de la posición transversal del centro de gravedad de la flotación intacta

El área de la superficie de flotación,  $S$ , quedará disminuida con la pérdida del área inundada,  $s$ , siendo el área de la flotación intacta ( $S-s$ ). Tomando momentos con respecto al eje longitudinal de simetría, Pp-Pr, (Fig. 10.7),

$$(S - s) \cdot y_{F_1} = S \cdot y_F - s \cdot y_f \quad (10.22)$$

$$S \cdot y_F = 0$$

$$(S - s) \cdot y_{F_1} = -s \cdot y_f$$

$$y_{F_1} = \frac{-s \cdot y_f}{(S - s)} \quad (10.23)$$

Tal como se hizo para los brazos longitudinales del centro de carena y del centro de flotación, se puede demostrar que los brazos transversales de estos centros de gravedad para el buque intacto y para el caso particular que se está analizando son iguales,

$$y_{C'} = y_{F_1}$$

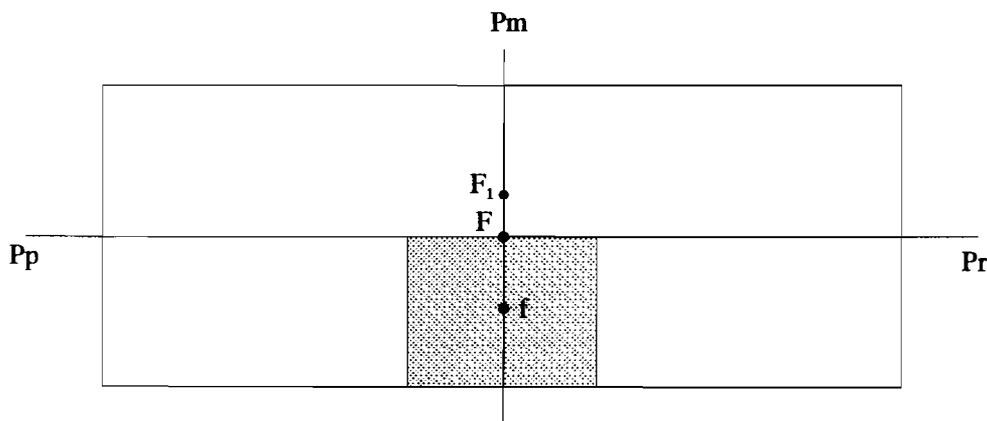


Fig. 10.7 Cálculo del centro de gravedad de la flotación intacta

c) Radio metacéntrico transversal

Con el movimiento transversal del centro de carena se incumplirá la segunda condición de equilibrio, centro de gravedad y centro de carena en la misma vertical. Para recuperarla el buque escorará hasta que ambos centros estén de nuevo en la misma vertical. Suponiendo un ángulo de escora de equilibrio,  $\theta$ , dentro de la estabilidad transversal inicial, las dos líneas de empuje, la que pasa por  $C'$  y la de la flotación de equilibrio,  $F_1L_1$ , que pasa por  $C_1$ , definirán el metacentro transversal inicial,  $M'$ , para el buque con avería, (Fig. 10.8).

$C'C_1$  será el traslado del centro de carena debido al momento de transferencia de las cuñas de emersión y de inmersión intacta. El buque, en el caso de la figura, escorará a estribor. Efectivamente,

si aplicamos el empuje en  $C'$  y el desplazamiento en  $G$ , veremos que se produce un momento de giro hacia estribor.  $GZ$  es el brazo del par de fuerzas y  $GM'$  tomado como valor vertical, por tanto, igual a  $ZM'$ , es la altura metacéntrica transversal para el buque sin avería.

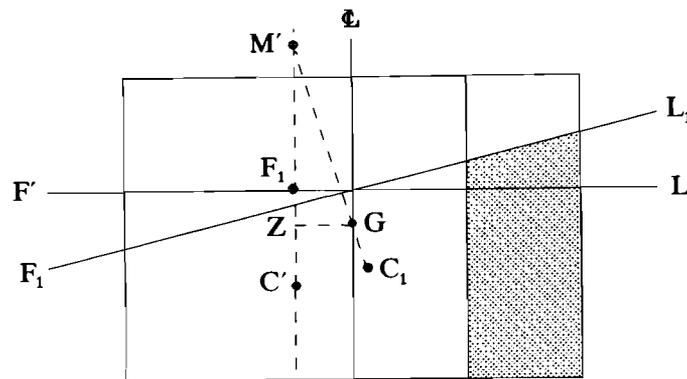


Fig. 10.8 Estabilidad transversal inicial

El valor del radio metacéntrico transversal inicial se hallará dividiendo la inercia transversal de la flotación intacta con respecto a un eje longitudinal que pase por su centro de gravedad, por el volumen intacto que es igual al volumen para la condición inicial, esto es, en el momento de producirse la inundación,

$$C'M' = \frac{I'_x}{\nabla} \quad (10.24)$$

pudiéndose obtener la inercia de la flotación intacta por cualquiera de las ecuaciones siguientes, (Fig. 10.7),

$$I'_x = I_x + S \cdot FF_1^2 - (i_x + s \cdot fF_1^2) \quad (10.25)$$

$$I'_x = I_x - (i_x + s \cdot fF^2) - (S - s) \cdot FF_1^2 \quad (10.26)$$

en las que  $i$  es la inercia de la superficie inundada con respecto a un eje longitudinal que pasa por su centro de gravedad,  $f$ ; siendo los valores entre los centros de flotación  $F_1$ ,  $F$  y  $f$ , los brazos transversales. Las ecuaciones se podrían escribir, también, de la siguiente manera,

$$I'_{x'} = I_x + S \cdot y_{F_1}^2 - [i_x + s \cdot (y_{F_1} - y_p)^2] \quad (10.27)$$

$$I'_{x'} = I_x - (i_x + s \cdot x_f^2) - (S - s) \cdot x_{F_1}^2 \quad (10.28)$$

d) *Cálculo de la altura metacéntrica*

Sobre la figura 10.8, el valor de la altura metacéntrica será igual a

$$GM' = KC' + C'M - KG \quad (10.29)$$

tomando, como ya se ha indicado, GM' como valor vertical igual a ZM'.

e) *Cálculo de la escora*

Suponiendo que GM' sea positivo y que la escora esté dentro de la estabilidad inicial, ésta se puede hallar calculando el momento de transferencia transversal del empuje, (Fig. 10.9),

$$\text{momento transversal del empuje} = e \cdot (y_{g_x} - y_g)$$

$$e = (-p)$$

siendo p, el peso del volumen del agua entrada hasta la flotación inicial FL.

El momento adrizante será,

$$D \cdot GZ = D \cdot GM' \cdot \text{sen } \theta \quad (10.30)$$

y el momento escorante,

$$(-p) \cdot (y_{g_x} - y_g) \cdot \cos \theta \quad (10.31)$$

Cuando ambos momentos se igualen, habrá equilibrio

$$D \cdot GM' \cdot \text{sen } \theta = (-p) \cdot (y_{g_x} - y_g) \cdot \cos \theta$$

$$\tan \theta = \frac{(-p) \cdot (y_{g_x} - y_g)}{D \cdot GM'} \quad (10.32)$$

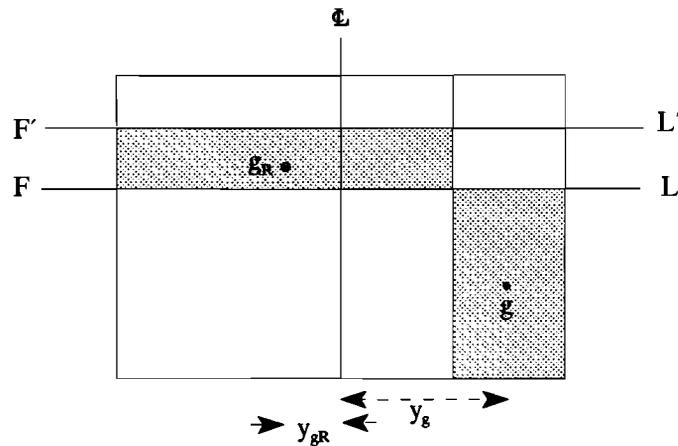


Fig. 10.9 Momento de transferencia transversal del empuje

También, sobre la figura 10.8, se podría calcular de la manera siguiente,

$$\tan \theta = \frac{GZ}{ZM'} \quad (10.33)$$

Sabemos que,

$$GZ = CC' = \mathcal{L}C'$$

$$ZM' = GM'$$

tomando la distancia entre M' y G como brazo vertical, luego,

$$\tan \theta = \frac{\mathcal{L}C'}{GM'} \quad (10.34)$$

Lo visto hasta aquí ha servido de introducción al método de pérdida de empuje, pero hay que tener muy en cuenta que algunas simplificaciones utilizadas quedan exclusivamente dentro del ámbito de una embarcación que sea un paralelepípedo recto rectangular, y que no serán de aplicación en un buque de formas normales.

### 10.7 Método de pérdida de empuje

Denominado, también, método del desplazamiento constante, ya que se basa en que el valor del desplazamiento y, por tanto, del volumen sumergido del buque, no varía durante todo el proceso de

inundación. Recordemos que en este método, el volumen del buque afectado por una inundación no limitada en altura y en libre comunicación con la mar, se pierde como empuje del buque, debiendo incrementar su calado hasta una flotación de equilibrio para la que se igualen los empujes perdido y ganado. La inundación afectará a la flotabilidad y estabilidad del buque. Los parámetros que por este motivo variarán, serán los siguientes:

- calado medio
- centro de carena
- superficie de flotación
  - área
  - centro de gravedad
  - inercias
- radios metacéntricos
  - transversal
  - longitudinal
- alturas metacéntricas
  - transversal
  - longitudinal
- escora
- asiento

Para la condición sin avería del buque se conocerán sus calados y la posición del centro de gravedad. De las curvas hidrostáticas se hallará el resto de la información requerida para la aplicación del método,

- D desplazamiento del buque
- $\nabla$  volumen sumergido
- C calado
- S área de la superficie de flotación
- F centro de flotación
- $I_x$  inercia transversal de la flotación con respecto al eje longitudinal que pasa por su centro de gravedad. Su valor se puede obtener de las curvas hidrostáticas, ya que

$$CM = \frac{I_x}{\nabla} \quad (10.35)$$

- $I_F$  inercia longitudinal de la flotación con respecto al eje transversal que pasa por su centro de gravedad.

Su valor se puede obtener de la curvas hidrostáticas, ya que

$$CM_L = \frac{I_F}{\nabla} \quad (10.36)$$

Para que el estudio se más riguroso, debe partirse de las condiciones iniciales del buque sin escora

ni asiento.

Con respecto al compartimento, se debe disponer de la información suficiente para poder calcular los datos siguientes:

$v$	volumen del agua de la inundación hasta la flotación inicial
$\mu$	permeabilidad del volumen inundado
$p$	peso del agua del volumen inundado hasta la flotación inicial, $v$
$z_g$	altura del centro de gravedad del volumen inundado sobre la quilla
$y_g$	distancia transversal del centro de gravedad del volumen inundado a la línea central
$x_g$	distancia longitudinal del centro de gravedad del volumen inundado a la cuaderna maestra
$s$	superficie de flotación inundada
$y_f$	distancia transversal del centro de gravedad de la superficie de flotación inundada a la línea central
$x_f$	distancia longitudinal del centro de gravedad de la superficie de flotación inundada a la cuaderna maestra
$i_x$	inercia transversal de la superficie de flotación inundada con respecto al eje longitudinal que pasa por su centro de gravedad
$i_y$	inercia longitudinal de la superficie de flotación inundada con respecto al eje transversal que pasa por su centro de gravedad

En lo que sigue, no se va a considerar la permeabilidad, o dicho de otra forma, se supondrá que su valor es uno. Lógicamente, el problema consiste en hallar los efectos que la inundación produce sobre los calados, la escora y la estabilidad del buque.

Como en el caso anterior, se calculará primero la inmersión paralela, como si el compartimento estuviera centrado con respecto al centro de flotación,  $F$ , tanto longitudinal como transversalmente, y, posteriormente, se efectuará el traslado a su posición real en el buque, con el correspondiente estudio del momento de transferencia de empuje, (Fig. 10.10).

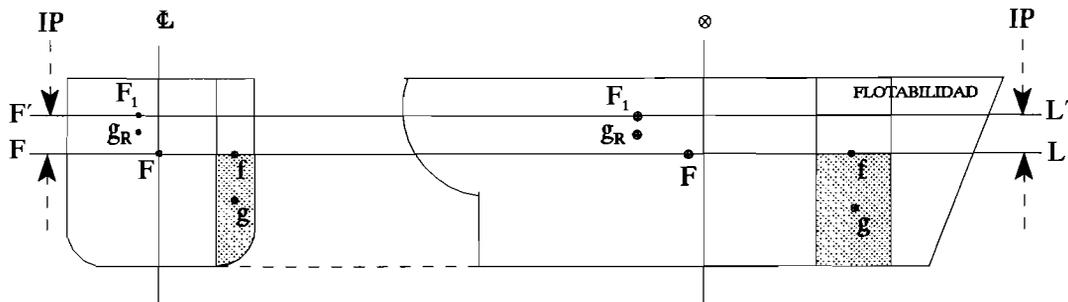


Fig. 10.10 Método de pérdida de empuje. Inmersión paralela

### 10.7.1 Variación del calado medio

La inmersión paralela producida se calculará a partir del volumen inicial inundado hasta la flotación FL. Dado que por el método de pérdida de empuje el volumen sumergido no cambia de valor, este volumen inicial inundado tiene que ser igual al volumen de la rebanada intacta entre las flotaciones paralelas F'L' y FL. Suponiendo que el buque tiene los costados verticales entre ambas flotaciones, se establece que

$$v_{\text{rebanada intacta}} = v_{\text{inicial inundado}} = v$$

$$v = (S - s) \cdot IP \quad (10.37)$$

La inmersión paralela, IP, se obtendrá despejando en la ecuación anterior,

$$IP = \frac{v}{(S - s)} \quad (10.38)$$

siendo (S-s) el área de la flotación intacta, como ya se sabe.

El calado medio final será igual al calado medio inicial más la inundación paralela,

$$Cm_f = Cm_i + IP \quad (10.39)$$

Para verificar la consideración hecha de que la rebanada tiene costados verticales, se halla la superficie intacta para el calado medio final, debiendo ser su valor sensiblemente igual al de la flotación inicial. Si presenta una diferencia que pueda entenderse que perjudica la exactitud que requiera el cálculo, se puede realizar una buena aproximación de la forma siguiente,

$$IP = \frac{v}{\frac{(S - s)_{F'L'} + (S - s)_{FL}}{2}} \quad (10.40)$$

También se puede calcular la inmersión paralela por la fórmula de las toneladas por centímetro de inmersión,

$$IP = \frac{P}{T_c} \quad (10.41)$$

Esta fórmula requiere hallar, previamente, las toneladas por centímetro de inmersión para el buque con avería,

$$T_c' = (S - s) \cdot \gamma \cdot 0,01$$

El peso,  $p$ , será el del volumen del agua entrada hasta la flotación inicial,  $v$ ,

$$p = v \cdot \gamma$$

Además, es el valor del empuje de la zona inundada.

### 10.7.2 Coordenadas del centro de gravedad de la superficie de flotación intacta

Para el calado medio final se hallarán en las curvas hidrostáticas la superficie de flotación,  $S$ , y la posición longitudinal de su centro de gravedad,  $F$ . Tomando momentos con respecto a los ejes transversal y longitudinal que pasen por este centro de flotación, se hallarán las coordenadas longitudinal y transversal del centro de gravedad de la flotación con avería,  $F_1$ , (Fig. 10.11).

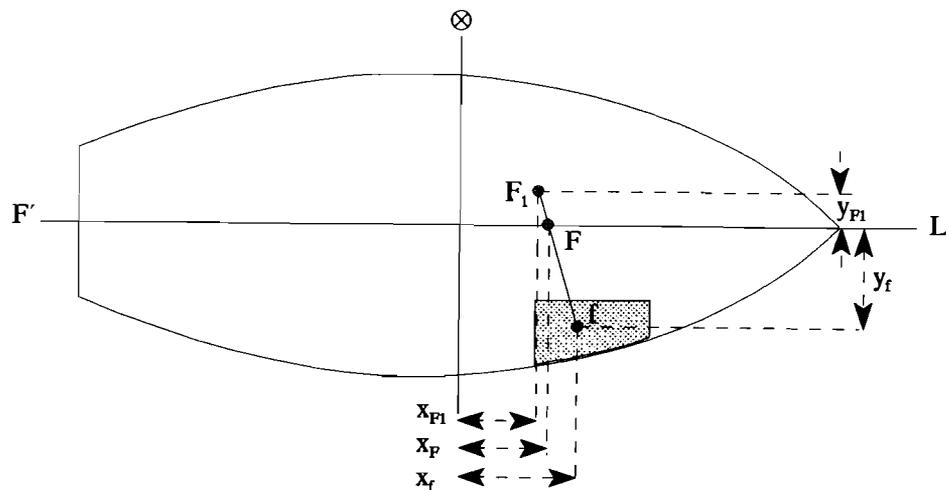


Fig. 10.11 Coordenadas del c. de g. para la superficie de flotación intacta

La coordenada longitudinal de  $F_1$ , se obtendrá de la ecuación de equilibrio siguiente,

$$(S - s) \cdot x_{F_1} = S \cdot x_F - s \cdot x_f \quad (10.42)$$

$$x_{F_1} = \frac{S \cdot x_F - s \cdot x_f}{(S - s)} \quad (10.43)$$

De forma parecida se buscará la coordenada transversal de  $F_1$ ,

$$(S - s) \cdot y_{F_1} = S \cdot y_F - s \cdot y_f \quad (10.44)$$

$$y_{F_1} = \frac{S \cdot y_F - s \cdot y_f}{(S - s)} \quad (10.45)$$

Para un buque sin escora inicial, y debido a la condición de simetría con respecto al plano diametral,

$$S \cdot y_F = 0$$

$$y_{F_1} = \frac{-s \cdot y_f}{(S - s)} \quad (10.46)$$

### 10.7.3 Variación del centro de carena

La variación del centro de carena será el correspondiente a un traslado, en este caso, el de un empuje pasado a volumen, debido a que la densidad es un valor constante. El volumen inundado hasta la flotación inicial se trasladará al volumen de la rebanada intacta entre las flotaciones final e inicial, (Fig. 10.12).

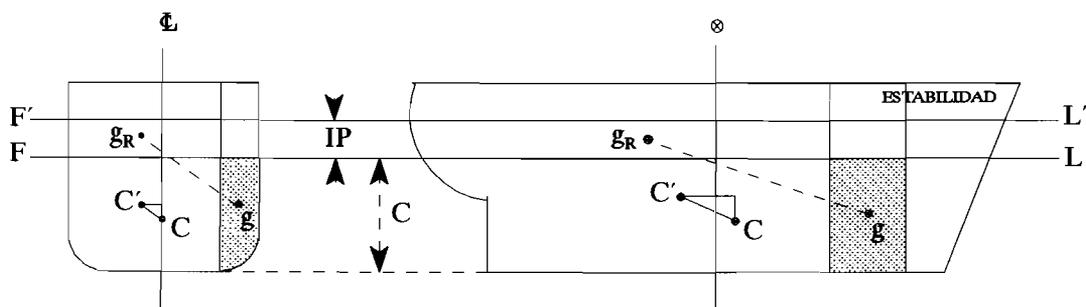


Fig. 10.12 Variación del centro de carena

El centro de gravedad de la rebanada intacta,  $g_R$ , estará situada en las coordenadas siguientes,

$$z_{g_R} = C + \frac{IP}{2} \quad (10.47)$$

C calado medio inicial

IP inmersión paralela

$$y_{g_R} = y_{F_1} \quad (10.48)$$

$$x_{g_R} = x_{F_1} \quad (10.49)$$

El valor dado para la coordenada longitudinal es, suponiendo que los centros de gravedad de las flotaciones intactas para los calados medios final e inicial, con avería, están a la misma distancia de la cuaderna maestra. Si esto no es así, se puede aproximar el dato hallando el promedio entre los dos valores.

Las coordenadas del centro de gravedad del volumen inundado hasta la flotación inicial son,

$$z_g, \quad y_g, \quad x_g$$

Este volumen multiplicado por la densidad del agua dará su peso, siendo

$$(-p) = \text{empuje} \quad \text{y} \quad (-D) = E$$

Para calcular la variación que sufrirá el centro de carena debido al traslado del empuje se hará, como siempre, hallando sus movimientos vertical, transversal y longitudinal.

#### 1. Movimiento vertical

$$dz_C = \frac{p}{D} \left( C + \frac{IP}{2} - z_g \right) \quad (10.50)$$

o bien,

$$dz_C = \frac{v}{\nabla} \left( C + \frac{IP}{2} - z_g \right) \quad (10.51)$$

$$z_{C'} = z_C + dz_C$$

## 2. Movimiento transversal

$$dy_C = \frac{P}{D} (y_{gR} - y_g) \quad (10.52)$$

$$dy_C = \frac{v}{\nabla} (y_{gR} - y_g) \quad (10.53)$$

$$y_{C'} = y_C + dy_C$$

## 3. Movimiento longitudinal

$$dx_C = \frac{P}{D} (x_{gR} - x_g) \quad (10.54)$$

$$dx_C = \frac{v}{\nabla} (x_{gR} - x_g)$$

$$x_{C'} = x_C + dx_C$$

### 10.7.4 Radios metacéntricos

Para el estudio de las variaciones que se producen con la estabilidad inicial, es necesario calcular los radios metacéntricos transversal y longitudinal para la flotación, después de la inmersión paralela, del buque con avería, para poder obtener la altura de los respectivos metacentros sobre la quilla.

#### a) Radio metacéntrico transversal

La ecuación del radio metacéntrico transversal del buque sin avería es,

$$r = \frac{I_T}{\nabla}$$

siendo  $I_T$ , la inercia transversal de la flotación con respecto al eje longitudinal que pasa por su centro de gravedad. Entrando en las curvas hidrostáticas con el calado medio final se obtiene  $r$ , y despejando, la  $I_T$

$$I_T = r \cdot \nabla$$

La inercia transversal de la flotación con avería,  $I_T'$ , con respecto a un eje transversal que pase por  $F_1$ , centro de gravedad de la flotación intacta, y para el calado medio final, se puede calcular por una cualquiera de las dos ecuaciones siguientes, (Fig. 10.11),

$$I_T' = I_T + S \cdot y_{F_1}^2 - [ i_x + s \cdot ( y_{F_1} - y_f )^2 ] \quad (10.56)$$

$$I_T' = I_T - ( i_x + s \cdot x_f^2 ) - (S - s) \cdot x_{F_1}^2 \quad (10.57)$$

Siendo  $i_x$  la inercia transversal de la superficie inundada con respecto a un eje longitudinal que pase por su centro de gravedad.

En la ecuación 10.56, para obtener la inercia transversal de la flotación intacta, se cambia de eje, de F a  $F_1$ , la inercia de la flotación sin avería, y se le resta la inercia de la superficie inundada, con el cambio de eje longitudinal de f a  $F_1$ .

Con respecto a la ecuación 10.57, el método que se sigue es restar a la inercia de la flotación sin avería la inercia de la flotación inundada con el cambio de ejes de f a F, este último estará, por simetría, sobre la línea de crujía, y, finalmente, se aplica el cambio de ejes a la superficie intacta, de F a  $F_1$ .

La ecuación del radio metacéntrico transversal,  $r'$ , para el buque con avería, será

$$r' = \frac{I_T'}{\nabla} \quad (10.58)$$

#### b) Radio metacéntrico longitudinal

En las curvas hidrostáticas se obtendrá, para el calado medio final, el radio metacéntrico longitudinal, R.

$$R = \frac{I_L}{\nabla}$$

La inercia longitudinal de la flotación con respecto a un eje transversal que pase por F, su centro de gravedad, se podrá hallar a partir de la ecuación anterior, dado que se conocen el radio metacéntrico longitudinal y el volumen sumergido,

$$I_L = R \cdot \nabla$$

La inercia longitudinal de la flotación con avería,  $I_L'$ , con respecto a un eje transversal que pase por  $F_1$ , centro de gravedad de la flotación intacta, se calculará con la ecuación,

$$I_L' = I_L + S \cdot (x_{F_1} - x_F) - [i_y + s \cdot (x_{F_1} - x_f)^2] \quad (10.59)$$

o bien,

$$I_L' = I_L - [i_y + s \cdot (x_F - x_f)^2] - (S - s) \cdot (x_{F_1} - x_F)^2 \quad (10.60)$$

Siendo  $i_y$  la inercia longitudinal de la superficie inundada con respecto a un eje longitudinal que pase por su centro de gravedad.

Ambas ecuaciones son del mismo tipo que las vistas en el punto anterior para la inercia transversal.

### 10.7.5 Estabilidad transversal inicial

Al considerar el método de pérdida de empuje ya se hizo un breve análisis de la variación de la estabilidad transversal inicial.

De la ecuación de la altura metacéntrica transversal, se deducirá la variación producida por la inundación,

$$h = z_C + r - z_G \quad (10.61)$$

$$dh = dz_C + dr - dz_G \quad (10.62)$$

De acuerdo con la ecuación 10.50,

$$dz_C = \frac{P}{D} \left( C + \frac{IP}{2} - z_g \right)$$

se tiene el valor del término correspondiente a la variación vertical del centro de carena,

La variación del radio metacéntrico se determinará de la manera siguiente,

$$dr = r_1 - r \quad (10.63)$$

$$dr = \frac{I_T'}{\nabla} - \frac{I_T}{\nabla}$$

$$dr = \frac{1}{\nabla} (I_T' - I_T) \quad (10.64)$$

Substituyendo  $I_T'$  por cualquiera de las ecuaciones 10.56 o 10.57, por ejemplo esta última,

$$dr = \frac{1}{\nabla} \left[ \left( I_T - (i_x + s \cdot x_f^2) - (S - s) \cdot x_{F_1}^2 \right) - I_T \right]$$

$$dr = \frac{Y}{D} \left[ - (i_x + s \cdot x_f^2) - (S - s) \cdot x_{F_1}^2 \right] \quad (10.65)$$

Por el método de pérdida de empuje el centro de gravedad no se mueve, por tanto,

$$dz_G = 0$$

Substituyendo en la ecuación 10.62, los términos del segundo miembro por los valores obtenidos, quedará

$$dh = \frac{p}{D} \left( C + \frac{IP}{2} - z_g \right) + \frac{Y}{D} \left[ - (i_x + s \cdot x_f^2) - (S - s) \cdot x_{F_1}^2 \right] \quad (10.66)$$

### 10.7.6 Cálculo de la escora

La escora producida por la inundación de un compartimento asimétrico será debida al momento transversal producido por el traslado del empuje del volumen inicial inundado, (hasta la flotación inicial), a la rebanada intacta entre las flotaciones paralelas  $F'L'$  y  $FL$ , (Fig. 10.13). El valor de este momento es,

$$\text{momento transversal del empuje} = e \cdot d_t$$

$d_t$  brazo transversal entre el centro de gravedad de la rebanada intacta y el centro de gravedad del empuje inicial perdido

$$e = (-p)$$

$$d_t = (y_{g_R} - y_g)$$

$$\text{momento transversal del empuje} = (-p) \cdot (y_{g_R} - y_g)$$

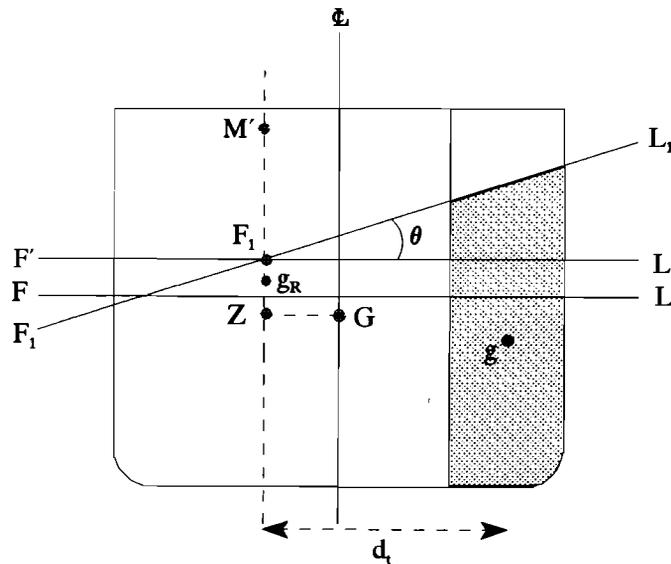


Fig. 10.13 Cálculo de la escora

Utilizando la fórmula de la escora para la estabilidad inicial,

$$\tan \theta = \frac{(-p) \cdot (y_{g_R} - y_g)}{D \cdot h'} \quad (10.67)$$

Siendo  $h'$  la altura metacéntrica del buque con avería. Se puede hallar directamente aplicando la ecuación 10.61,

$$h' = z_{C'} + r' - z_G \quad (10.68)$$

o bien, sumando a la altura metacéntrica inicial del buque sin avería, las variaciones producidas por la inundación sobre el centro de carena y el radio metacéntrico,

$$h' = h + dh \quad (10.69)$$

dh se halla tal como se ha indicado en las ecuaciones 10.62 y 10.66.

### 10.7.7 Estabilidad longitudinal inicial

En el apartado 10.14 de este capítulo, al estudiar los efectos de la inundación sobre el buque, se hizo una primera valoración de los cambios que sufría la estabilidad longitudinal inicial.

A partir de la ecuación de la altura metacéntrica longitudinal,

$$H = z_C + R - z_G \quad (10.70)$$

se hallará la ecuación que relaciona las variaciones que sobre los distintos términos se produce,

$$dH = dz_C + dR - dz_G \quad (10.71)$$

De la ecuación 10.50, se obtiene la variación producida sobre la coordenada vertical del centro de carena,

$$dz_C = \frac{P}{D} \left( C + \frac{IP}{2} - z_s \right)$$

Para calcular la variación del radio metacéntrico longitudinal se procede de la manera siguiente,

$$dR = R_1 - R \quad (10.72)$$

$$dR = \frac{I'_L}{\nabla} - \frac{I_L}{\nabla}$$

$$dR = \frac{1}{\nabla} (I'_L - I_L) \quad (10.73)$$

Substituyendo  $I'_L$  por la ecuación 10.60,

$$dR = \frac{1}{\nabla} \left[ I_L - \left( i_y + s \cdot (x_F - x_f)^2 \right) - (S - s) \cdot (x_{F_1} - x_F)^2 - I_L \right]$$

$$dR = \frac{1}{\nabla} \left[ - \left( i_y + s \cdot (x_F - x_f)^2 \right) - (S - s) \cdot (x_{F_1} - x_F)^2 \right] \quad (10.74)$$

También se puede hacer la substitución de  $I_L'$  de acuerdo con el valor de la ecuación 10.59.

En cuanto a la coordenada vertical del centro de gravedad del buque, sabemos que por este método no tiene variación,

$$dz_G = 0$$

Volviendo a la ecuación 10.71, la fórmula para hallar la variación del metacentro longitudinal inicial será,

$$dH = \frac{P}{D} \left( C + \frac{IP}{2} - z_g \right) + \frac{\gamma}{D} \left[ - \left( i_y + s \cdot (x_F - x_f)^2 \right) - (S - s) \cdot (x_{F_1} - x_F)^2 \right] \quad (10.75)$$

### 10.7.8 Cálculo de la alteración y de los calados finales

Al iniciar el estudio del método de pérdida de empuje se calculó la inmersión paralela debida a la inundación. Vamos a ver la alteración que sufrirán los calados por no estar el compartimento longitudinalmente centrado. Se puede seguir un planteamiento similar al utilizado para el cálculo de la escora, hallando el ángulo de inclinación que el momento longitudinal de traslado del empuje producirá sobre el buque, (Fig. 10.14).

$$\text{momento longitudinal del empuje} = e \cdot d_1$$

$d_1$  brazo longitudinal entre el centro de gravedad de la rebanada intacta y el centro de gravedad del empuje inicial perdido

$$e = (-p)$$

$$d_1 = x_{g_R} - x_g$$

$$\text{momento longitudinal del empuje} = (-p) \cdot (x_{g_R} - x_g)$$

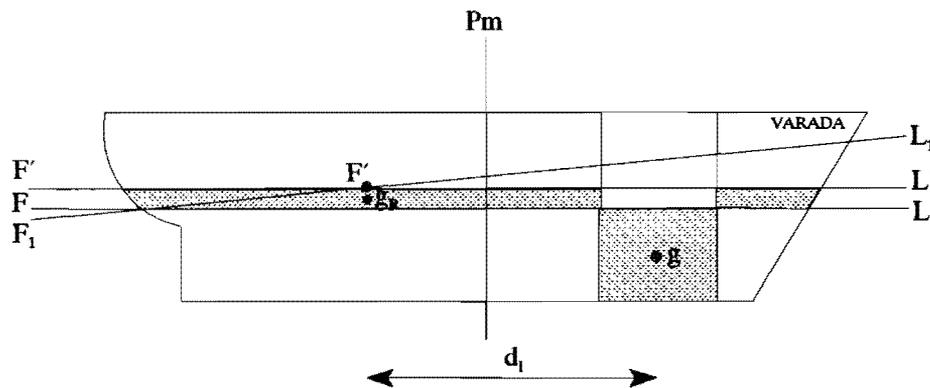


Fig. 10.14 Cálculo de la alteración

El ángulo de inclinación longitudinal se hallará por la fórmula,

$$\tan \psi = \frac{(-p) \cdot (x_{sR} - x_s)}{D \cdot H'} \quad (10.76)$$

Siendo  $H'$  la altura metacéntrica longitudinal para el buque con avería,

$$H' = z_{C'} + R' - z_G \quad (10.77)$$

y, también

$$H' = H + \Delta H \quad (10.78)$$

en la que  $\Delta H$  se obtiene de las ecuaciones 10.71 y 10.75.

La alteración, en centímetros, en función de la tangente de la inclinación longitudinal, poniendo la eslora en metros, será

$$\tan \psi = \frac{a}{100 \cdot E} \quad (10.79)$$

$$a = \tan \psi \cdot 100 \cdot E \quad (10.80)$$

a) *Cálculo de la alteración con el momento unitario*

El valor del momento unitario,  $Mu$ , para variar el asiento un centímetro, para el buque con avería, queda determinado por la fórmula,

$$Mu = \frac{D \cdot H'}{100 \cdot E} \quad (10.81)$$

$H'$  se puede calcular por las fórmulas 10.77 o 10.78.

La alteración se obtendrá de la ecuación de equilibrio del momento unitario, teniendo en cuenta que se trata del traslado de un empuje,

$$a \cdot Mu = (-p) \cdot d_i \quad (10.82)$$

$$a = \frac{(-p) \cdot d_i}{Mu}$$

En el caso de la figura 10.14, la aplicación de la fórmula dará una alteración aproante.

b) *Cálculo de los calados finales*

La alteración calculada se repartirá proporcionalmente en alteración de popa y de proa, tomando como eje de giro el que pasa por el centro de gravedad de la flotación intacta,  $F_1$ ,

$$a_{pp} = \frac{a}{E} d_{pp} \quad d_{pp} = \frac{E}{2} - x_{F_1}$$

$$a_{pr} = \frac{a}{E} d_{pr} \quad d_{pr} = -\frac{E}{2} - x_{F_1}$$

Los calados de popa y de proa finales, a partir de los iniciales, serán

$$Cm_f = Cm_i + IP$$

$$Cp_{pf} = Cp_{pi} + IP + a_{pp}$$

$$Cp_{rf} = Cp_{ri} + IP + a_{pr}$$

## 10.8 Método del peso añadido

En el subapartado 10.4.2 de este capítulo, se han planteado los efectos de la inundación de un compartimento no limitado en altura por el método del peso añadido, haciéndose un breve análisis de los mismos.

Este método presenta dos características de distinto signo:

- La parte positiva es que utiliza la metodología propia de la carga de un peso, sobradamente conocida y utilizada.
- En el aspecto negativo está que el peso del agua que inunda el buque es un dato desconocido durante todo el problema de inundación, siendo necesario recurrir a una estrategia de aproximaciones, con el riesgo de que si el análisis previo de cómo realizar estas aproximaciones no ha sido lo suficientemente válido, los resultados finales no sean los adecuados, o bien se incremente su laboriosidad.

### 10.8.1 Concepto de libre comunicación

Como siempre, al plantear los efectos de la inundación sobre el buque, se supone que el compartimento que sufre la avería está centrado longitudinalmente con respecto al centro de gravedad de la superficie de flotación, y que es simétrico con respecto al plano diametral.

Para que los resultados del estudio sean lo más precisos posible, deben añadirse dos condiciones más: que el buque no tenga ni asiento ni escora.

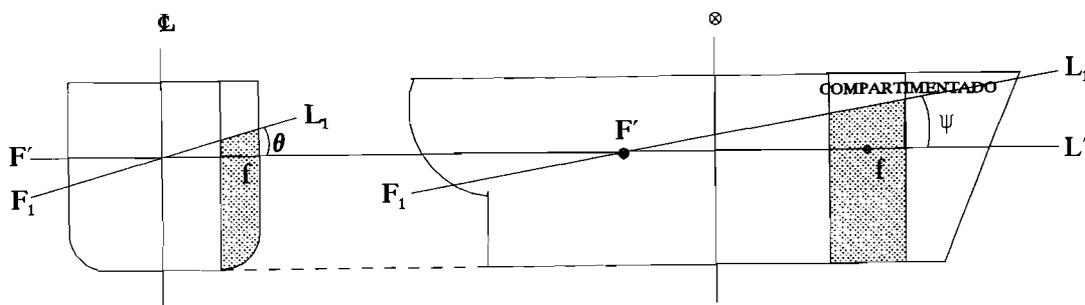


Fig. 10.15 Libre comunicación longitudinal y transversal

En la figura 10.15 tenemos la sección transversal del buque con un compartimento lateral inundado. La carga de un peso asimétrico produce una escora en el buque, pasando a tomar la flotación  $F_1L_1$ . El agua que ocupa el volumen entre las flotaciones  $F_1L_1$  y  $F'L'$  ha entrado debido a la escora y a que el buque esté en libre comunicación con la mar. Al peso del agua embarcada hasta la flotación  $F'L'$ ,

por inmersión paralela, habrá que añadirle el peso del agua por libre comunicación, en este caso, transversal.

Este mismo proceso ocurre longitudinalmente, (Fig. 10.15), dando lugar, por tanto, a una entrada de agua por libre comunicación longitudinal.

Si bien el concepto de peso por libre comunicación tiene una explicación conceptual fácil, no es así en el momento de aplicar los cálculos para su obtención, ya que, como se ha indicado antes, se debe recurrir a cálculos iterativos, aproximándonos al peso total embarcado durante la inundación.

### 10.9 Cálculo de los efectos por el método del peso añadido

En primer lugar se hallará el peso aproximado hasta la flotación de la inmersión paralela. Este peso servirá para iniciar las iteraciones que lleven al cálculo del peso de libre comunicación transversal. Con un procedimiento análogo se obtendrá el peso por libre comunicación longitudinal. Se hallarán, también, la escora, las curvas de estabilidad estática y dinámica, y los calados finales del buque con avería.

#### 10.9.1 Peso aproximado hasta la inmersión paralela

En primera aproximación se calcula el volumen inundado hasta la flotación inicial y su centro de gravedad. El peso,  $p$ , del agua entrada hasta esta flotación se hallará multiplicando el volumen,  $v$ , por la densidad, (Fig. 10.16),

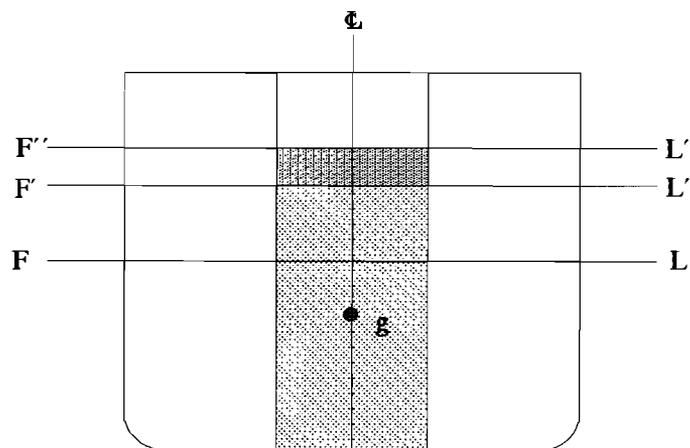


Fig. 10.16 Peso aproximado hasta la flotación de la inmersión paralela

$$p = v \cdot \gamma \quad (10.83)$$

La inmersión paralela debida a la carga de este peso, será

$$IP = \frac{P}{Tc} \quad (10.84)$$

El valor de las toneladas por centímetro de inmersión,  $Tc$ , se obtendrá en las curvas hidrostáticas entrando con el calado medio inicial, es decir, el calado medio en el momento de producirse la inundación.

Es conveniente calcular el peso del agua entrada hasta el nuevo calado, con la inmersión paralela incluida. Si existe una diferencia entre el peso anterior y el calculado, de manera que pueda afectar la aproximación que se pretende, se hallará de nuevo la inmersión paralela para este último peso. Las toneladas por centímetro más adecuadas a utilizar serán las del valor promedio entre los dos calados medios, el inicial y el de la primera aproximación.

En cualquier caso tendremos:

$P_P$	peso del agua entrada hasta la flotación inicial o la flotación en primera aproximación, que le llamaremos peso hasta la inmersión paralela
$Kg, \bar{K}g, \bar{K}g,$	coordenadas del centro de gravedad del volumen inundado y, por tanto, del peso del agua entrada
$Cm_P$	calado medio con la inmersión paralela

Si fuera aconsejable se pueden realizar más aproximaciones.

### 10.9.2 Coordenada vertical del centro de gravedad del buque

De momento nos ocuparemos solamente de la coordenada vertical del centro de gravedad del buque. A partir del desplazamiento inicial y de la coordenada vertical de su centro de gravedad, ( $D_I$  y  $KG_I$ ), y del peso hasta la inmersión paralela y de su coordenada vertical, ( $P_P$  y  $Kg$ ), se hallarán el desplazamiento y la coordenada vertical del buque para la flotación con inmersión paralela, ( $D_P$  y  $KG_P$ ).

$$KG_P = \frac{D_I \cdot KG_I + P_P \cdot Kg}{D_P} \quad (10.85)$$

El error cometido hasta aquí será el peso del agua embarcada entre las dos flotaciones de inmersión paralela halladas,  $F'L'$  y  $F''L''$ , (Fig. 10.16).

### 10.9.3 Corrección por superficies libres

El compartimento inundado presentará una superficie libre cuya corrección puede determinarse por la fórmula,

$$csl = \frac{\text{momento de superficies libres}}{D_{IP}}$$

$$csl = \frac{i \cdot \gamma}{D_{IP}} \quad (10.86)$$

siendo  $i$  la inercia transversal de la superficie inundada,  $s$ , con respecto al eje longitudinal que pasa por su centro de gravedad,  $f$ .

Esta corrección por superficies libres variará a lo largo del proceso de aproximaciones hasta llegar a la condición final de equilibrio, pero, si la superficie inundada es constante y el desplazamiento no varía demasiado, se puede considerar como valor prácticamente constante.

#### 10.9.4 Altura metacéntrica transversal inicial

A partir de la coordenada vertical del centro de gravedad del buque y de la corrección por superficies libres, se hallará la altura metacéntrica inicial del buque para el calado con inmersión paralela,

$$GM_{IP_c} = KM_{IP} - KG_{IP} - csl \quad (10.87)$$

Esta altura metacéntrica estará afectada por el error por aproximación que se ha realizado al calcular el peso de inmersión paralela y la coordenada vertical de su centro de gravedad.

#### 10.9.5 Peso de libre comunicación transversal

Supongamos un compartimento asimétrico transversalmente pero centrado longitudinalmente. El buque está en la flotación F'L', (Fig. 10.17), con la inmersión paralela aproximada que se haya considerado oportuna. La asimetría del compartimento inundado producirá una escora y ésta, a su vez, una entrada del agua por libre comunicación.

Con el peso del agua hasta el calado con la inmersión paralela se calculará una escora aproximada,

$$\tan \theta = \frac{P_{IP} \cdot d_t}{D_{IP} \cdot GM_{IP_c}} \quad (10.88)$$

$$d_t = \bar{x}_g - \bar{x}_G$$

$$\bar{x}_G = 0$$

$$d_t = \xi g$$

Con esta escora se podrá hallar una primera aproximación del peso del agua entrada por libre comunicación,

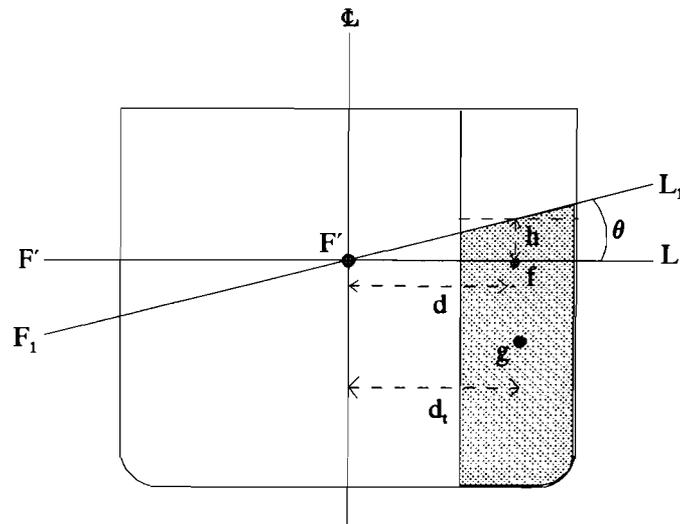


Fig. 10.17 Peso de libre comunicación transversal

$$P_{lc} = v_{lc} \cdot \gamma$$

$$v_{lc} = s \cdot h$$

Siendo  $h$  la altura media del volumen de libre comunicación.

$$h = d \cdot \tan \theta$$

$$d = \xi f - \xi F'$$

$$\xi F' = 0$$

$$d = \frac{P'}{\rho \cdot S}$$

$$P_{lc} = \gamma \cdot S \cdot d \cdot \tan \theta \quad (10.89)$$

### 10.9.6 Peso del agua embarcada

Sumando el peso del agua hasta la flotación con la inmersión paralela y el peso del agua por libre comunicación, se hallará la primera aproximación del peso total del agua embarcada,

$$P'_t = P_{IP} + P_{lc} \quad (10.90)$$

Con este peso y sus coordenadas estamos en disposición de calcular nuevamente,

inmersión paralela  
calado medio con la inmersión paralela  
coordenada vertical del centro de gravedad del buque  
corrección por superficies libres  
altura metacéntrica  
escora

La nueva escora aproximada se hallará con la fórmula siguiente,

$$\tan \theta = \frac{P'_t \cdot d_t}{D' \cdot GM'_c} \quad (10.91)$$

$$D' = D_{inicial} + P_{IP} + P_{lc} \quad (10.92)$$

Realizando el número de iteraciones convenientes hasta que la diferencia entre el peso de libre comunicación calculado y el de la última aproximación, permita despreciarla e interrumpir el proceso.

### 10.9.7 Peso de libre comunicación longitudinal

En este caso se supone un compartimento inundado transversalmente simétrico y no centrado longitudinalmente, (Fig. 10.18).

Siguiendo un proceso análogo al utilizado para calcular el peso de libre comunicación transversal, obtendremos el peso de libre comunicación longitudinal.

La primera aproximación se hará con el peso del agua entrada hasta la flotación paralela,

$$\tan \psi = \frac{P_{IP} \cdot d_1}{D_{IP} \cdot GM_{LIP}} \quad (10.93)$$

$$d_1 = \otimes g - \otimes G$$

$$P_{k'} = \gamma \cdot s \cdot d' \cdot \tan \psi \quad (10.94)$$

$$d' = \otimes f - \otimes F'$$

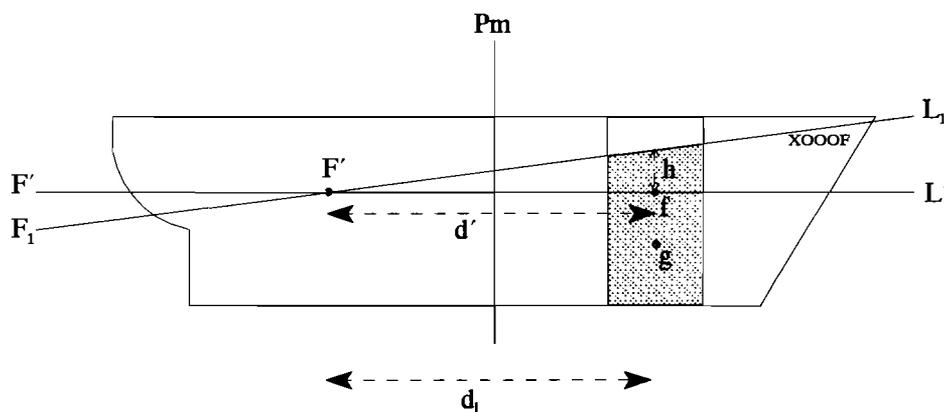


Fig. 10.18 Peso de libre comunicación longitudinal

Este peso se añadirá al peso hasta la flotación con la inmersión paralela para hallar el peso total,

$$P'_r = P_{IP} + P_{k'} \quad (10.95)$$

Con las iteraciones necesarias se obtendrá el peso del agua embarcada con suficiente aproximación. Las diferencias que presenta con el procedimiento del peso de libre comunicación transversal son que probablemente no exista necesidad práctica de tener en cuenta la corrección por superficies libres longitudinales y que, por supuesto, en lugar de la altura metacéntrica transversal, se trabaja con la altura metacéntrica longitudinal. En resumen, los datos a calcular con cada aproximación, serán

inmersión paralela  
calado medio con la inmersión paralela

coordenada vertical del centro de gravedad del buque  
 corrección por superficies libres longitudinales  
 altura metacéntrica longitudinal  
 ángulo de inclinación longitudinal

### 10.9.8 Calados finales

Conocido el peso total aproximado de agua embarcada, se calculará la alteración que produce,

$$a = \frac{p'_i \cdot d_{r'}}{Mu}$$

$$d_{pp} = \frac{E}{2} - \otimes F' \quad d_{pr} = -\frac{E}{2} - \otimes F'$$

$$a_{pp} = \frac{a}{E} d_{pp}$$

$$a_{pr} = \frac{a}{E} d_{pr}$$

Los calados finales, a partir de los iniciales, serán

$$Cm_f = Cm_i + IP$$

$$C_{pp_f} = C_{pp_i} + IP + a_{pp}$$

$$C_{pr_f} = C_{pr_i} + IP + a_{pr}$$

### 10.9.9 Escora y curvas de estabilidad

De hecho la escora ya se habrá calculado con las aproximaciones realizadas para hallar el peso del agua embarcada por libre comunicación. No obstante, interesa conocer la coordenada transversal del centro de gravedad del buque para hallar y trazar las curvas de estabilidad estática y dinámica.

Disponemos de dos fórmulas en las que interviene  $\mathcal{L}G$ , una calculando su valor tomando momentos y la otra a partir de la escora, que nos permitirán su cálculo,

$$\mathcal{L}G_F = \frac{D_I \cdot \mathcal{L}G_I + p_i \cdot \mathcal{L}g}{D_F}$$

$$\tan \theta = \frac{\mathcal{L}G_F}{GM_{F_c}}$$

Conociendo para la condición final de la inundación, el desplazamiento, las coordenadas vertical y transversal del centro de gravedad, la corrección por superficies libre, y con la ayuda de las curvas KN, se calcularán los valores de los brazos GZ, a partir de los cuales se podrá trazar la curva,

$$GZ_F = KN - KG_{F_c} \cdot \text{sen } \theta - \mathcal{L}G_F \cdot \text{cos } \theta$$

La variación que habrá sufrido la curva estática debido a la inundación, se puede analizar a partir de los tres parámetros siguientes,

variación vertical del centro de gravedad por la carga de un peso  
 corrección por superficies libres del propio compartimento inundado  
 brazo transversal del centro de gravedad del buque debido a la carga de un peso asimétrico

$$\left( \pm G_f G_F + \frac{i \cdot \gamma}{D_F} \right) \cdot \text{sen } \theta - \mathcal{L}G_F \cdot \text{cos } \theta$$

A partir de la curva de brazos de estabilidad estática se hallará su curva dinámica,  $GZ_{ED}$ , conociendo que la relación que se establece es,

$$GZ_{ED} = \int_0^{\theta} GZ_F d\theta$$

### 10.10 Caso práctico de pesos de libre comunicación transversal y longitudinal simultáneos

En la práctica nos podemos encontrar con que el compartimento no esté longitudinalmente centrado y además sea transversalmente asimétrico. Para su solución, siempre aproximada, habrá que analizar previamente cuál de los dos pesos de libre comunicación tiene una mayor incidencia sobre el buque, para calcularlo en primer lugar, y dejar el otro como complemento, aunque ambos formarán parte del peso total embarcado.

Dado que no se han estudiado unas herramientas eficaces que nos permitan acoplar fácilmente las dos movimientos de giro, transversal y longitudinal, recordemos que el método de pérdida de empuje permite una mejor solución.

### 10.11 Método de pérdida de empuje. Cálculo de la inmersión paralela con las curvas hidrostáticas

Por el método de pérdida de empuje el desplazamiento no varía. En las curvas hidrostáticas, sobre el eje de abscisas y coincidiendo con el valor del desplazamiento inicial,  $D_1$ , se levanta una perpendicular. A partir del calado inicial y para diferentes calados se halla el valor del empuje perdido para cada uno de ellos, (Fig. 10.19),

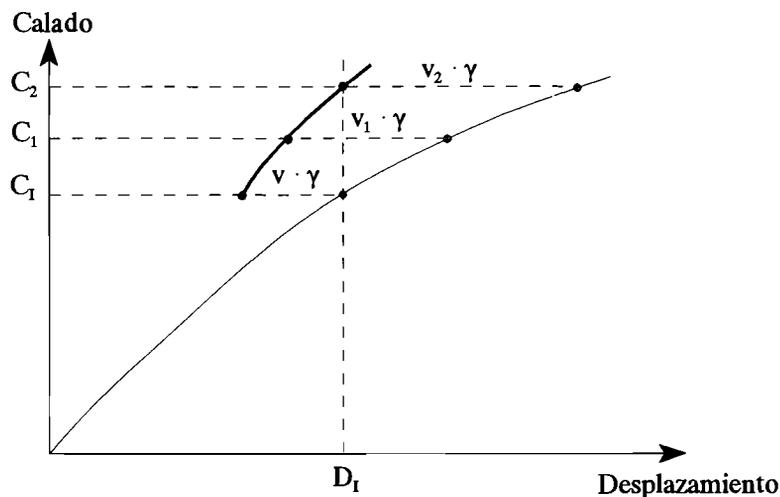


Fig. 10.19 Método de pérdida de empuje. Cálculo de la inmersión paralela

$$C_1 \rightarrow v \cdot \gamma = e \quad C_1 \rightarrow v_1 \cdot \gamma = e_1 \quad C_2 \rightarrow v_2 \cdot \gamma = e_2$$

Al desplazamiento para cada calado, o mejor, al empuje para cada calado, se le restan los empujes perdidos calculados. En las hidrostáticas se sitúan unos puntos, de acuerdo con los calados y los empujes residuales anteriores. Uniendo estos puntos se trazará la curva de empujes para el buque con avería. Cuando se igualen desplazamiento y empuje habrá equilibrio, por tanto, el calado para el que se corten la perpendicular del desplazamiento constante y la curva generada, cumplirá la condición de equilibrio.

### 10.12 Método del peso añadido. Cálculo de la inmersión paralela con las curvas hidrostáticas

Al igual que en el apartado anterior, sobre las curvas hidrostáticas se levantará una perpendicular con el valor del desplazamiento inicial. Por este método el desplazamiento varía con la inundación, por tanto, se tratará de incrementar su valor con el peso del agua entrada por inmersión paralela, (Fig. 10.20), a diferentes calados,

$$C_I \rightarrow v \cdot \gamma = p \quad C_1 \rightarrow v_1 \cdot \gamma = p_1 \quad C_2 \rightarrow v_2 \cdot \gamma = p_2$$

A la perpendicular del desplazamiento inicial se le sumarán los pesos de agua embarcados hasta los distintos calados para los que se ha realizado el cálculo, situándose los puntos de los valores resultantes sobre las curvas hidrostáticas. Uniéndolos se obtendrá una curva de los distintos desplazamientos durante el proceso de inmersión paralela. El equilibrio se producirá para el calado en que la curva trazada corte a la del desplazamiento del buque.

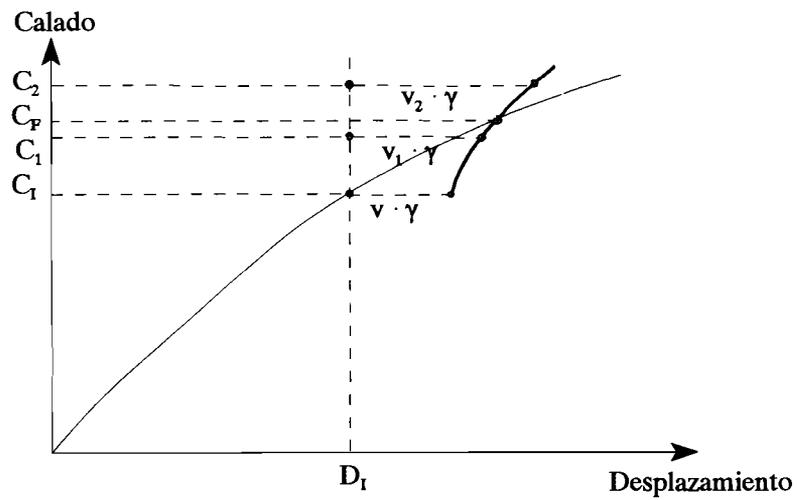


Fig. 10.20 Método del peso añadido. Cálculo de la inmersión paralela

## Bibliografía

- ALÁEZ ZAZURCA, José Antonio. *Teoría del Buque (I)*. Madrid. ETSIN. UPM.
- COMSTOCK, John P. *Principles of Naval Architecture*. New York. The Society of Naval Architects and Marine Engineers, 1986.
- DERRETT, D.R. *Ship Stability for Master and Mates*. London. Stanford Maritime, 1990.
- DEVAUCHELLE, Pierre. *Dynamique du Navire*. París. Masson, 1986.
- DÍAZ FERNÁNDEZ, Cesáreo. *Teoría del Buque*. Barcelona, 1972.
- GAMBOA, Marcial. *Nociones de Arquitectura Naval. (Teoría del Buque)*. Madrid. Editorial Naval, 1963.
- GARCÍA-DONCEL, Baldomero. *Teoría del Buque*. Cádiz, 1972.
- GODINO GIL. *Teoría del Buque y sus aplicaciones. (Estática del Buque)*. Barcelona. Ed. Gustavo Gili, 1956.
- HERVIEU, René. *Statique du Navire*. París. Masson, 1985.
- LEWIS, Edward V. *Principles of Naval Architecture*. Jersey City. SNAME, 1988.
- MUCKLE, W. *Naval Architecture for Marine Engineers*. London. Butterworths, 1987.
- MUNRO-SMITH, R. *Ships and Naval Architecture*. London. The Institute of Marine Engineers, 1981.
- OLIVELLA PUIG, Juan. *Teoría del Buque. Flotabilidad y estabilidad*. Barcelona. Ediciones UPC, 1994.
- PÉREZ, Gonzalo. *Teoría del Buque (Máquinas)*. Madrid. ETSIN, UPM.
- RAWSON, K.J. y TUPPER, E.C. *Basic Ship Theory*. London. Longman, 1983.

ROSELL, H.E. y CAHPMAN, L.B. *Principles of Naval Architecture*. New York. SNAME, 1962.

SCHETELMA DE HEERE, R.F. y BAKKER, A.R. *Buoyancy and Stability of Ships*. Culenborg, The Netherlands. W.P.A. van Lammeren, Technical Publications H. STAM, 1969.

SEMYONOV-TYAN-SHANSKY, V. *Statics and Dynamics of the Ship. Theory of buoyancy, stability and launching*. Moscow. Peace Publishers.

STOKOE, E. A. *Reed's Naval Architecture for Marine Engineers*. London. Thomas Reed Publications Limited, 1991.

## Índice alfabético

### A

- Alteración, 95, 139, 269, 288, 290
- Altura metacéntrica
  - generalizada, 159
  - longitudinal, 97, 112, 125, 139, 288, 290
  - transversal, 90, 109, 122, 132, 135, 137, 274, 295
- Asiento, 101

### B

- Brazo
  - dinámico, 207, 214
  - estabilidad transversal, 148, 156, 161, 166, 169, 189, 200

### C

- Calados, 32, 113, 129, 140, 230, 278, 290, 298
- Carenas, 86
  - clases, 86
- Centro de carena, 18, 59, 66, 108, 145, 156, 173, 280
  - coordenadas
    - longitudinal, 26, 264, 280
    - transversal, 270, 280
    - vertical, 28
  - propiedades, 26, 28
- Centro de gravedad, 54
- Coefficientes de afinamiento
  - cilíndrico o prismático, 32
  - cuaderna maestra, 32
  - cúbico o de bloque, 31
  - superficial, 31

- Coefficientes de estabilidad
  - longitudinal, 97, 128, 136
  - transversal, 90, 111, 125, 132
- Compartimentado, 243, 244
  - método de Shirokauer, 249
  - método gráfico, 250
- Correcciones al desplazamiento
  - por asiento, 35
  - por quebranto o arrufo, 40, 46
- Criterios de estabilidad, 221
- Cuaderna maestra
  - superficie, 25
- Curvas
  - Bonjean, 34, 36
  - brazos estáticos, 200
  - brazos dinámicos, 215, 216
  - centro de carena, 173
  - esloras admisibles, 252
  - esloras inundables, 248, 250
  - evoluta metacéntrica, 174
  - hidrostáticas, 23

### D

- Densidad
  - cambio de, 107
- Desplazamiento, 25
- Diagrama polar, 176, 214

### E

- Empuje, 18
- Equilibrio, 17
- Escora, 95, 129, 138, 234, 274, 285, 298

Eslora  
 admisible, 244, 252  
 inundable, 245

Estabilidad, 87  
 de formas, 93, 105, 152  
 de pesos, 91, 152  
 dinámica, 205, 206  
 ángulo de equilibrio, 218, 220  
 brazos, 207, 214  
 ecuación diferencial, 211  
 estática inicial  
 inundación, 284  
 longitudinal, 95, 264, 287  
 transversal, 88, 270  
 varada, 231  
 grandes escoras  
 ángulo de equilibrio, 184, 220  
 brazo, 148, 156, 161, 166, 169, 189, 200  
 costados verticales, 154  
 inundación, 298  
 varada, 234

## F

Flotación, 25  
 coordenada  
 longitudinal, 26, 265, 279  
 transversal, 271, 279

## I

Inmersión, 53

Inmersión paralela  
 cambio de densidad, 107  
 carga de un peso pequeño, 120  
 inundación  
 pérdida de empuje, 262, 275, 278, 300  
 peso añadido, 292, 300  
 varada, 228

Inundación, 253, 256, 262, 275  
 clases, 253  
 métodos de cálculo, 254  
 pérdida de empuje, 255, 257  
 peso añadido, 256, 259

Isocarena  
 longitudinal, 70  
 transversal, 69

## L

Libre comunicación, 291, 299  
 longitudinal, 296  
 transversal, 294

## M

Metacentro  
 diferencial, 84  
 longitudinal, 73  
 transversal, 73, 77, 102, 107, 157

Métodos generalizados  
 de las cuñas, 190  
 de red de líneas, 185

Momento unitario, 31, 98, 268

Moseley, 205

## P

Plano límite  
 longitudinal, 135  
 transversal, 130

Pérdida de empuje, 262, 275

Permeabilidad, 244, 261

Peso añadido, 291

Peso suspendido, 140

## R

Radio metacéntrico  
 diferencial, 85  
 longitudinal, 30, 75, 266, 283  
 transversal, 30, 74, 155, 272, 282  
 rebanada, 77, 82

Reacción, 225

Rebanada, 77  
 centro de gravedad, 78

Reserva de estabilidad, 184

## S

Shirokauer, 249

Superficie "C", 71  
 propiedades, 71

Superficie "F", 84

Superficie "R", 77, 83

Superficies libres, 141, 169, 293

**T**

Teorema de Euler, 64

Toneladas por centímetro, 31

**V**

Varada, 225

  curva de estabilidad inicial, 232

  en dique, 241

  operaciones para librar la, 241

## Apéndice A

### Buque Echo

Tabla A.1 Características del buque Echo

Eslora entre perpendiculares	110,00 m
Manga de trazado	17,30 m
Puntal de la cubierta superior	6,15 m
Calado de verano	5,80 m
Desplazamiento de verano	8.200 Tm
Peso muerto	5.150 Tm



Tabla A.2 Información del buque Echo

DESCRIPCIÓN	VOLUMEN m <sup>3</sup>	PESO Tm	KG m	MG m	LG m	C.S.L. (Dv) cm
BUQUE EN ROSCA	-	3.050	6,45	+9,50	-	-
AGUA DE LASTRE						
Pique de proa	100		4,10	-50,00	-	0,25
Deep tank de proa	360		3,97	-44,70	-	3,00
Pique de popa	40		5,23	+51,50	-	1,00
Tanque n° 1	90		0,65	-32,10	-3,20	4,50
Tanque n° 2	90		0,65	-32,10	+3,20	4,50
Tanque n° 3	130		0,60	-16,40	-3,90	11,00
Tanque n° 4	130		0,60	-16,40	+3,90	11,00
Tanque n° 5	60		0,60	-3,30	-3,90	5,00
Tanque n° 6	60		0,60	-3,30	+3,90	5,00
AGUA						
Tanque n° 7	100	100	0,60	+7,80	-4,00	9,00
Tanque n° 8	100	100	0,60	+7,80	+4,00	9,00
Tanque n° 9 e=1,8 m; m=4,2 m	20	20	10,40	+24,00	-5,10	
Tanque n° 10 e=1,8 m; m=4,2 m	20	20	10,40	+24,00	+5,10	

Tabla A.2 Información del buque Echo (continuación)

DESCRIPCIÓN	VOLUMEN m <sup>3</sup>	PESO Tm	KG m	KG m	KG m	C.S.L. (Dv) cm
<b>COMBUSTIBLE</b>						
Tanque n° 11	70	60	0,60	+20,70	-3,50	4,00
Tanque n° 12	70	60	0,60	+20,70	+3,50	4,00
Tanque n° 13	105	90	0,75	+34,40	-3,00	3,00
Tanque n° 14	105	90	0,75	+34,40	+3,00	3,00
Tanque n° 15 e=5,4 m; m=3 m	44	37	7,70	+22,20	-1,50	
Tanque n° 16 e=5,4 m; m=3 m	44	37	7,70	+22,20	+1,50	
<b>LUBRICANTE</b>	25	20	7,50	+28,30	-	
<b>CARGA</b>						
Bodega n° 1	1.390	700	4,30	-32,00	-	-
Bodega n° 2	1.620	810	3,70	-16,30	-	-
Bodega n° 3	2.210	1.100	3,70	+12,70	-	-
Entrepunte n° 1	920	460	7,40	-35,00	-	-
Entrepunte n° 2	1.340	660	7,70	-13,00	-	-
Entrepunte n° 3	1.050	530	7,70	+12,80	-	-
Deep tank centro Br	350	175	3,65	-3,30	-4,00	5,00
Deep tank centro Er	350	175	3,65	-3,30	+4,00	5,00
<b>PROVISIONES</b>	-	15	7,70	+32,40	-	-
<b>TRIPULACIÓN</b>	-	5	13,00	+38,40	-	-
<b>BUQUE EN D<sub>v</sub></b>	-	8.200	5,39	-0,03	-	-

Tabla A.3.1 Hidrostáticas del buque Echo

Cm m	V m <sup>3</sup>	Δ Tm	Tc Tm/cm	BF m	KC m	BC m	KM m	CM <sub>L</sub> m	Mu Tm.m/ cm	Cm m
2,20	2.705	2.773	14,25	-2,10	1,17	-2,42	11,54	321,0	80,9	2,20
2,30	2.845	2.916	14,30	-2,06	1,22	-2,42	11,19	308,0	81,7	2,30
2,40	2.984	3.059	14,35	-2,02	1,28	-2,42	10,84	295,0	82,0	2,40
2,50	3.125	3.203	14,40	-1,98	1,33	-2,41	10,49	282,0	82,1	2,50
2,60	3.265	3.347	14,45	-1,94	1,38	-2,39	10,20	273,0	83,1	2,60
2,70	3.407	3.492	14,50	-1,90	1,43	-2,37	9,93	264,0	83,8	2,70
2,80	3.548	3.637	14,56	-1,85	1,49	-2,35	9,68	255,5	84,5	2,80
2,90	3.691	3.783	14,61	-1,81	1,54	-2,33	9,45	247,5	85,1	2,90
3,00	3.833	3.929	14,66	-1,77	1,59	-2,31	9,24	239,5	85,6	3,00
3,10	3.977	4.076	14,71	-1,72	1,64	-2,29	9,05	231,5	85,8	3,10
3,20	4.120	4.223	14,76	-1,68	1,70	-2,27	8,88	223,5	85,8	3,20
3,30	4.264	4.371	14,80	-1,62	1,75	-2,25	8,73	216,5	86,0	3,30
3,40	4.409	4.519	14,84	-1,56	1,80	-2,23	8,59	210,5	86,5	3,40
3,50	4.553	4.667	14,88	-1,50	1,85	-2,20	8,46	205,5	87,2	3,50
3,60	4.699	4.816	14,92	-1,44	1,91	-2,17	8,34	201,0	88,0	3,60
3,70	4.844	4.965	14,97	-1,38	1,96	-2,14	8,23	196,5	88,7	3,70
3,80	4.990	5.115	15,01	-1,31	2,01	-2,11	8,12	192,0	89,3	3,80
3,90	5.137	5.265	15,05	-1,24	2,06	-2,09	8,02	188,0	90,0	3,90
4,00	5.284	5.416	15,09	-1,17	2,12	-2,06	7,93	184,0	90,6	4,00
4,10	5.431	5.567	15,13	-1,10	2,17	-2,03	7,84	180,0	91,1	4,10
4,20	5.579	5.718	15,17	-1,03	2,22	-2,00	7,76	176,5	91,8	4,20
4,30	5.727	5.870	15,21	-0,93	2,27	-1,97	7,69	173,5	92,6	4,30
4,40	5.875	6.022	15,25	-0,84	2,33	-1,94	7,63	170,5	93,3	4,40
4,50	6.024	6.175	15,29	-0,74	2,38	-1,91	7,58	168,0	94,3	4,50
4,60	6.174	6.328	15,33	-0,65	2,43	-1,88	7,54	165,5	95,2	4,60
4,70	6.323	6.481	15,38	-0,55	2,48	-1,84	7,50	163,0	96,0	4,70

Tabla A.3.1 Hidrostáticas del buque Echo (continuación)

Cm m	$\nabla$ m <sup>3</sup>	$\Delta$ Tm	Tc Tm/cm	$\overline{\text{BF}}$ m	KC m	$\overline{\text{BC}}$ m	KM m	CM <sub>L</sub> m	Mu Tm.m/ cm	Cm m
4,70	6.323	6.481	15,38	-0,55	2,48	-1,84	7,50	163,0	96,0	4,70
4,80	6.473	6.635	15,43	-0,43	2,54	-1,81	7,46	160,7	96,9	4,80
4,90	6.623	6.789	15,48	-0,31	2,59	-1,78	7,42	158,4	97,8	4,90
5,00	6.775	6.944	15,53	-0,19	2,64	-1,75	7,38	156,1	98,6	5,00
5,10	6.926	7.099	15,58	-0,07	2,69	-1,72	7,35	154,1	99,5	5,10
5,20	7.078	7.255	15,63	+0,05	2,75	-1,69	7,32	152,1	100,3	5,20
5,30	7.230	7.411	15,68	+0,17	2,80	-1,66	7,29	150,3	101,3	5,30
5,40	7.383	7.568	15,73	+0,29	2,85	-1,62	7,26	148,5	102,2	5,40
5,50	7.537	7.725	15,79	+0,41	2,90	-1,58	7,24	146,9	103,2	5,50
5,60	7.691	7.883	15,84	+0,53	2,96	-1,55	7,22	145,3	104,1	5,60
5,70	7.845	8.041	15,89	+0,65	3,01	-1,51	7,20	143,8	105,1	5,70
5,80	8.000	8.200	15,94	+0,76	3,06	-1,47	7,19	142,3	106,1	5,80
5,90	8.155	8.359	15,99	+0,87	3,11	-1,43	7,18	140,8	107,0	5,90
6,00	8.311	8.519	16,04	+0,97	3,17	-1,39	7,17	139,3	107,9	6,00
6,10	8.467	8.679	16,09	+1,08	3,22	-1,36	7,16	137,8	108,7	6,10
6,20	8.624	8.840	16,14	+1,19	3,27	-1,32	7,15	136,3	109,6	6,20

Tabla A.3.2 Hidrostáticas del buque Echo

Cm m	S <sub>F</sub> m <sup>2</sup>	S <sub>M</sub> m <sup>2</sup>	Kb	Ks	Km	Kp	Cm m
2,20	1.390	35,00	0,648	0,730	0,925	0,700	2,20
2,30	1.395	36,75	0,648	0,732	0,928	0,698	2,30
2,40	1.400	38,50	0,649	0,734	0,931	0,697	2,40
2,50	1.405	40,25	0,650	0,736	0,934	0,696	2,50
2,60	1.410	42,00	0,651	0,738	0,937	0,695	2,60
2,70	1.415	43,75	0,652	0,740	0,940	0,694	2,70
2,80	1.420	45,50	0,653	0,742	0,943	0,693	2,80
2,90	1.425	47,25	0,654	0,744	0,945	0,692	2,90
3,00	1.430	49,00	0,655	0,746	0,947	0,692	3,00
3,10	1.435	50,75	0,656	0,748	0,949	0,691	3,10
3,20	1.440	52,50	0,658	0,750	0,951	0,692	3,20
3,30	1.444	54,25	0,660	0,752	0,953	0,693	3,30
3,40	1.448	56,00	0,662	0,754	0,955	0,693	3,40
3,50	1.452	57,75	0,664	0,756	0,957	0,694	3,50
3,60	1.456	59,50	0,666	0,758	0,958	0,695	3,60
3,70	1.460	61,25	0,668	0,760	0,959	0,696	3,70
3,80	1.464	63,00	0,670	0,762	0,960	0,698	3,80
3,90	1.468	64,75	0,672	0,764	0,961	0,699	3,90
4,00	1.472	66,50	0,674	0,766	0,961	0,701	4,00
4,10	1.476	68,25	0,676	0,768	0,962	0,703	4,10
4,20	1.480	70,00	0,678	0,770	0,963	0,704	4,20
4,30	1.484	71,75	0,680	0,773	0,964	0,705	4,30
4,40	1.488	73,50	0,683	0,776	0,964	0,708	4,40
4,50	1.492	75,25	0,686	0,779	0,965	0,711	4,50
4,60	1.496	77,00	0,689	0,782	0,966	0,713	4,60
4,70	1.500	78,75	0,692	0,785	0,966	0,716	4,70

Tabla A.3.2 Hidrostáticas del buque Echo (continuación)

Cm m	S <sub>F</sub> m <sup>2</sup>	S <sub>M</sub> m <sup>2</sup>	K <sub>b</sub>	K <sub>s</sub>	K <sub>m</sub>	K <sub>p</sub>	Cm m
4,70	1.500	78,75	0,692	0,785	0,966	0,716	4,70
4,80	1.505	80,50	0,695	0,788	0,967	0,719	4,80
4,90	1.510	82,25	0,698	0,791	0,968	0,721	4,90
5,00	1.515	84,00	0,701	0,794	0,968	0,724	5,00
5,10	1.520	85,75	0,704	0,797	0,969	0,727	5,10
5,20	1.525	87,50	0,707	0,800	0,970	0,729	5,20
5,30	1.530	89,25	0,710	0,803	0,971	0,731	5,30
5,40	1.535	91,00	0,713	0,806	0,971	0,734	5,40
5,50	1.540	92,75	0,716	0,809	0,972	0,737	5,50
5,60	1.545	94,50	0,719	0,812	0,973	0,739	5,60
5,70	1.550	96,25	0,721	0,815	0,973	0,741	5,70
5,80	1.555	98,00	0,723	0,818	0,974	0,742	5,80
5,90	1.560	99,75	0,725	0,821	0,974	0,744	5,90
6,00	1.565	101,50	0,727	0,824	0,975	0,746	6,00
6,10	1.570	103,25	0,729	0,827	0,975	0,748	6,10
6,20	1.575	105,00	0,731	0,830	0,976	0,749	6,20

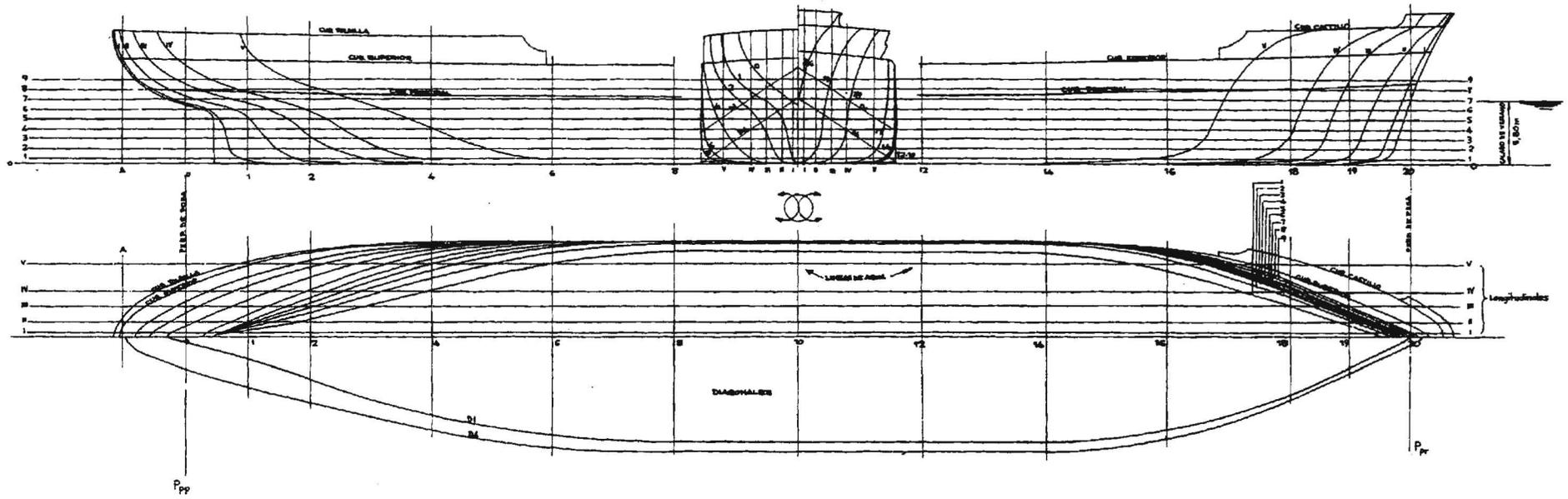
Tabla A.4 Buque Echo. Curvas KN en mm

$\Delta$ Tm	15°	30°	45°	60°	75°	90°	$\Delta$ Tm
2.800	2.900	4.810	5.820	6.380	6.156	5.238	2.800
3.000	2.800	4.730	5.810	6.375	6.149	5.240	3.000
3.200	2.700	4.660	5.800	6.370	6.142	5.242	3.200
3.400	2.600	4.590	5.790	6.365	6.135	5.244	3.400
3.600	2.500	4.542	5.780	6.360	6.128	5.246	3.600
3.800	2.445	4.495	5.770	6.355	6.121	5.248	3.800
4.000	2.390	4.447	5.760	6.350	6.114	5.250	4.000
4.200	2.335	4.400	5.730	6.330	6.107	5.252	4.200
4.400	2.280	4.366	5.700	6.310	6.100	5.254	4.400
4.600	2.225	4.332	5.670	6.290	6.078	5.256	4.600
4.800	2.192	4.298	5.640	6.270	6.056	5.258	4.800
5.000	2.160	4.264	5.610	6.250	6.034	5.260	5.000
5.200	2.128	4.230	5.580	6.222	6.012	5.270	5.200
5.400	2.096	4.196	5.550	6.194	5.990	5.280	5.400
5.600	2.064	4.164	5.520	6.166	5.968	5.290	5.600
5.800	2.032	4.132	5.490	6.138	5.946	5.300	5.800
6.000	2.000	4.100	5.460	6.110	5.924	5.310	6.000
6.200	1.983	4.070	5.430	6.082	5.902	5.320	6.200
6.400	1.966	4.040	5.400	6.054	5.880	5.330	6.400
6.600	1.949	4.010	5.370	6.026	5.858	5.340	6.600
6.800	1.932	3.980	5.340	5.998	5.836	5.350	6.800
7.000	1.915	3.950	5.310	5.970	5.814	5.360	7.000
7.200	1.898	3.922	5.280	5.942	5.792	5.365	7.200
7.400	1.881	3.894	5.250	5.914	5.770	5.370	7.400
7.600	1.864	3.866	5.220	5.886	5.748	5.372	7.600
7.800	1.847	3.838	5.190	5.858	5.726	5.374	7.800
8.000	1.830	3.810	5.160	5.830	5.704	5.376	8.000
8.200	1.813	3.782	5.130	5.802	5.682	5.378	8.200
8.400	1.800	3.754	5.100	5.774	5.668	5.380	8.400

Tabla A.5 Buque Echo. Escoras de inundación

DESPLAZAMIENTO Tm	ESCORA grados	DESPLAZAMIENTO Tm	ESCORA grados
2.800	74,7	5.600	66,0
3.000	74,5	5.800	65,0
3.200	74,3	6.000	63,5
3.400	74,0	6.200	62,0
3.600	73,5	6.400	60,5
3.800	73,0	6.600	58,8
4.000	72,5	6.800	57,0
4.200	72,0	7.000	55,0
4.400	71,3	7.200	52,5
4.600	70,6	7.400	50,0
4.800	69,8	7.600	47,0
5.000	69,0	7.800	44,0
5.200	68,0	8.000	40,0
5.400	67,0	8.200	36,0
5.600	66,0	8.400	31,5

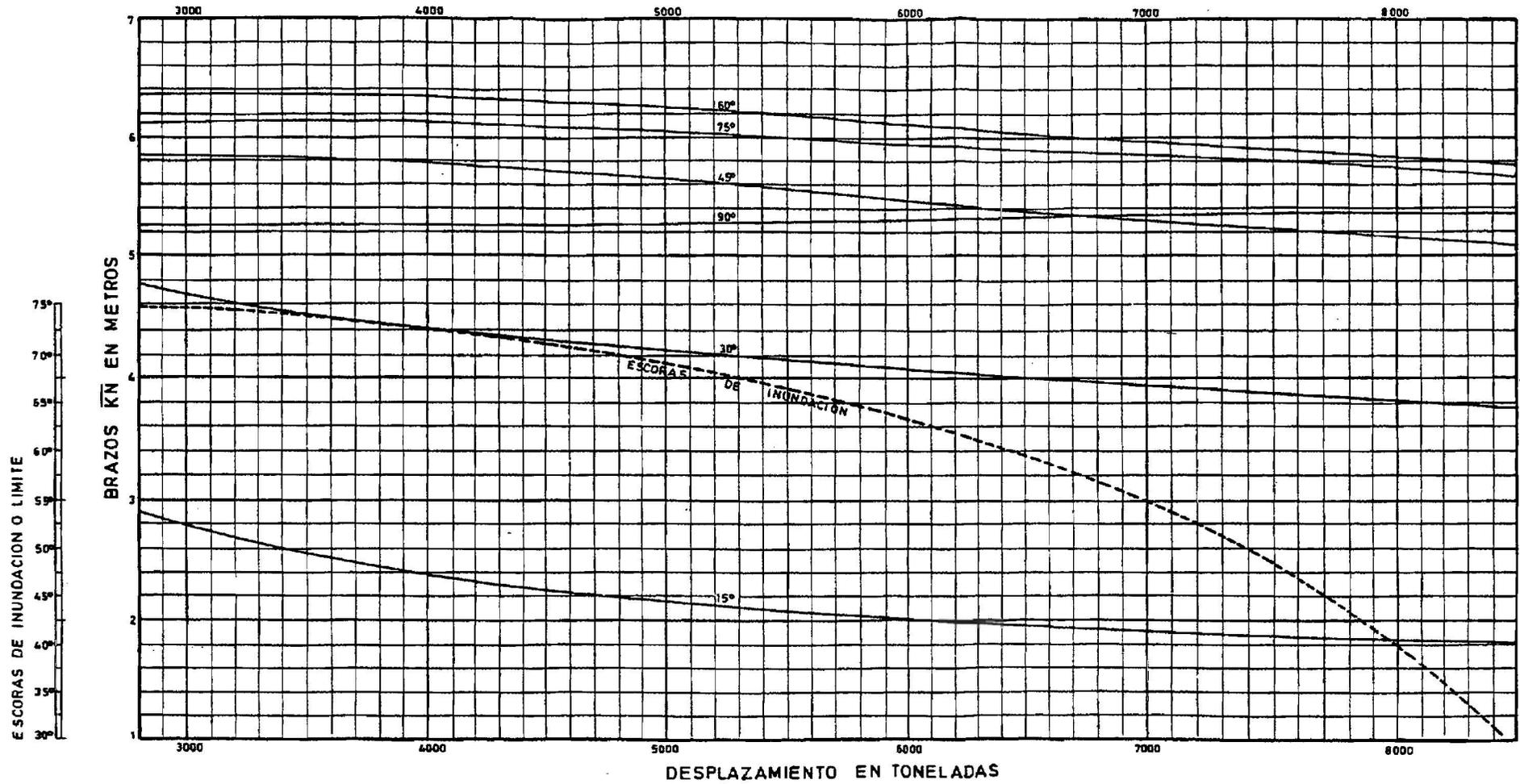
CAJA DE CUADERNAS



PLANO DE FORMAS



### CURVAS DE KN Y ESCORAS DE INUNDACION



## Apéndice B

### Buque Sirius

Tabla B.1 Características del buque Sirius

Eslora total	56,57 m
Eslora entre perpendiculares	50,90 m
Manga de trazado	9,50 m
Puntal de la cubierta superior	5,35 m
Puntal de la cubierta baja	3,40 m
Calado en rosca	1,65 m
Calado de verano	4,20 m
Desplazamiento en rosca	528,72 Tm
Desplazamiento de verano	1.486,00 Tm



Tabla B.2 Información del buque Sirius

DESCRIPCIÓN	VOLUMEN m <sup>3</sup>	PESO Tm	KG m	KG m	KG m	C.S.L. (Dv) mm
BUQUE EN ROSCA		528,720	4,250	+3,692	-	-
COMBUSTIBLE						
Tanque n° 5 Ctr	20,400	17,340	0,400	+9,500	-	16,0
Tanque n° 6 Br	8,800	7,480	0,590	+15,800	-1,400	3,2
Tanque n° 6 Er	8,800	7,480	0,590	+15,800	+1,400	3,2
Tanque n° 7 Ctr	0,800	0,680	0,280	+14,900	-	0,1
Tanque n° 10 Br	3,630	3,085	1,720	+20,380	-2,350	2,3
Tanque n° 10 Er	3,630	3,085	1,720	+20,380	+2,350	2,3
Tanque de uso	3,612	3,070	8,950	+20,200	-	2,3
LUBRICANTE						
Tanque n° 8 Br	2,500	2,250	0,570	+18,250	-0,900	0,3
Tanque n° 8 Er	2,500	2,250	0,570	+18,250	+0,900	0,3
CARGA						
Bodega n° 1	632,000	399,610	1,960	-3.153	-	-
Entrepuente n° 1	583,000	358,580	4,260	-5,465	-	-
Bodega n° 2	108,600	81,550	1,700	+7,734	-	-
Entrepuente n° 2	97,740	54,000	4,490	+10,150	-	-
TRIPULACIÓN	-	2,000	6,050	+18,900	-	-
VÍVERES	-	2,000	5,000	+21,600	-	-
AGUA DULCE						
Tanque n° 9 Ctr	2,120	2,120	0,460	+21,000	-	0,7
Tanque n° 11 Ctr	10,200	10,200	3,480	+23,320	-	22,0
T.COMPENSACIÓN	0,500	0,500	8,960	+18,600	-	0,1
BUQUE EN D <sub>v</sub>	-	1.486,000	3,404	+0,649	-	-

Tabla B.2 Información del buque Sirius (continuación)

DESCRIPCIÓN	VOLUMEN m <sup>3</sup>	PESO Tm	KG m	KG m	KG m	C.S.L. (Dv) mm
AGUA DE LASTRE						
Tanque n° 0 Ctr	32,000		4,800	-23,650	-	2,0
Tanque n° 1 Ctr	49,300		3,450	-20,730	-	10,0
Tanque n° 2 Br	17,150		0,410	-14,350	-0,950	9,0
Tanque n° 2 Er	17,150		0,410	-14,350	+0,950	9,0
Tanque n° 3 Br	17,900		0,420	-5,930	-2,600	7,0
Tanque n° 3 Er	17,900		0,420	-5,930	+2,600	7,0
Tanque n° 3 Ctr	21,000		0,400	-6,650	-	16,0
Tanque n° 4 Br	18,750		0,410	+0,940	-2,600	12,0
Tanque n° 4 Er	18,750		0,410	+0,940	+2,600	12,0
Tanque n° 4 Ctr	21,000		0,400	+1,420	-	16,0
Tanque n° 5 Br	12,700		0,420	+9,130	-2,600	13,0
Tanque n° 5 Er	12,700		0,420	+9,130	+2,600	13,0





Tabla B.3.1 Hidrostáticas del buque Sirius

Cm m	$\nabla$ m <sup>3</sup>	$\Delta$ Tm	Tc Tm/cm	$\overline{BF}$ m	KC m	$\overline{BC}$ m	KM m	KM <sub>L</sub> m	Mu Tm.m/ cm	Cm m
1,50	463,4	475	3,38	-0,10	0,85	-0,07	5,20	90	8,3	1,50
2,00	643,9	660	3,54	-0,05	1,05	-0,12	4,32	70	8,9	2,00
2,50	824,4	845	3,66	+0,05	1,30	-0,05	4,10	61	9,9	2,50
3,00	1.004,9	1.030	3,78	+0,20	1,58	0,00	3,92	56	11,0	3,00
3,50	1.190,3	1.220	3,90	+0,45	1,88	+0,05	3,88	52	12,0	3,50
4,00	1.375,6	1.410	4,03	+0,70	2,18	+0,15	4,00	48	12,7	4,00
4,50	1,561,0	1.600	4,15	+1,00	2,48	+0,20	4,05	45	13,4	4,50

Tabla B.3.2 Hidrostáticas del buque Sirius

Cm m	S <sub>F</sub> m <sup>2</sup>	S <sub>M</sub> m <sup>2</sup>	Kb	Ks	Km	Kp	Cm m
1,50	330	12,6	0,590	0,660	0,996	0,592	1,50
2,00	345	18,4	0,630	0,710	0,997	0,632	2,00
2,50	357	23,8	0,660	0,750	0,998	0,661	2,50
3,00	369	28,8	0,680	0,780	0,998	0,681	3,00
3,50	381	33,8	0,690	0,805	0,998	0,691	3,50
4,00	393	38,2	0,700	0,820	0,998	0,701	4,00
4,50	405	41,9	0,710	0,830	0,998	0,711	4,50

Tabla B.4 Buque Sirius. Curvas KN en mm

$\Delta$ Tm	10°	20°	30°	40°	60°	80°	$\Delta$ Tm
500	900	1.800	2.540	3.050	3.575	3.640	500
600	825	1.650	2.455	3.000	3.565	3.650	600
700	775	1.550	2.375	2.960	3.555	3.660	700
800	725	1.490	2.300	2.925	3.540	3.670	800
900	700	1.450	2.225	2.860	3.525	3.675	900
1.000	675	1.420	2.160	2.795	3.505	3.680	1.000
1.100	675	1.400	2.120	2.725	3.485	3.675	1.100
1.200	650	1.395	2.085	2.625	3.460	3.665	1.200
1.300	660	1.390	2.050	2.575	3.435	3.655	1.300
1.400	670	1.385	2.020	2.562	3.400	3.635	1.400
1.500	680	1.380	1.990	2.550	3.365	3.615	1.500
1.600	690	1.375	1.960	2.538	3.330	3.590	1.600

Tabla B.5 Buque Sirius. Escoras de inundación

DESPLAZAMIENTO Tm	ESCORAS grados
700	58,0
800	56,0
900	54,0
1.000	52,0
1.100	49,5
1.200	47,0
1.300	44,5
1.400	41,0
1.500	37,5

Tabla B.6 Tanques del buque Sirius. Momentos de inercia y de superficies libres

Nº Tanque	Contenido	Situación Cuadernas	Inercia I (m <sup>4</sup> )	Densidad $\gamma$ (Tm/m <sup>3</sup> )	Momento I. $\gamma$ (Tm.m)
0 Ctr	Lastre	82-Pr	2,60	1,025	2,66
1 Ctr	Lastre	77-82	15,24	1,025	15,63
2 Br	Lastre	62-77	13,76	1,025	14,11
2 Er	Lastre	62-77	13,76	1,025	14,11
3 Br	Lastre	48-62	10,23	1,025	10,49
3 Ctr	Lastre	48-62	24,60	1,025	25,23
3 Er	Lastre	48-62	10,23	1,025	10,49
4 Br	Lastre	34-48	18,42	1,025	18,90
4 Ctr	Lastre	34-48	24,60	1,025	25,23
4 Er	Lastre	34-48	18,42	1,025	18,90
5 Br	Lastre	20-34	20,22	1,025	20,74
5 Ctr	Gas Oil	20-34	24,60	0,850	20,91
5 Er	Lastre	20-34	20,22	1,025	20,74
6 Br	Gas Oil	13-19	4,86	0,850	4,13
6 Er	Gas Oil	13-19	4,86	0,850	4,13
7 Ctr	Gas Oil	17-19	0,17	0,850	0,14
8 Br	Lubricante	10-13	0,43	0,900	0,39
8 Er	Lubricante	10-13	0,43	0,900	0,39
9 Ctr	Agua dulce	06-09	1,11	1,000	1,11
10 Br	Gas Oil	05-10	3,46	0,850	2,94
10 Er	Gas Oil	05-10	3,46	0,850	2,94
11 Ctr	Agua dulce	Pp-04	32,76	1,000	32,76

Tabla B.7 Tanques del buque Sirius. Momentos de superficies libres para 30° de escora

Tanque	Volumen v (m <sup>3</sup> )	Manga máxima m (m)	Densidad γ (Tm/m <sup>3</sup> )	Coef. de bloque δ	Coef. k <sub>30°</sub>	Msl <sub>30°</sub> (Tm.m)	$\frac{D_{\min}}{100}$
0 Ctr	32,00	2,80	1,025	0,382	0,0156	0,885	5,28
1 Ctr	49,38	5,00	1,025	0,532	0,0412	7,606	5,28
2 Br, Er	17,15	3,40	1,025	0,724	0,1100	5,599	5,28
3 Br, Er	17,90	3,00	1,025	0,955	0,1100	5,915	5,28
3 Ctr	21,00	3,25	1,025	0,985	0,1100	7,640	5,28
4 Br, Er	18,75	3,00	1,025	0,955	0,1100	6,196	5,28
4 Ctr	21,00	3,25	1,025	0,985	0,1100	7,640	5,28
5 Br, Er	12,70	2,80	1,025	0,690	0,1100	3,330	5,28
5 Ctr	20,40	3,25	0,850	0,930	0,1100	5,981	5,28
6 Br, Er	8,80	3,50	0,850	0,685	0,1100	2,383	5,28
7 Ctr	0,80	1,20	0,850	1,000	0,0938	0,076	5,28
8 Br, Er	2,50	2,40	0,900	0,552	0,0956	0,383	5,28
9 Ctr	2,12	2,60	1,000	0,680	0,1100	0,500	5,28
10 Br, Er	3,63	2,40	0,850	0,186	0,0436	0,140	5,28
11 Ctr	10,20	6,10	1,000	0,140	0,1080	2,514	5,28

$$Msl_{30^\circ} = v \cdot m \cdot \gamma \cdot k_{30^\circ} \cdot \sqrt{\delta}$$

- Msl<sub>30°</sub> momento de superficies libres para la escora de 30°, Tm.m  
v volumen total del tanque, m<sup>3</sup>  
m manga máxima del tanque, m  
γ densidad del líquido del tanque, Tm/m<sup>3</sup>  
δ = v/m.e.p = coeficiente de bloque del tanque  
e eslora máxima del tanque, m  
p puntal máximo del tanque, m  
k<sub>30°</sub> coeficiente adimensional para la escora de 30°

Tabla B.8 Buque Sirius. Momentos de superficies libres de los tanques no exceptuados

Tanque 1 Ctr			Tanques 2 Br y 2 Er			Tanques 3 Br y 3 Er		
v.m.γ√δ.1000 = 184.620 mm.Tm			v.m.γ√δ.1000 = 50.900 mm.Tm			v.m.γ√δ.1000 = 53.773 mm.Tm		
θ	k	Msl	θ	k	Msl	θ	k	Msl
10	0,0100	1.846,2	10	0,0588	2.992,9	10	0,0512	2.753,2
20	0,0212	3.913,9	20	0,1026	5.222,3	20	0,0975	5.242,9
30	0,0412	7.606,3	30	0,1100	5.599,0	30	0,1100	5.915,0
40	0,0524	9.674,1	40	0,1100	5.599,0	40	0,1100	5.915,0
50	0,0824	15.212,7	50	0,1000	5.090,0	50	0,1000	5.377,3
60	0,1200	22.154,4	60	0,0837	4.260,3	60	0,0863	4.640,6
70	0,1476	27.249,9	70	0,0737	3.751,3	70	0,0763	4.102,9
80	0,1564	28.874,6	80	0,0537	2.733,3	80	0,0563	3.027,4
90	0,1652	30.499,2	90	0,0337	1.715,3	90	0,0363	1.952,0

$$Msl = v \cdot m \cdot \gamma \cdot k \cdot \sqrt{\delta}$$

- Msl momento de superficies libres para cualquier escora, Tm.m
- v volumen total del tanque, m<sup>3</sup>
- m manga máxima del tanque, m
- γ densidad del líquido del tanque, Tm/m<sup>3</sup>
- δ = v/m.e.p = coeficiente de bloque del tanque
- e eslora máxima del tanque, m
- p puntal máximo del tanque, m
- k coeficiente adimensional

Tabla B.8 Buque Sirius. Momentos de superficies libres de los tanques no exceptuados (continuación)

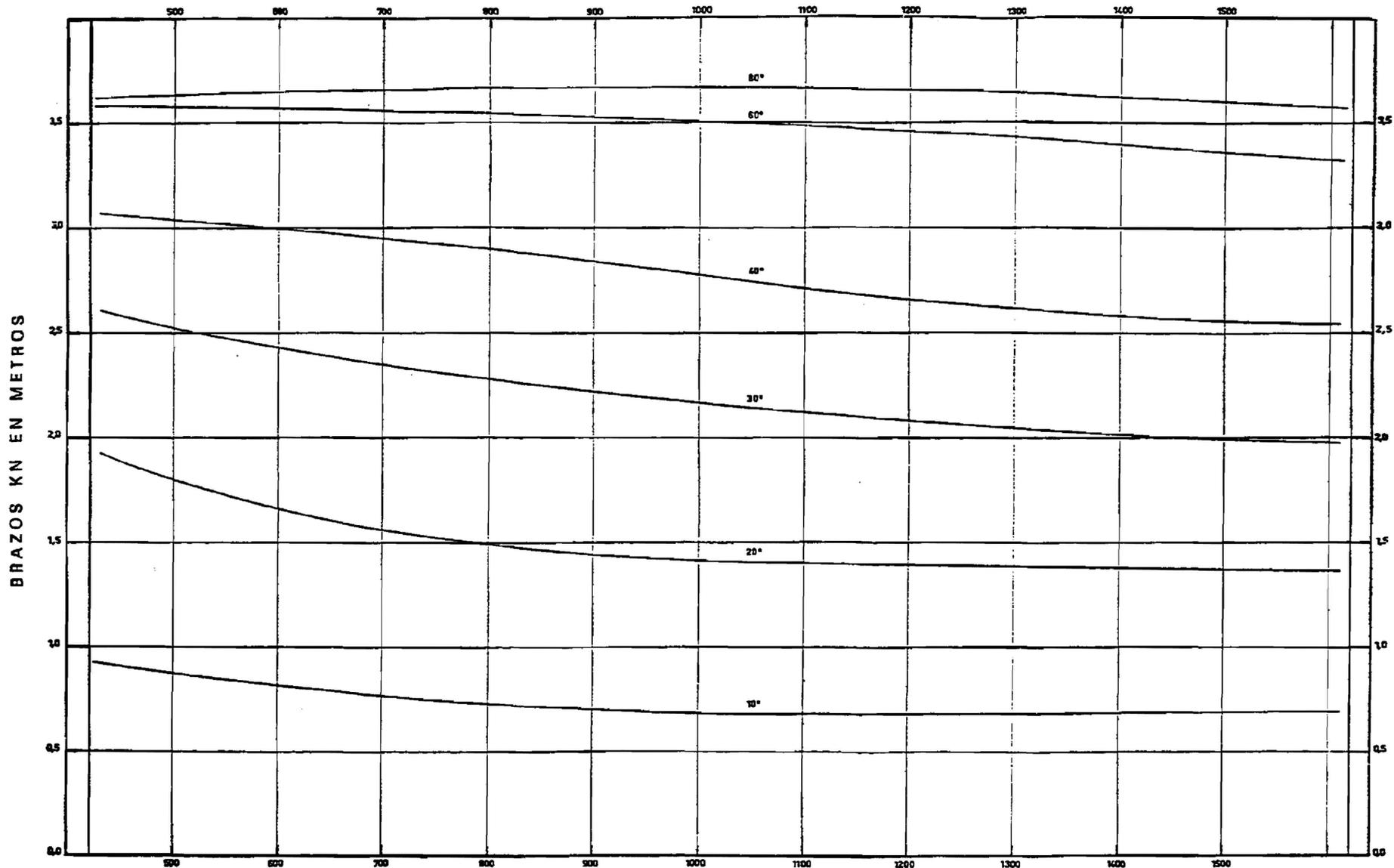
Tanques 3 y 4 Ctr			Tanques 4 Br y 4 Er			Tanque 5 Ctr		
v.m.γ.√δ.1000 = 69.459 mm.Tm			v.m.γ.√δ.1000 = 56.327 mm.Tm			v.m.γ.√δ.1000 = 54.377 mm.Tm		
θ	k	Msl	θ	k	Msl	θ	k	Msl
10	0,0559	3.882,8	10	0,0512	2.883,9	10	0,0475	2.582,9
20	0,1006	6.987,6	20	0,0975	5.491,9	20	0,0950	5.165,8
30	0,1100	7.640,5	30	0,1100	6.196,0	30	0,1100	5.981,5
40	0,1100	7.640,5	40	0,1100	6.196,0	40	0,1100	5.981,5
50	0,1000	6.945,9	50	0,1000	5.632,7	50	0,1000	5.437,7
60	0,0847	5.883,2	60	0,0863	4.861,0	60	0,0875	4.758,0
70	0,0747	5.188,6	70	0,0763	4.297,7	70	0,0775	4.214,2
80	0,0600	4.167,5	80	0,0563	3.171,2	80	0,0575	3.126,7
90	0,0347	2.410,2	90	0,0363	2.044,7	90	0,0375	2.039,1

$$Msl = v \cdot m \cdot \gamma \cdot k \cdot \sqrt{\delta}$$

- Msl** momento de superficies libres para cualquier escora, Tm.m  
**v** volumen total del tanque, m<sup>3</sup>  
**m** manga máxima del tanque, m  
**γ** densidad del líquido del tanque, Tm/m<sup>3</sup>  
**δ** = v/m.e.p = coeficiente de bloque del tanque  
**e** eslora máxima del tanque, m  
**p** puntal máximo del tanque, m  
**k** coeficiente adimensional



CURVAS DE KN DEL BUQUE «SIRIUS»,



DESPLAZAMIENTO EN TONELADAS

### BUQUE «SIRIUS» - ESCORAS DE INUNDACION

