



# TEORIA DEL BUQUE

La Teoría del Buque es una aplicación de la geometría y de la mecánica al estudio del movimiento del buque, considerado éste como un flotador para moverse en el mar, en cualquier estado que éste se halle. Estudia por tanto la representación de la forma del buque, su inmersión al cargar o trasladar un peso, la resistencia que opone el agua al movimiento del buque, su comportamiento al navegar entre olas,...etc.

## 1. CONCEPTOS BASICOS FUNDAMENTALES

### 1.1 DESPLAZAMIENTO:

Es el peso del volumen de líquido desalojado por el buque en una determinada flotación. Entrando en las Curvas Hidrostáticas<sup>1</sup> con el calado medio, se halla con facilidad el desplazamiento del buque, tanto en agua salada como en agua dulce. Se expresa en toneladas métricas (Tm) y se representa por D.

Hay tres clases de Desplazamiento:

- *Desplazamiento en rosca*: Peso del buque cuando sale del astillero, sin pertrechos, provisiones, tripulación, combustible y agua. El buque en estas condiciones no puede navegar.
- *Desplazamiento en lastre*: El buque tiene pertrechos, provisiones, combustible, agua y tripulación, pero no lleva carga a bordo. Está en condiciones de navegar.
- *Desplazamiento máximo o total*: Peso del buque con la máxima carga permitida a bordo.

### 1.2 PESO MUERTO

Es la diferencia entre el desplazamiento en máxima carga y el desplazamiento en rosca.

### 1.3 CALADO

Distancia vertical medida desde el canto bajo de la quilla hasta la línea de flotación.

### 1.4 LINEAS DE REFERENCIA IMPORTANTES

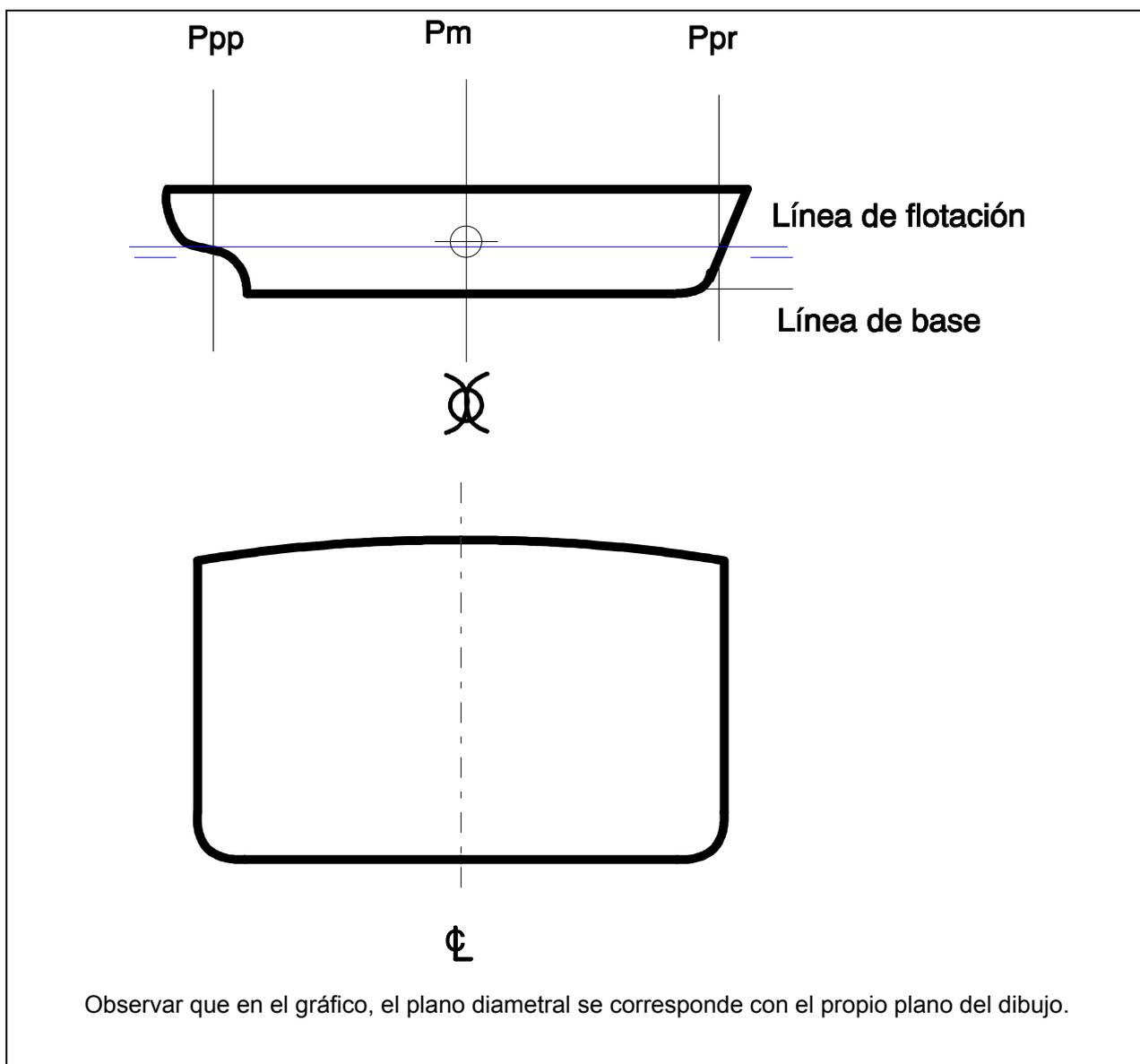
En el gráfico que a continuación se muestra, se ofrece una relación de las distintas líneas de referencia que utilizaremos y a partir de las cuales se designan las distintas coordenadas que se utilizarán a lo largo del estudio de los apartados programados de Teoría del Buque.

A saber:

---

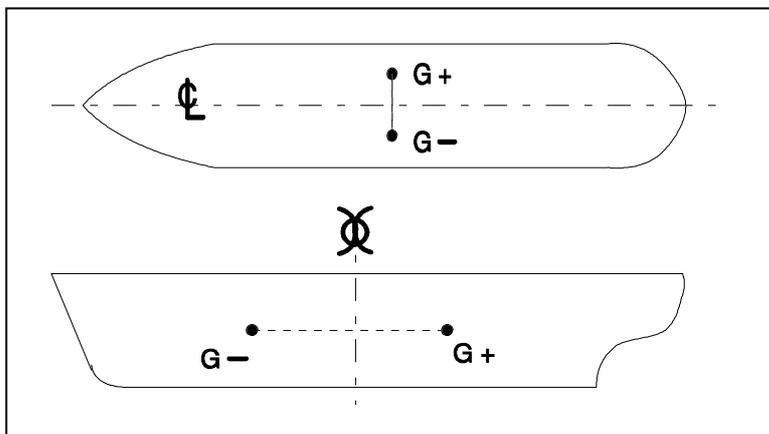
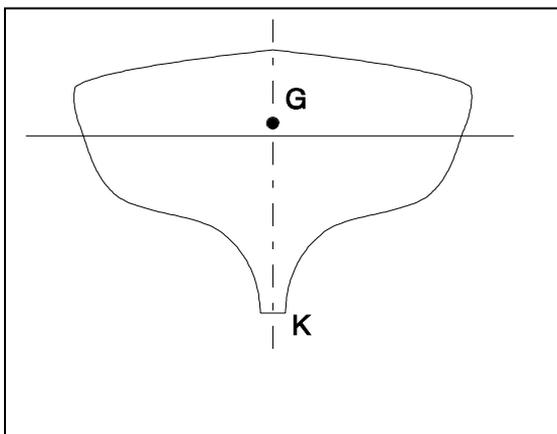
<sup>1</sup> Es el gráfico o plano donde, en un sistema de ejes cartesianos, están dibujadas varias curvas que representan los distintos elementos del buque que dependen del calado del mismo. Todas estas curvas tienen en común el eje de ordenadas, que representa el calado. Para medir las abscisas de los puntos de cada curva, el gráfico lleva: a) Unas escalas gráficas para cada curva o grupo de curvas que se indican en la misma escala; b) Cada curva lleva una escala numérica indicativa (por ejemplo: 1 cm de abscisa representa 0,5 mts., o 4 Tm).

- *Perpendicular media (cuaderna maestra  $\otimes$ )*: A la perpendicular equidistante de las perpendiculares de proa (Ppr) y popa (Ppp) se le denomina Perpendicular Media (Pm) y a la sección transversal del buque que coincide con ella se le llama Cuaderna Maestra ( $\otimes$ ). A todos los puntos Pm se denominan “centro de eslora”.
- *Línea Central del Buque ( $\mathcal{C}$ )*: Es el eje de simetría de las cuadernas.
- *Plano diametral*: Es el plano de simetría del buque que pasa por el centro de la roda y del codaste. El plano diametral corta a cada cuaderna en su respectiva línea central.
- *Línea de base o línea de trazado ( $\mathcal{K}$ )*: Línea paralela a la flotación de verano, trazada por la parte inferior de la cuaderna maestra y a la cual van a venir referidas todas las distancias verticales.



Teniendo en cuenta estas líneas y planos de referencia podemos definir las siguientes coordenadas:

- **KG** = Distancia desde el plano de la quilla o línea de base hasta el centro de gravedad del buque. Su signo es siempre +.
- **⊗ G** = Distancia de la cuaderna maestra (o plano que la contiene) al centro de gravedad del buque. Sus signos son:
  - + si G está a popa de la cuaderna maestra.
  - - si G está a proa de la cuaderna maestra.
- **℄ G** = Distancia del plano de crujía o plano diametral al centro de gravedad del buque. Sus signos son:
  - + si G está a estribor del plano de crujía.
  - - si G está a babor del plano de crujía.



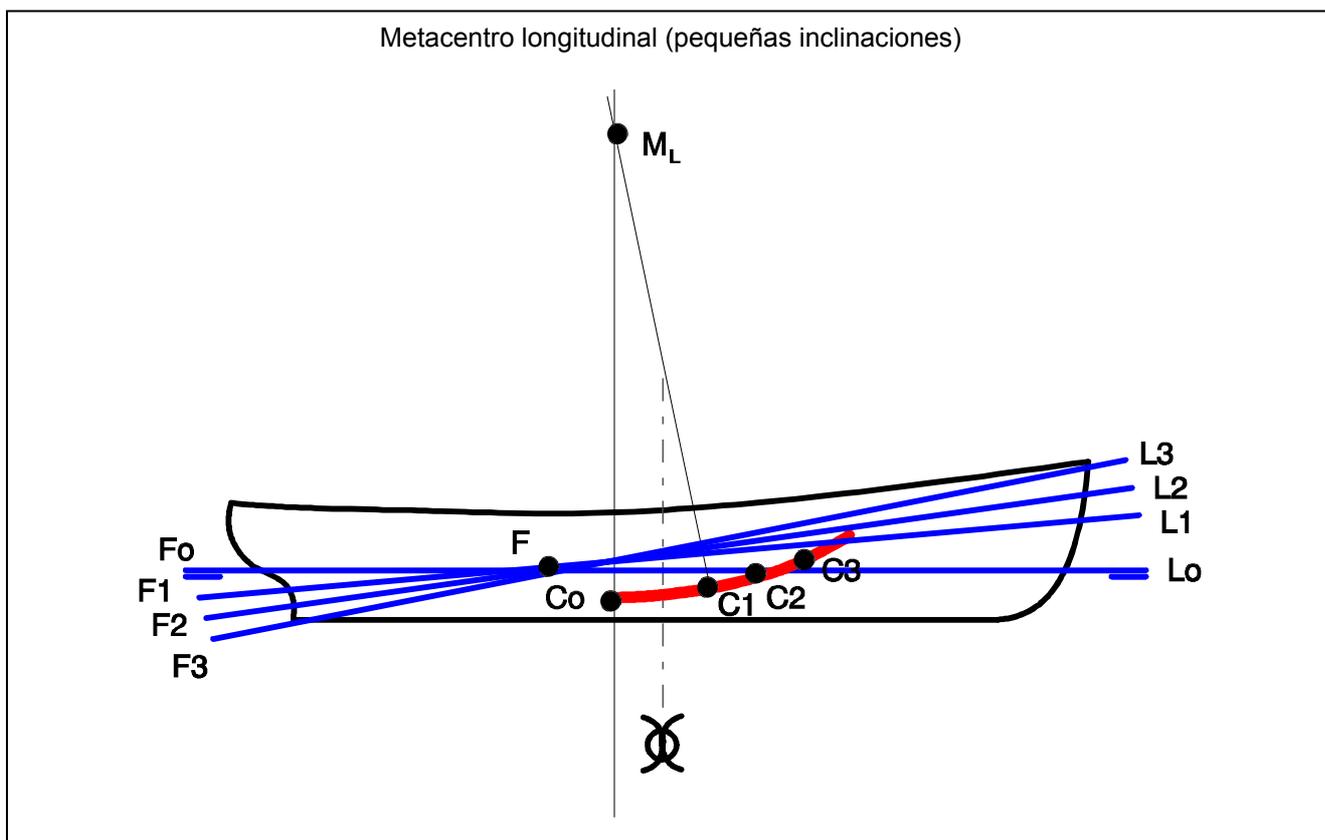
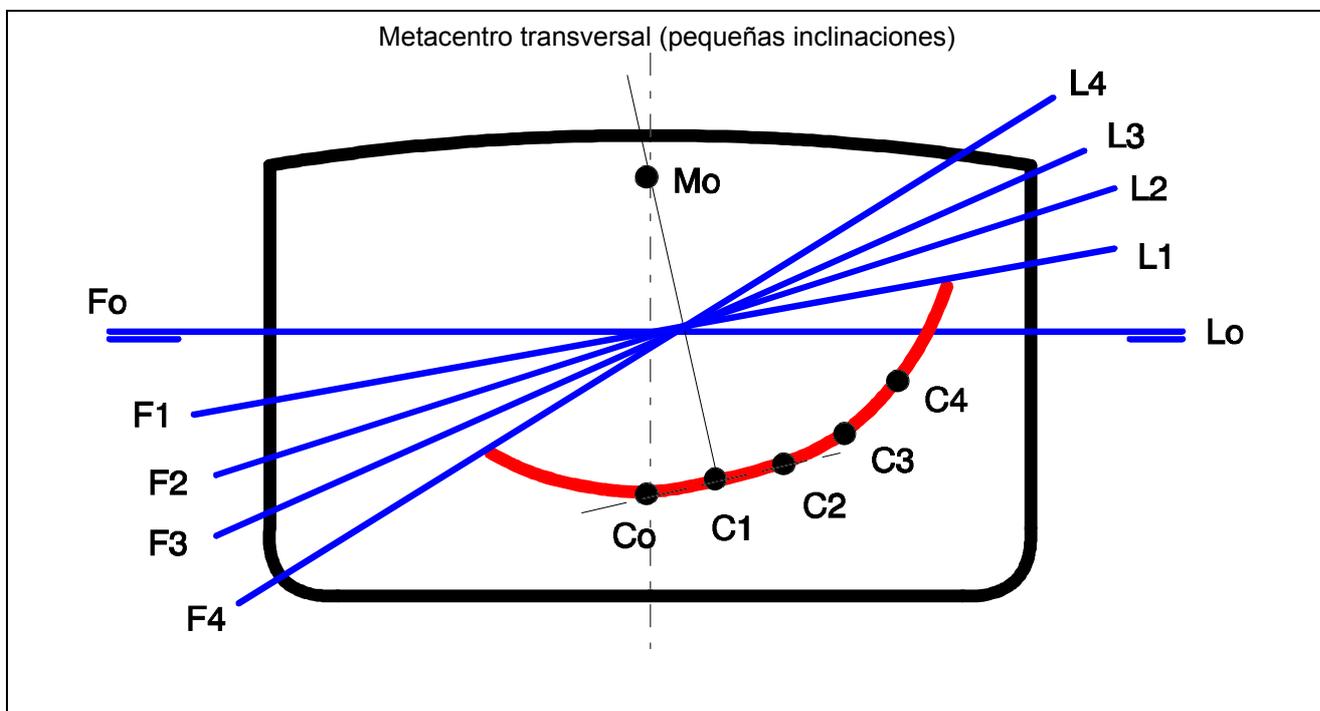
#### 1.4 DISTINTOS EQUILIBRIOS QUE PUEDE ADOPTAR UN BUQUE

En cursos anteriores se había hablado del concepto de estabilidad, equilibrio y los distintos tipos de equilibrio que puede adoptar un buque, y para ello se definieron conceptos como *Metacentro*, *brazo de adrizamiento*, *centro de carena*. Repasaremos brevemente estos conceptos.

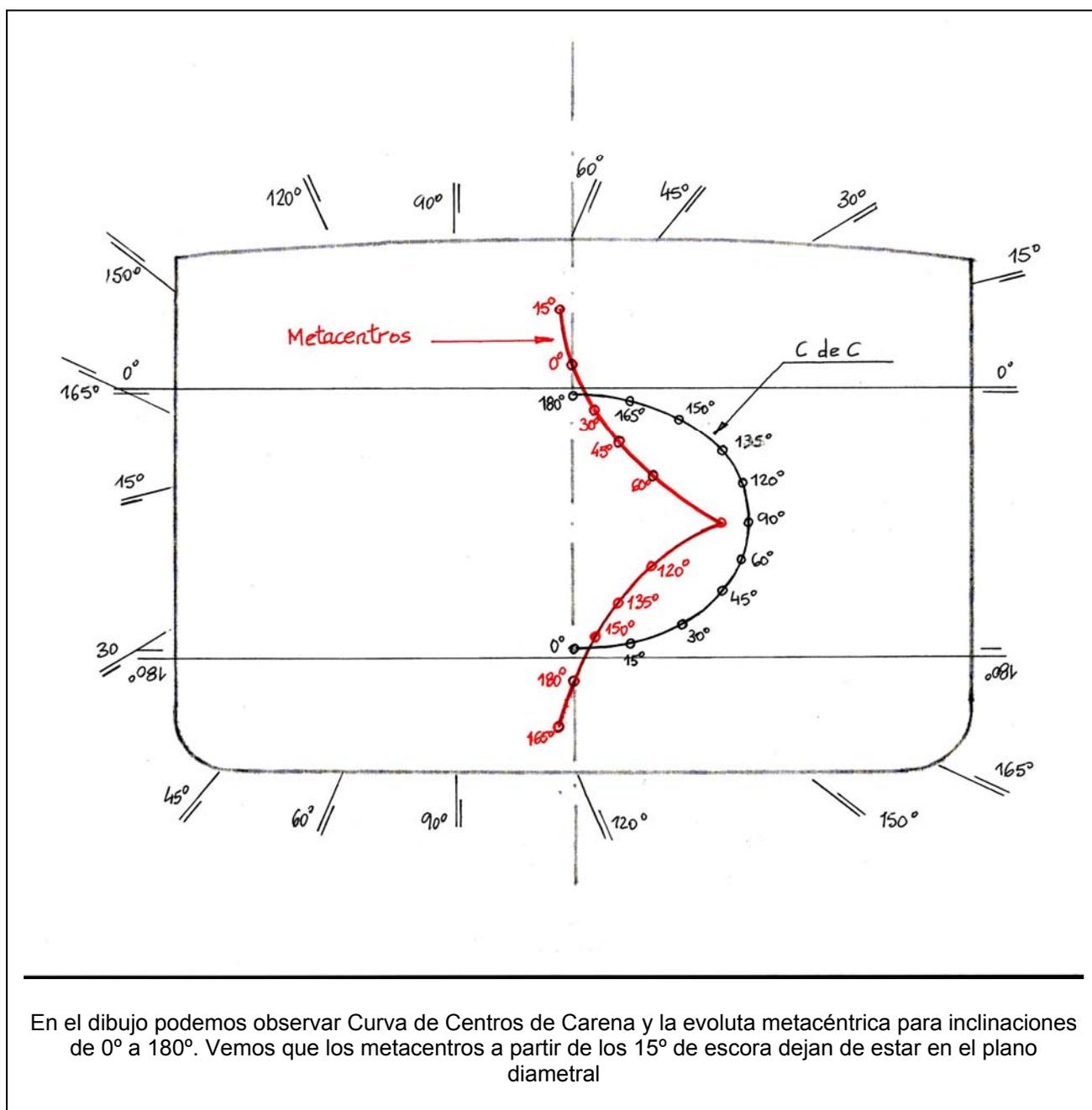
- *Metacentro*: Punto de intersección del empuje<sup>2</sup> que ejerce el agua sobre el casco, suponiendo el buque adrizado y en aguas iguales, con la dirección del nuevo empuje del agua sobre el casco al escorar el buque un ángulo infinitesimal. En la figura a continuación CoMo es la dirección del empuje del agua con el barco adrizado y C<sub>1</sub>M<sub>1</sub> es la dirección del nuevo empuje con el buque escorado, si el ángulo de escora es infinitesimal (en la práctica se admiten hasta escoras de 10°). El punto de intersección de ambos empujes se denomina *Metacentro inicial* (por partir de escora 0°) o simplemente *Metacentro transversal* (por ser el movimiento de escora un movimiento transversal). Al segmento CoMo se le denomina *Radio Metacéntrico Transversal*.

<sup>2</sup> Sabemos que el desplazamiento del buque es una fuerza (hacia abajo) aplicada sobre el centro de gravedad mientras que el empuje es una fuerza hacia arriba aplicada sobre el centro de carena (centro de gravedad del volumen sumergido)

Análogamente para los movimientos longitudinales del buque, si se parte de una flotación paralela a la quilla. Así,  $Co$  es el centro de carena y  $CoM_L$  la dirección del empuje. Al inclinarse longitudinalmente el buque, si  $C_1$  es el nuevo centro de carena y  $C_1M_L$  la dirección del nuevo empuje, el punto de intersección  $M_L$  es el *Metacentro longitudinal* y el segmento  $CoM_L$  es el *radio Metacéntrico longitudinal*, siendo, como en el caso anterior, infinitesimal la inclinación longitudinal.



Sin embargo, cuando la inclinación va aumentando, los subsiguientes metacentros ya no se encuentran en el plano diametral o línea central del buque ( $\mathcal{L}$ ). Supongamos que vamos escorando el buque y obteniendo los distintos centros de carena (C) para las distintas inclinaciones. Se forma así la curva C ( $C_0, C_1, C_2, C_3...$ ) formada por aquellos centros de carena.  $C_0$  será el centro de carena para la posición de adrizado y  $C_1$  el centro de carena para la escora infinitesimal subsiguiente. Las normales a  $C_0$  y a  $C_1$  determinan el metacentro inicial  $M_0$ . Las normales a  $C_1$  y  $C_2$  determinan el metacentro  $M_1$ , que ya no se encuentra en el plano diametral. Análogamente, se van determinando todos los metacentros para las distintas inclinaciones, obteniéndose la *curva de metacentros*  $M_0, M_1, M_2, M_3, \dots$ , que también se denomina *evoluta metacéntrica*.

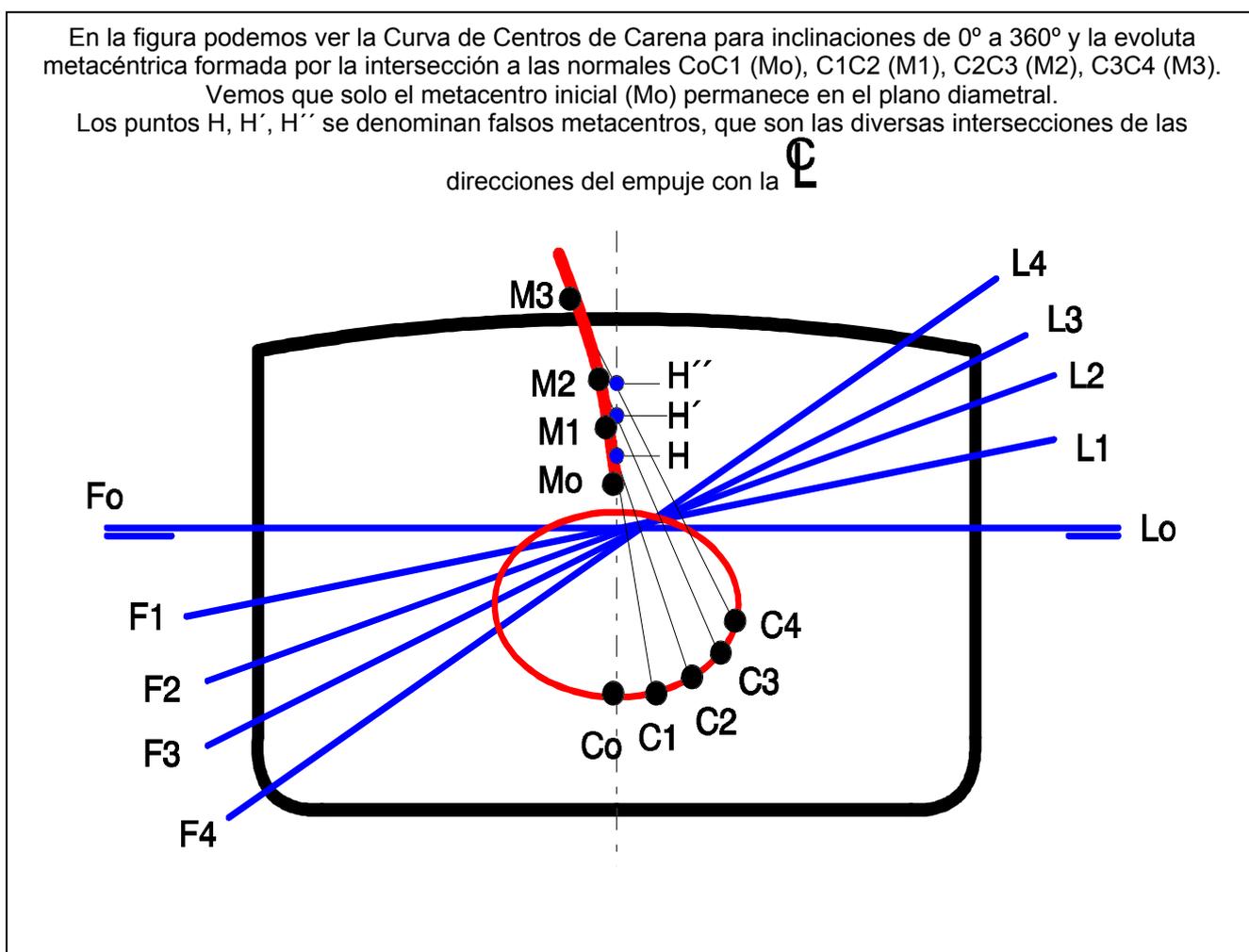


En el dibujo podemos observar Curva de Centros de Carena y la evoluta metacéntrica para inclinaciones de 0° a 180°. Vemos que los metacentros a partir de los 15° de escora dejan de estar en el plano diametral

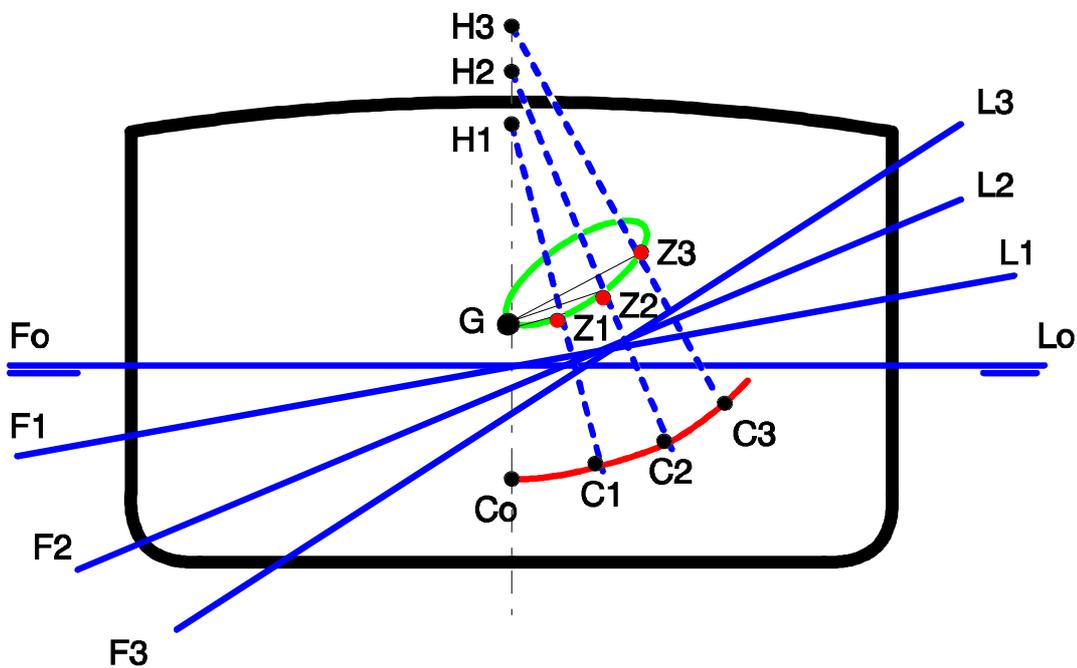
Por tanto:

- El metacentro inicial  $M_0$ , es el único metacentro que se halla en el plano diametral ya que para escoras superiores a  $10^\circ$  las normales se cortan fuera de aquél (de  $8^\circ$  a  $10^\circ$  y nunca superiores a  $15^\circ$ ).
- La evoluta metacéntrica corresponde a un buque con desplazamiento constante y escoras variables.
- Para cada flotación paralela a la base, y sin escora alguna, el metacentro inicial  $M_0$  se halla a una altura dada sobre la línea de base, denominándose *curva de metacentros transversales* a la curva que da la altura del metacentro sobre la base para los distintos calados.

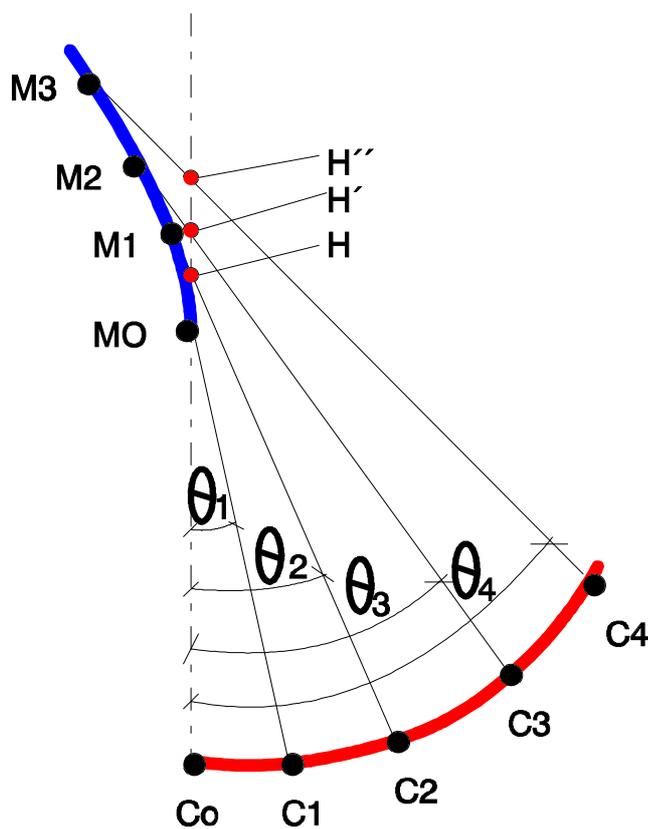
En las figuras que se pueden ver a continuación se puede observar con más detalle el efecto que se ha comentado en el gráfico anterior.



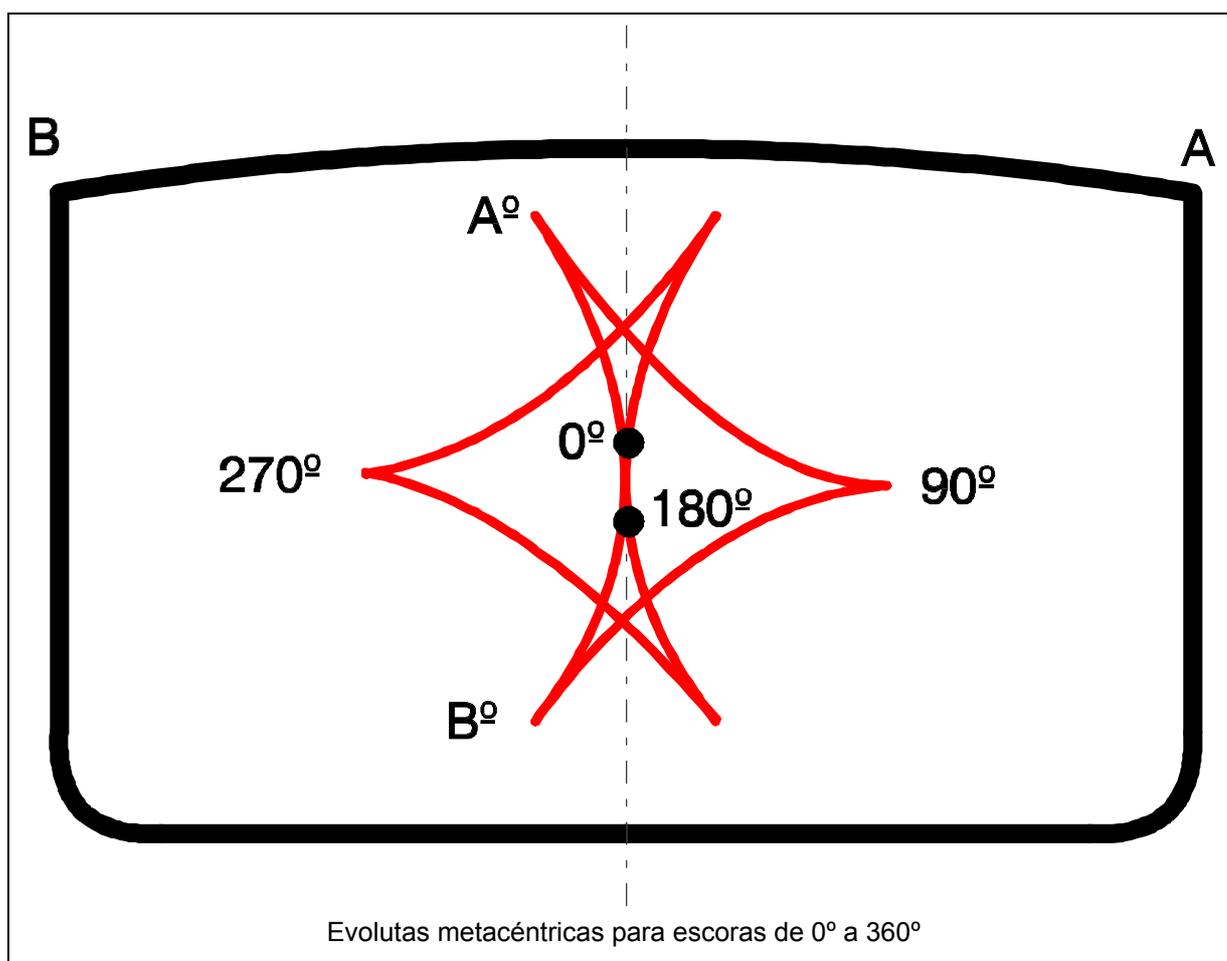
Centros de carena, brazos del par y falsos metacentros al escorar el buque

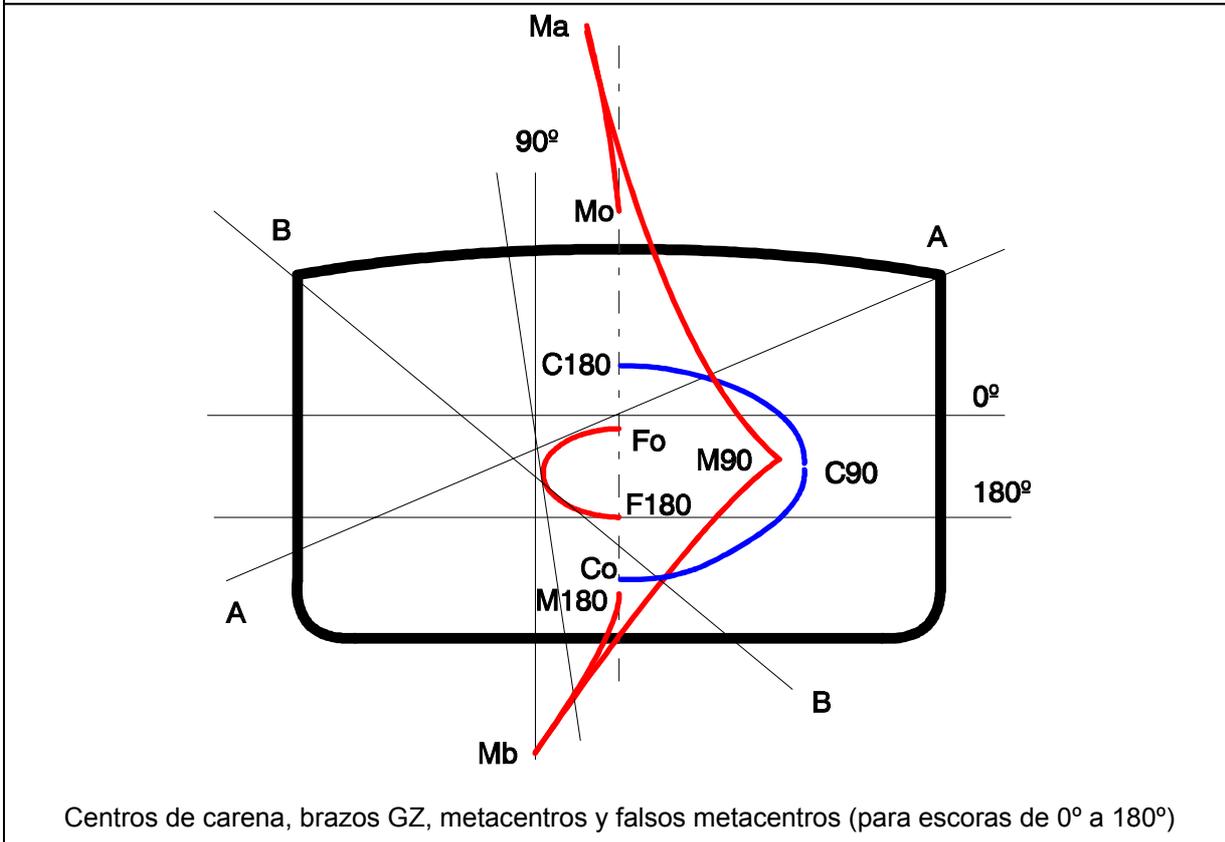
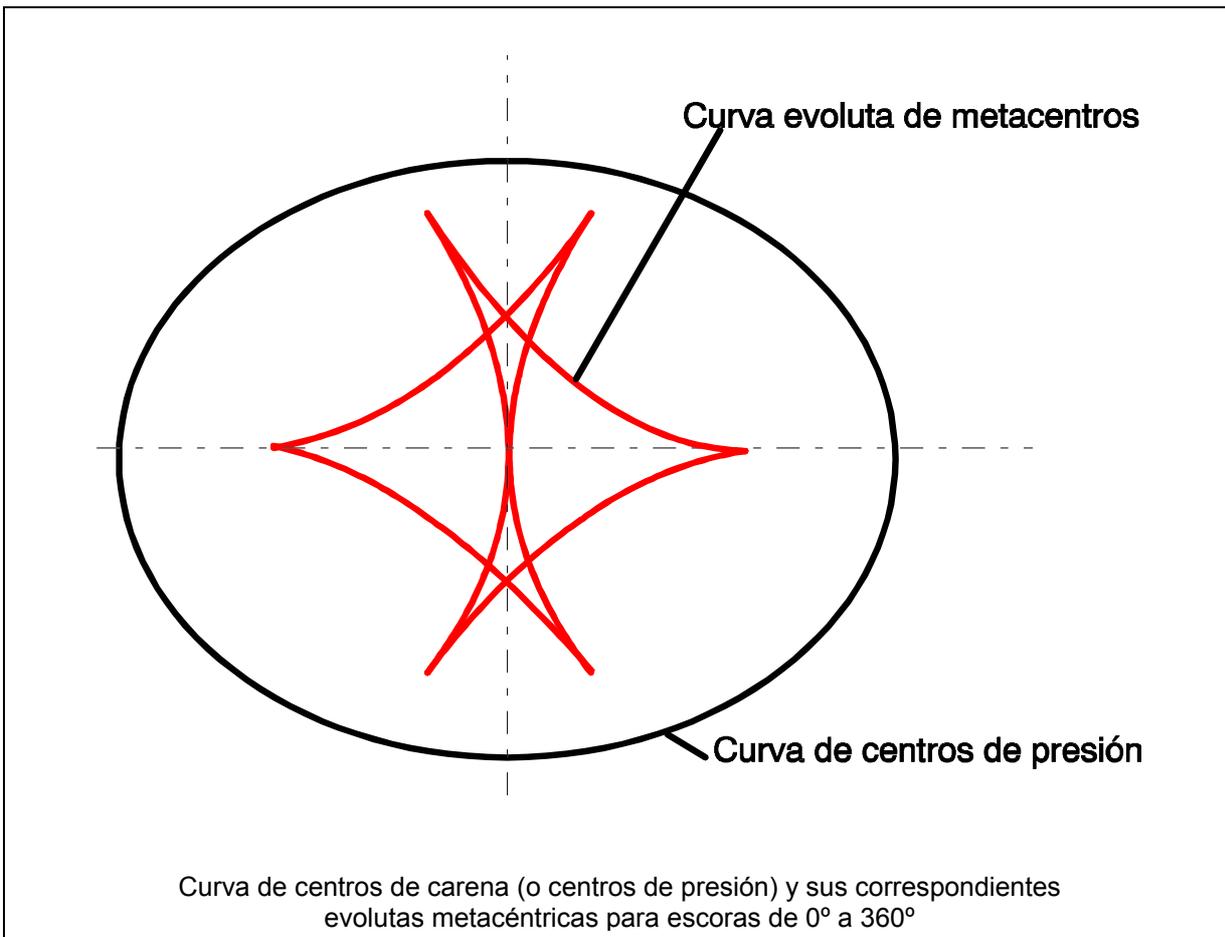


Centros de carena, metacentros transversales y falsos metacentros



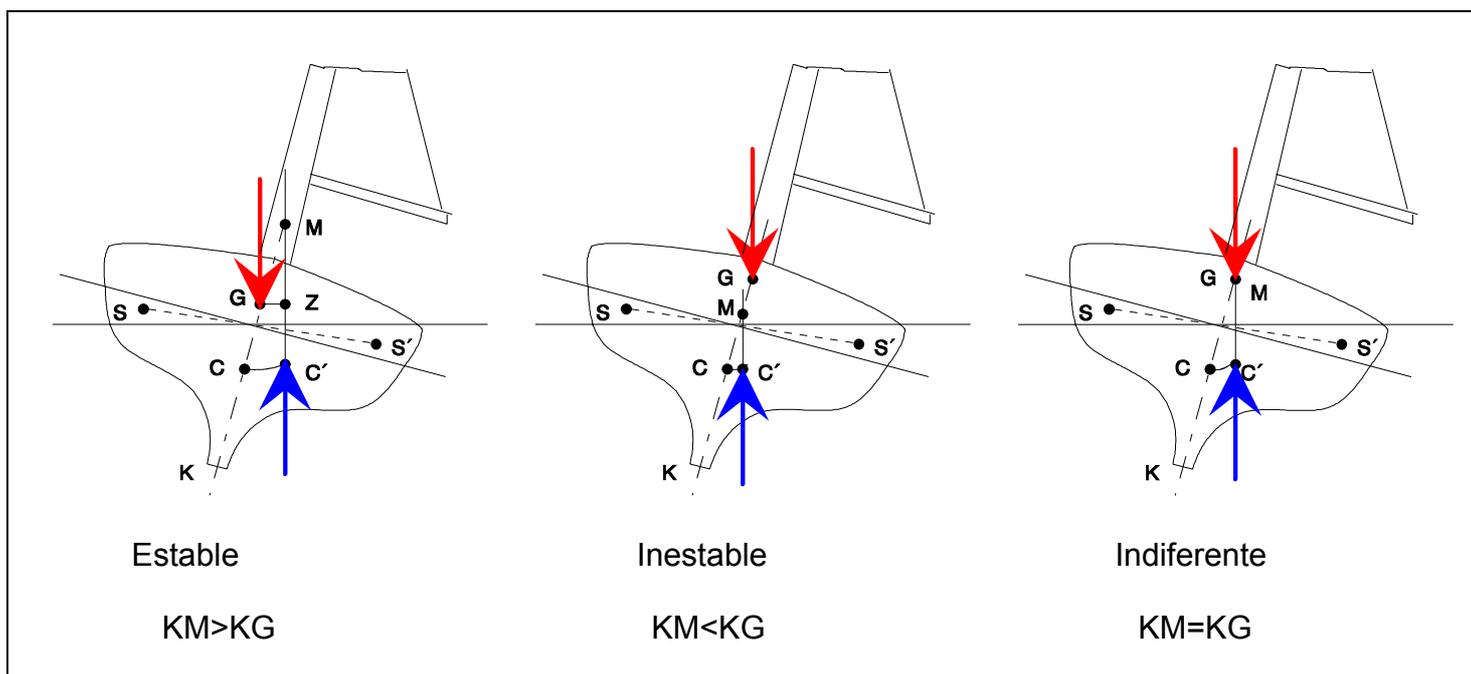
- *Brazo de adrizamiento (GZ)*: Es la proyección del centro de gravedad del buque (G) sobre la nueva vertical de empuje cuando el buque se escora  $\theta$ , dando lugar al punto Z. Al valor GZ se le llama brazo de adrizamiento o brazo del par de adrizamiento.
- *Variación del centro de carena (CC')*: El centro de carena, que se encuentra en el plano diametral cuando el buque está adrizado, cambia de posición al escorarse el buque, al variar la forma del volumen sumergido. Las distintas posiciones que va adoptando el centro de carena según vamos aumentando la escora, forman una curva de centros de carena. Sobre cada punto así formado está aplicado el empuje para la flotación correspondiente. Por tanto si para la flotación Fo el centro de carena está en C, al escorar un ángulo  $\theta$ , pasando a la flotación F1, el centro de carena se habrá trasladado a C', y así sucesivamente para las distintas escoras.





De la observación atenta de las figuras anteriores, y en concreto de la última, podemos inferir que según vamos aumentando el ángulo de escora, partiendo de una posición inicial de buque adrizado ( $0^\circ$  de escora), el metacentro va alcanzando una mayor altura con respecto a la línea de base, hasta un máximo en  $M_A$  (el buque está en la flotación AA). La evoluta es ascendente por aumentar las áreas de las flotaciones, aumentando el radio metacéntrico. Posteriormente va disminuyendo esa altura hasta alcanzar la posición  $M_{90}$  ( $90^\circ$  de escora) ya que disminuye la manga con la escora y por tanto también las áreas de las flotaciones. Pasados los  $90^\circ$  de escora vuelve a aumentar la manga y el metacentro se mueve hasta  $M_B$  (para la flotación BB) y a partir de ahí disminuir hasta  $M_{180}$  (para la flotación  $180^\circ$ ). La evoluta metacéntrica tiene la forma indicada para buques con formas ordinarias de casco.

- *Equilibrio estable o estabilidad positiva:* Existe equilibrio estable cuando el centro de gravedad del buque (G), el centro de carena (C) y el metacentro (M), están en la misma vertical, cumpliéndose además que  $KM > KG$ . Si el buque saliese de su posición inicial de equilibrio, el par de fuerzas que aparecen, a saber: Desplazamiento (D), aplicada sobre G y Empuje (E) aplicada sobre C, hacen que el buque vuelva a su posición inicial. Se produce por tanto un par adrizante.
- *Equilibrio inestable o estabilidad negativa:* Existe equilibrio inestable cuando el centro de gravedad del buque (G), el centro de carena (C) y el metacentro (M), están en la misma vertical, cumpliéndose además que  $KM < KG$ . Ahora se produce un par de fuerzas que hacen que el barco gire en el mismo sentido que se escora. Se produce por tanto un par escorante.
- *Equilibrio indiferente o estabilidad nula:* Existe equilibrio indiferente cuando el centro de gravedad del buque (G), el centro de carena (C) y el metacentro (M), están en la misma vertical, cumpliéndose además que  $KM = KG$ . Ahora no existe par de fuerzas por no existir brazo GZ al estar el metacentro y el centro de gravedad en el mismo punto. No hay par de adrizamiento.



Es decir, las distintas condiciones de equilibrio del buque dependerán:

- De la posición del centro de gravedad (G), que solo variará al variar la distribución de pesos del buque (carga, descarga, traslado de pesos).
- De la posición del metacentro transversal, que variara, como habíamos visto con los distintos estados de carga del buque (el metacentro varía al variar el calado) y con los distintos ángulos de escora (el metacentro se moverá a lo largo de su evoluta metacéntrica).

### 1.5 CONCEPTO DE ASIEN TO Y ALTERACION

- *Asiento*: El asiento es la diferencia entre el calado de popa y el calado de proa.

$$A = C_{pp} - C_{pr}$$

También por medio de las Curvas Hidrostáticas se puede hallar el asiento, mediante la siguiente fórmula:

$$A = \frac{D \times CGL}{Mu}$$

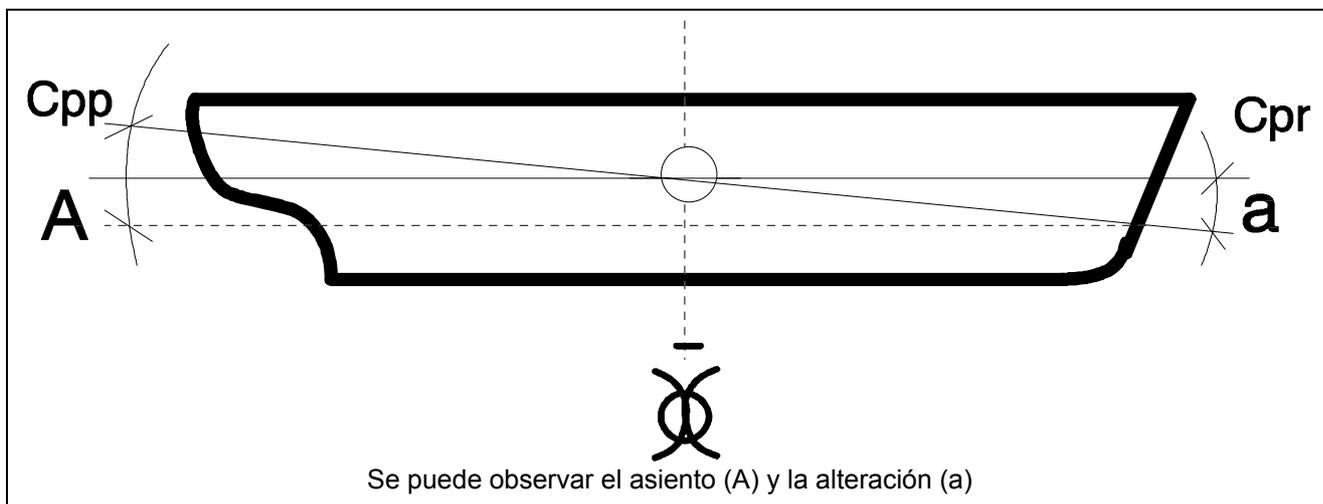
En donde:

D = desplazamiento.

CGL = distancia entre el centro de carena y el centro de gravedad en la flotación considerada.

Mu = Momento unitario<sup>3</sup>.

Cuando el calado a popa es mayor que el calado a proa, el asiento es positivo y se dice que es apopante. Cuando el calado a proa es mayor que el calado a popa el asiento es negativo y se dice que es aproante.



- *Alteración*: Es la diferencia entre el asiento final y el asiento inicial<sup>4</sup>.

$$a = Af - Ai$$

Cuando el centro de flotación ( $\otimes F$ ) coincide con el centro de eslora<sup>5</sup>, la alteración es la mitad del asiento.

La alteración también puede hallarse por la fórmula de los momentos:

$$p \times dl = Mu \times a$$

De donde:

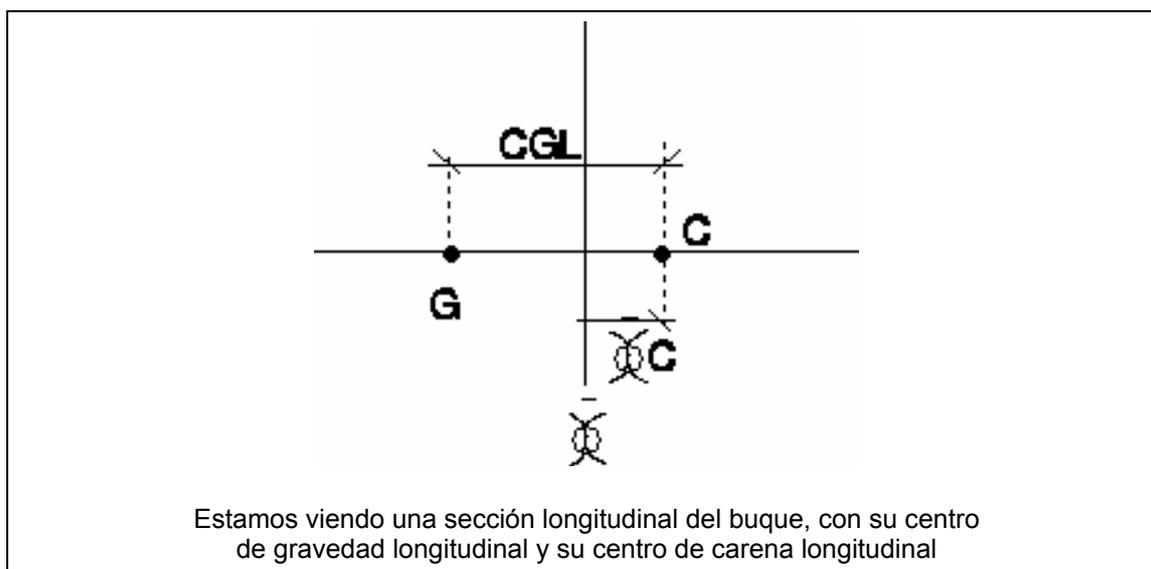
$$a = \frac{p \times dl}{Mu}$$

Siendo:

P = peso trasladado en sentido longitudinal.

dl= distancia longitudinal trasladada.

Mu= Momento unitario.



<sup>4</sup> Considerando dos situaciones distintas de calados en el buque, una situación inicial y una situación final.

<sup>5</sup> Es decir, la flotación está en la cuaderna maestra.

De esta figura y de la fórmula del asiento  $A = \frac{D \times CGL}{Mu}$  podemos obtener:

$$A = \frac{(\otimes G - \otimes C) \times D}{Mu}$$

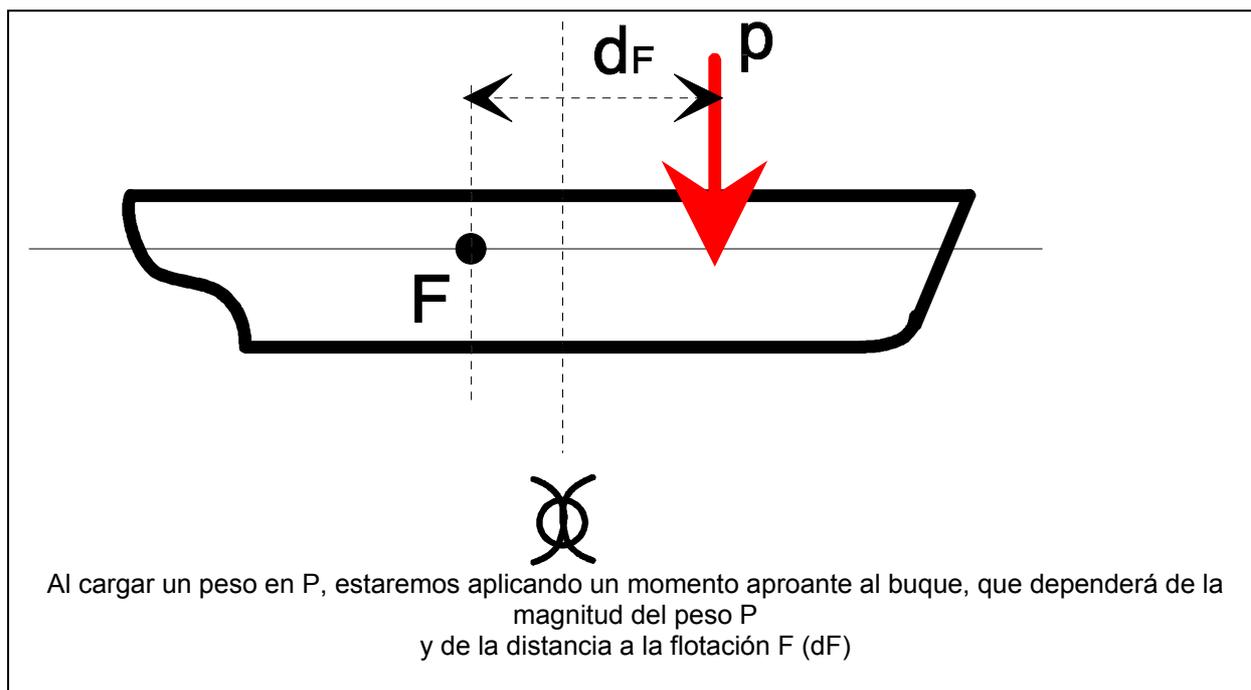
Siendo:  $CGL = \otimes G - \otimes C$

Con la regla de signos aplicada desde el principio y teniendo en cuenta que:

- $\otimes C$  es + si C está a popa de la cuaderna maestra.
- $\otimes C$  es - si C está a proa de la cuaderna maestra.

Con las fórmulas anteriores del ASIENTO y la ALTERACION podemos hallar los calados de un buque después de haber trasladado o modificado la situación o cantidad de pesos a bordo.

Cuando un barco se encuentra en una flotación determinada, por lo tanto con un calado determinado, y variamos la distribución de pesos a bordo, el movimiento longitudinal que experimenta, variando su calado a proa y popa, lo hace girando sobre el centro de flotación F, que es el centro de gravedad de la superficie de flotación considerada.



Por lo tanto con un asiento dado por la fórmula  $A = \frac{(\otimes G - \otimes C) \times D}{Mu}$  y conocido un calado medio (Cm), podemos calcular los calados a proa y popa de la siguiente manera:

$$Apr = \frac{A \times dfpr}{Epp}$$

$$App = \frac{A \times dfpp}{Epp}$$

En donde:

- Apr = Asiento a proa.
- App = Asiento a popa
- dfpr = distancia de la flotación a proa.
- dfpp = distancia de la flotación a popa.
- Epp = eslora entre perpendiculares.

Para calcular dfpr y dfpp usamos las fórmulas siguientes:

$$dfpr = \frac{Epp}{2} \pm \otimes F$$

$$dfpp = \frac{Epp}{2} \pm \otimes F$$

Para hallar los calados a proa y popa:

$$Cpr = Cm \pm Apr$$

$$Cpp = Cm \pm App$$

El signo +/- dependerá del signo del A.

También podemos hallar los calados partiendo de la fórmula de la alteración:

$$a = \frac{p \times dl}{Mu}$$

$$Cfpr = Cipr + I \pm apr$$

$$apr = \frac{a \times dfpr}{Epp}$$

$$C_{fpp} = C_{ipp} + I \pm app$$

$$app = \frac{a \times dfpp}{E_{pp}}$$

Siendo:

- $C_{fpr}$  = Calado final a proa
- $C_{fpp}$  = Calado final a popa
- $C_{ipr}$  = Calado inicial a proa
- $C_{ipp}$  = Calado inicial a popa
- $I$  = inmersión producida por la carga del peso
- $apr$  = alteración a proa
- $app$  = alteración a popa

En resumen, tendremos dos métodos para el cálculo de calados después de haber variado la distribución de pesos a bordo. Una opción es usar la fórmula del asiento y otra opción es usar la fórmula de la alteración.

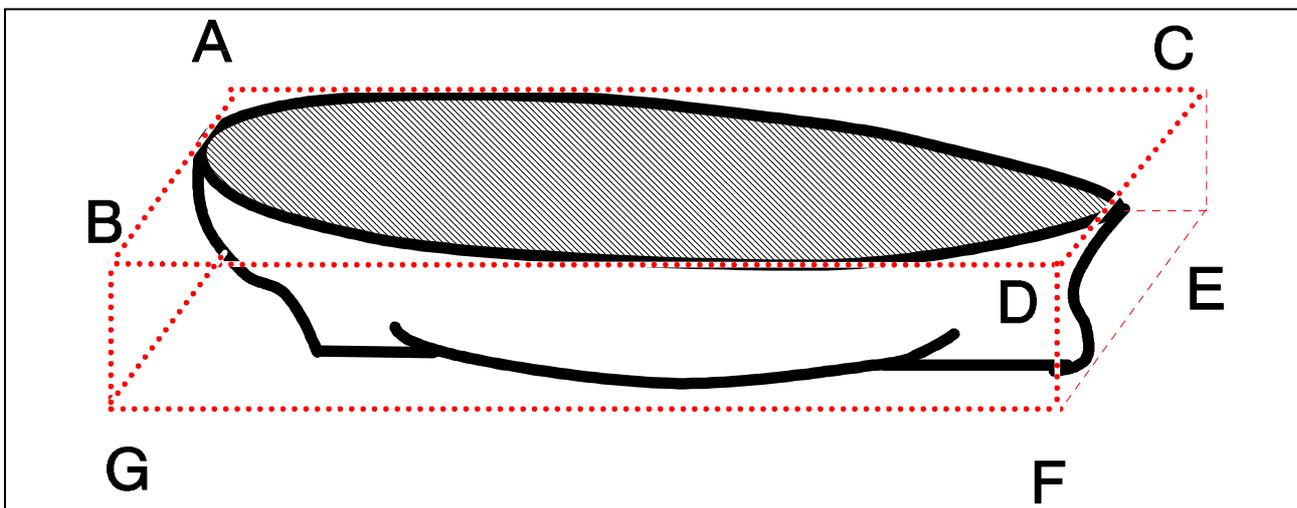
Usaremos la primera cuando, dado un calado medio final y un asiento final con el que tengamos que quedar, debemos determinar los calados con los que hay que salir.

Usaremos la segunda cuando, dado unos calados iniciales y un asiento final, debemos calcular los calados finales.

### 1.6 CONCEPTO DE COEFICIENTE DE AFINAMIENTO DE BLOQUE

El coeficiente de afinamiento de bloque ( $C_{af}$ ), nos informa sobre la relación existente entre el volumen del buque y el volumen del paralelepípedo que lo contiene.

$$C_{af} = \frac{V_{buque}}{V_{paral}}$$



## 1.7 CONCEPTO BASICO DE ARQUEO

Se denomina arqueo de un buque al volumen interior del mismo, expresado en Toneladas Moorsom.

$$1 \text{ Tonelada Moorsom} = 2,83 \text{ m}^3 = 100 \text{ pies}^3$$

$$1 \text{ m}^3 = 0,353 \text{ Toneladas Moorsom}$$

$$\text{Arqueo} = \frac{E \times M \times P \times Caf}{2,83}$$

## 2. ESTABILIDAD

### 2.1 ESTABILIDAD ESTÁTICA TRANSVERSAL

Debido al desplazamiento que se produce del metacentro transversal, fuera del plano de crujía, tenemos que dividir el estudio de la estabilidad estática transversal en dos bloques:

- Estabilidad estática transversal para pequeñas inclinaciones ( $\theta < 15^\circ$ ).
- Estabilidad estática transversal para grandes inclinaciones ( $\theta > 15^\circ$ ).

Cuando un buque con equilibrio estable se escora por efecto de una fuerza externa (acción de las olas, viento, etc) mantiene su centro de gravedad (G) en la misma posición, ya que no han variado sus pesos a bordo, pero no sucede lo mismo con su centro de carena (C) que varía su posición al variar la forma del volumen sumergido.

Sabíamos que el Desplazamiento (D) del buque era una fuerza aplicada en G y que el Empuje (E) era una fuerza aplicada en C.

El resultado de todo ello es que se forma un par de fuerzas (D, E) aplicadas respectivamente en G y C, que se conoce como *par de adrizamiento*.

Dicho par de fuerzas tiene un brazo, conocido como *brazo de adrizamiento*, y nombrado GZ, siendo Z la proyección de G sobre la nueva dirección del Empuje<sup>6</sup>.

El cálculo del GZ para las diferentes escoras será fundamental a la hora de estudiar la estabilidad estática transversal del buque.

La fórmula para el cálculo del GZ para pequeñas inclinaciones ( $\theta < 15^\circ$ ) es:

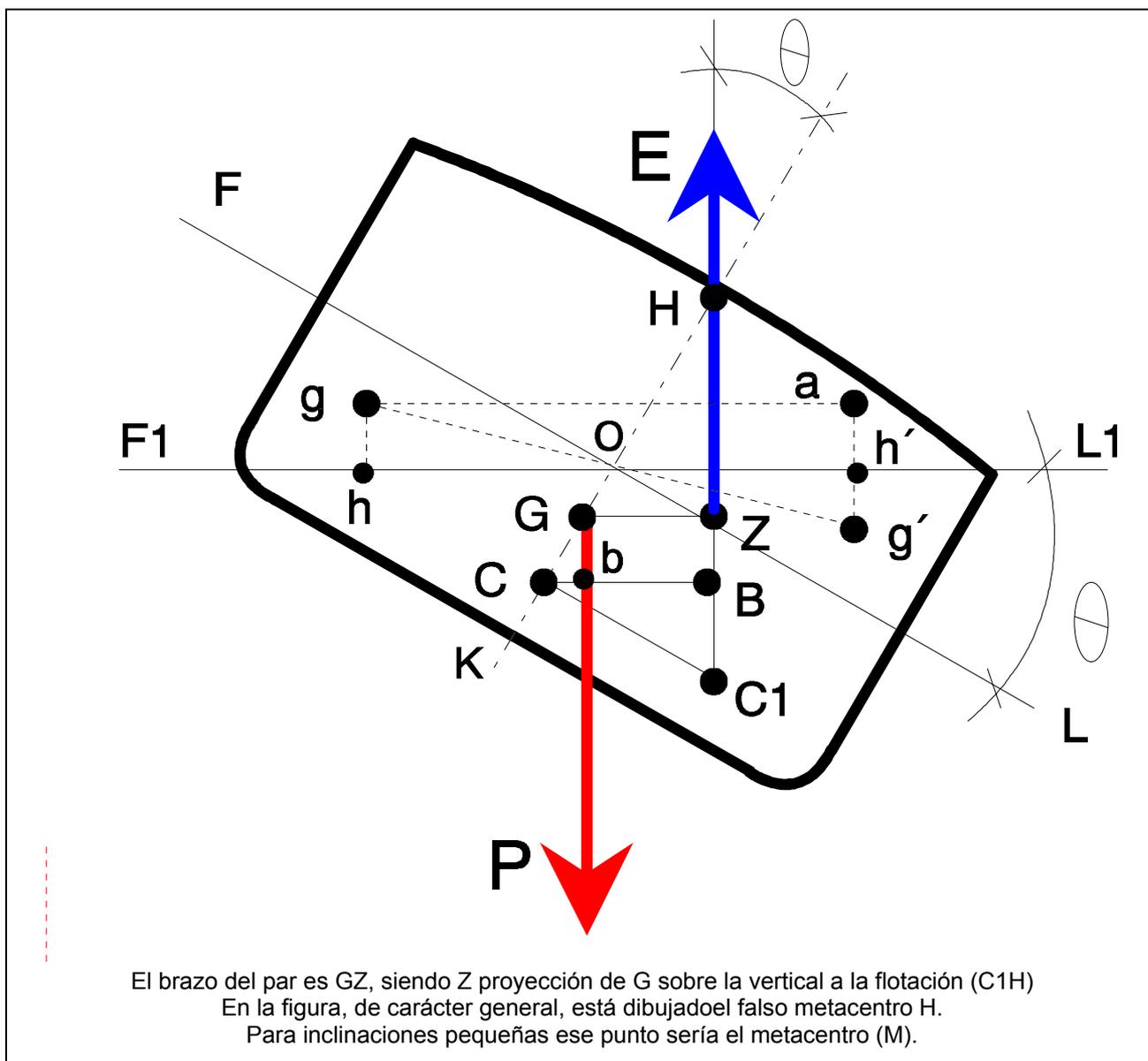
---

<sup>6</sup> Vertical a la nueva flotación con el buque escorado un ángulo  $\theta$ .

$$GZ = GM \times \text{sen } \theta$$

En donde debemos recordar que GM era la *altura metacéntrica*, que se podía expresar como:

$$GM = KM - KG$$



Siendo KM la distancia de la quilla al metacentro transversal M<sup>7</sup>, KG la distancia de la quilla al *centro de gravedad*<sup>8</sup> y  $\theta$  el ángulo de escora.

<sup>7</sup> Este valor se obtiene de las *Curvas Hidrostáticas*.

La fórmula para el cálculo de GZ para grandes inclinaciones ( $\theta > 15^\circ$ ) es:

$$GZ = KN - KG \times \text{sen } \theta$$

Al pasar el buque de la flotación FL a la flotación  $F_1L_1$  escorando el ángulo  $\theta$ , el centro de carena se trasladó de C a  $C_1$ , siendo:

$$CC_1 = \frac{V_c \times gg'}{V_s}$$

Donde:

CC1	= Traslado del centro de carena al escorarse el buque.
$V_s$	= Volumen sumergido.
g	= Centro de gravedad de la cuña de emersión.
$g'$	= Centro de gravedad de la cuña de inmersión.

La fórmula anterior puede expresarse:

$$\frac{V_c}{V_s} = \frac{CC_1}{gg'} \quad (1)$$

Trazando por  $g$  la paralela a la nueva flotación  $F_1L_1$ , las perpendiculares  $gh$  y  $g'a$  a la misma flotación, y por último, trazando desde C la perpendicular CB a la dirección del nuevo empuje del agua (C1H), se forman los triángulos rectángulos semejantes  $gag'$  y  $CBC_1$ , verificándose:

$$\frac{CC_1}{gg'} = \frac{CB}{ga} = \frac{CB}{hh'} \quad (2)$$

Igualando (1) y (2) resulta:

$$\frac{V_c}{V_s} = \frac{CB_1}{hh'}$$

<sup>8</sup> Obtenido del cuadro de momentos, tras efectuar cargas, descargas, traslados de pesos o cualquier variación de la condición inicial de distribución de cargas del buque.

De donde:

$$CB = \frac{V_c \times hh'}{V_s} \quad (3)$$

Pero:

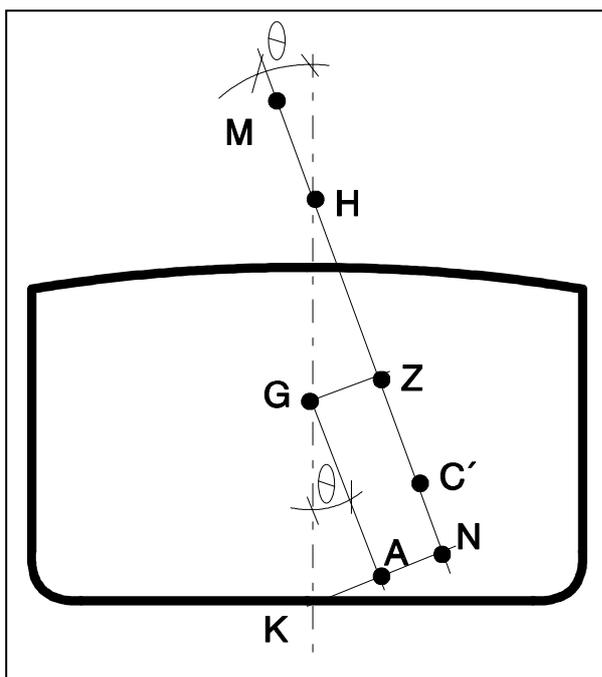
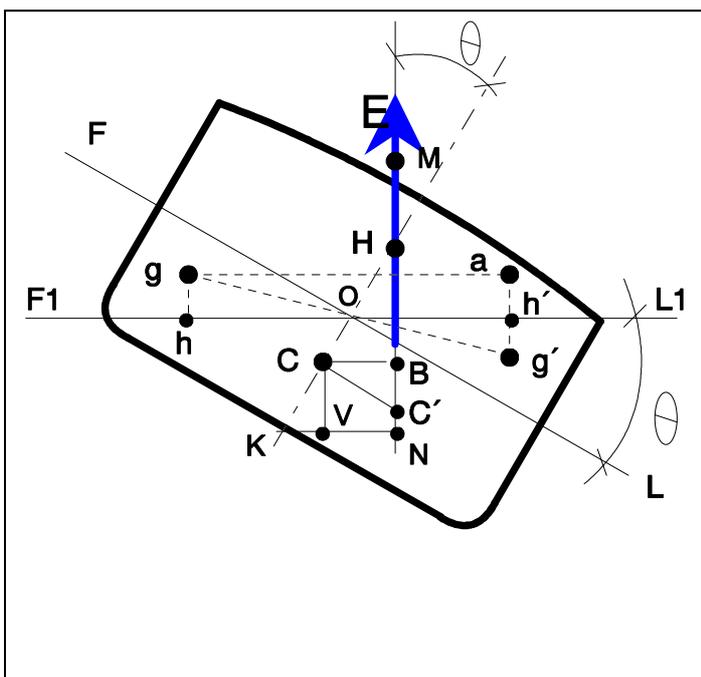
$$GZ = bB = CB - Cb = CB - CG \times \text{sen } \theta \quad (4)$$

Sustituyendo (3) en (4) resulta la denominada *Fórmula de Atwood*:

$$GZ = \frac{V_c \times hh'}{V_s} - CG \times \text{sen } \theta$$

Existen varios métodos para determinar el volumen de las diferentes cuñas de inmersión y emersión. También existen diferentes métodos para calcular la fórmula de Atwood para las diversas escoras y un mismo desplazamiento, con una altura de KG sobre la quilla supuesta. Finalmente, los valores hallados de GZ se representan gráficamente en unas curvas denominadas *pantocarenas* (KN) o *curvas cruzadas de estabilidad*, de brazos GZ.

Con el afán de simplificar las operaciones para hallar el barzo, y partir de un origen independiente de la altura del centro de gravedad del buque, se refiere el brazo del par GZ a la quilla, mediante un argumento auxiliar denominado KN, correspondiente al caso imposible de suponer el centro de gravedad del buque en la línea base o punto de quilla K.



En las figuras podemos ver que KN es perpendicular a la dirección del empuje del agua (C'M) y CV es paralelo a dicho empuje, siendo:

$$KN = KV + VN = KV + CB$$

pero:

$$CB = \frac{V_c \times hh'}{V_s}$$

$$KV = KC \times \text{sen } \theta$$

resultando:

$$KN = \frac{V_c \times hh'}{V_s} + KC \times \text{sen } \theta$$

Obsérvese que el brazo así expresado solo depende del desplazamiento D o  $V_s$  y del ángulo de escora, toda vez que KC es función del desplazamiento, eliminándose en la determinación de KN el empleo del KG.

Estos valores de KN calculados para varios desplazamientos y escoras, se representan en las curvas cruzadas de KN o pantocarenas.

De la figura podemos ver que C'M es la dirección del empuje del agua, KN el brazo referido a la quilla y  $\theta$  el ángulo de escora; todo ello para el desplazamiento D. Si G es la posición del centro de gravedad del buque, y por éste trazamos GA, perpendicular a KN, resulta:

$$GZ = AN = KN - KA = KN - KG \times \text{sen } \theta$$

$$GZ = KN - KG \times \text{sen } \theta$$

Donde:

- GZ = Brazo del par de estabilidad transversal calculado en función del desplazamiento, escora y KG.
- KN = Tomado de las curvas pantocarenas, entrando con D y escora.
- KG = Altura del centro de gravedad del buque sobre la quilla.
- $\theta$  = Escora para la que se quiere hallar el brazo.

La obtención de los diferentes valores de los brazos GZ para las diferentes escoras nos dará la curva de estabilidad estática del buque. De dicha curva de estabilidad se obtiene importantísima información.

Los brazos de adrizamiento se deben calcular para cada 10° ó 15° de escora, a partir de 0°. Usaremos para ello una tabla similar a la que se adjunta:

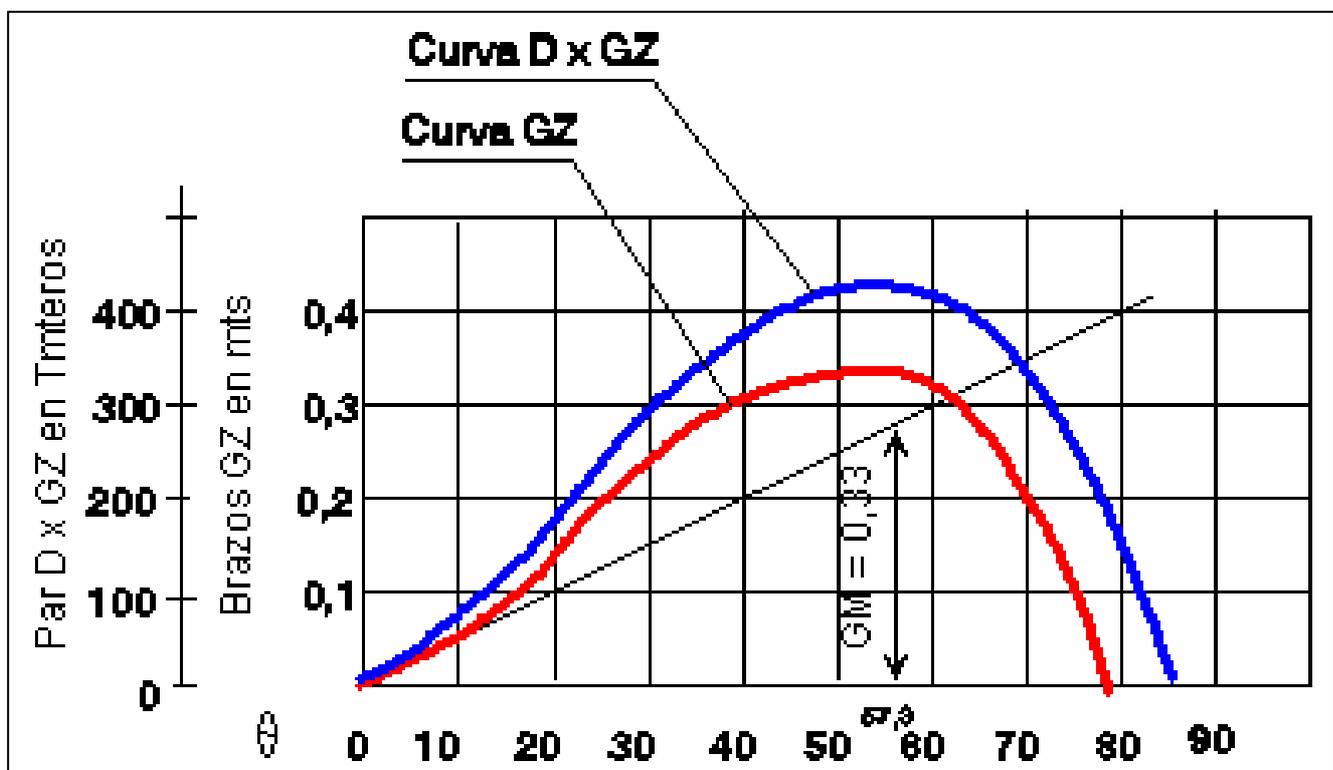
Escoras	10°	20°	30°	40°	60°	80°
KN						
KGsenθ						
GZ						
DxGZ						

Como vemos en la tabla, hemos añadido una fila (DxGZ), resultado del producto del brazo GZ por el desplazamiento del buque D. Esta es la curva de *pares adrizantes*<sup>9</sup>.

De ahí que a la curva de brazos se la denomine *curva de estabilidad*. Sin embargo, para determinados problemas puede que precisemos trabajar con la *curva del par de estabilidad*, mientras que en otras ocasiones solo necesitaremos conocer el brazo GZ.

## 2.2 CURVA DE ESTABILIDAD ESTÁTICA TRANSVERSAL: CURVA GZ

Llevando sobre un sistema de ejes (X – Y), los valores del brazo GZ obtenidos sobre el eje Y, y los sucesivos valores del ángulo de escora sobre el eje X, obtendremos de la unión de los puntos representados una curva denominada *curva de estabilidad estática transversal* o *curva GZ*.



<sup>9</sup> Momento del par = D x brazo del par

En la figura anterior vemos representadas las curvas GZ y DxGZ. El análisis de la curva de estabilidad estática es de gran utilidad para resolver numerosos problemas de aplicación de la estabilidad, como son:

- Ángulos de equilibrio producidos por momentos escorantes debidos a diversas causas, como puede ser el viento sobre la obra muerta, traslación de pesos, varadas, inundación, etc.
- Juzgar el comportamiento del buque en cuanto a su estabilidad..

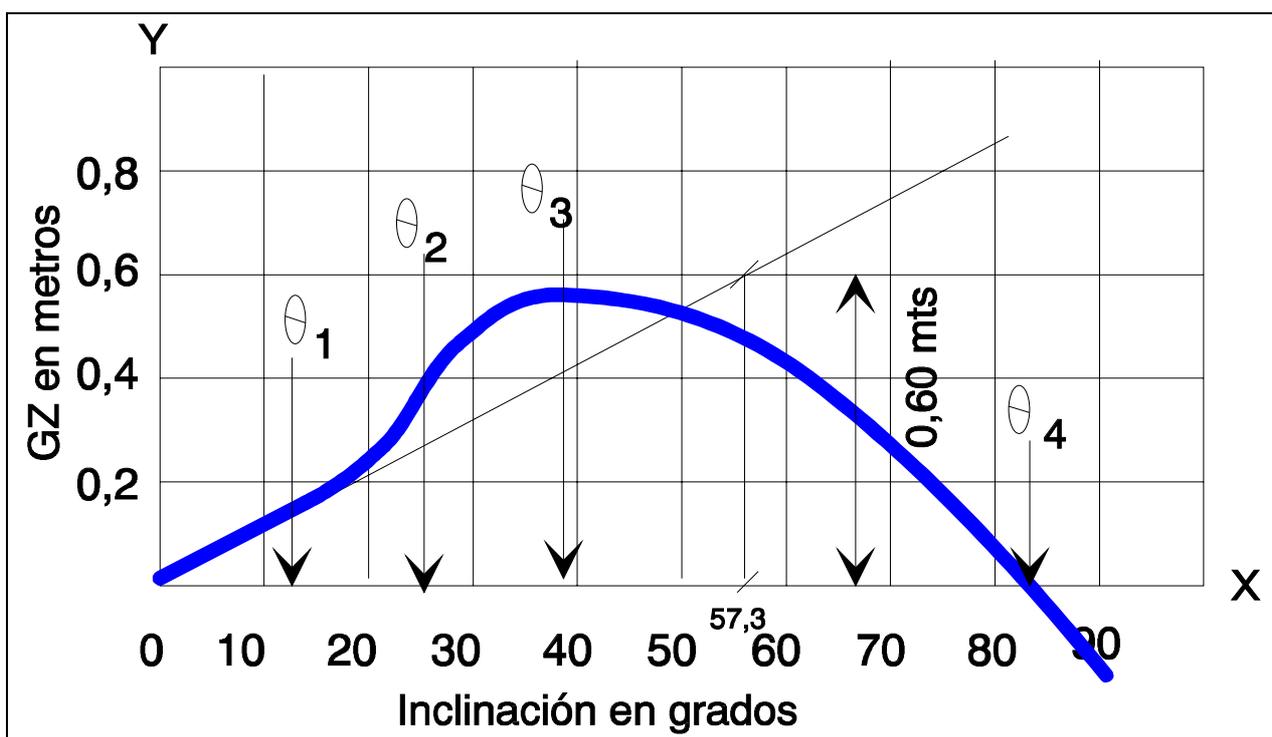
De la forma de la curva de estabilidad se deducen las características que se detallan a continuación:

- La curva parte del origen, porque al ser:  $GZ = GM \times \text{sen}\theta$ ; para  $\theta = 0^\circ$   $GZ = 0$ .
- La curva en una extensión de aproximadamente  $10^\circ$  ó  $15^\circ$  (correspondiente al límite de de la estabilidad inicial  $\theta_1$ ) es casi una línea recta, por ser:

$$GZ = GM \times \text{sen}\theta$$

Y admitir que hasta los  $10^\circ$  el seno crece proporcionalmente al ángulo  $\theta$

- La curva continua aumentando hasta llegar a un GZ máximo  $\theta_3$  en la figura que sigue.
- A partir del valor máximo del brazo, la curva disminuye, llegando a anularse el brazo para la inclinación  $\theta_4$ , denominándolo *ángulo límite de estabilidad* o *ángulo crítico de estabilidad*.
- Al alcanzar el valor de este ángulo de escora, límite de estabilidad, la tangente a la evoluta metacéntrica pasa por el centro de gravedad<sup>10</sup> y el buque tiene un equilibrio indiferente.
- Para ángulos de escora superiores a este límite, el par de estabilidad ya no es adrizante sino escorante, con lo que el barco tiende a zozobrar.



La tangente en el origen a la curva de estabilidad, coincide hasta los  $10^\circ$  ó  $15^\circ$  con la hipotenusa de un triángulo OAB, siendo uno de los catetos  $57,3^\circ$  (valor de 1 radián) y el otro el valor de la altura metacéntrica GM. En efecto, para la estabilidad inicial se verifica:

$$GZ = GM \times \text{sen } \theta = GM \times \theta \quad (\text{en radianes})$$

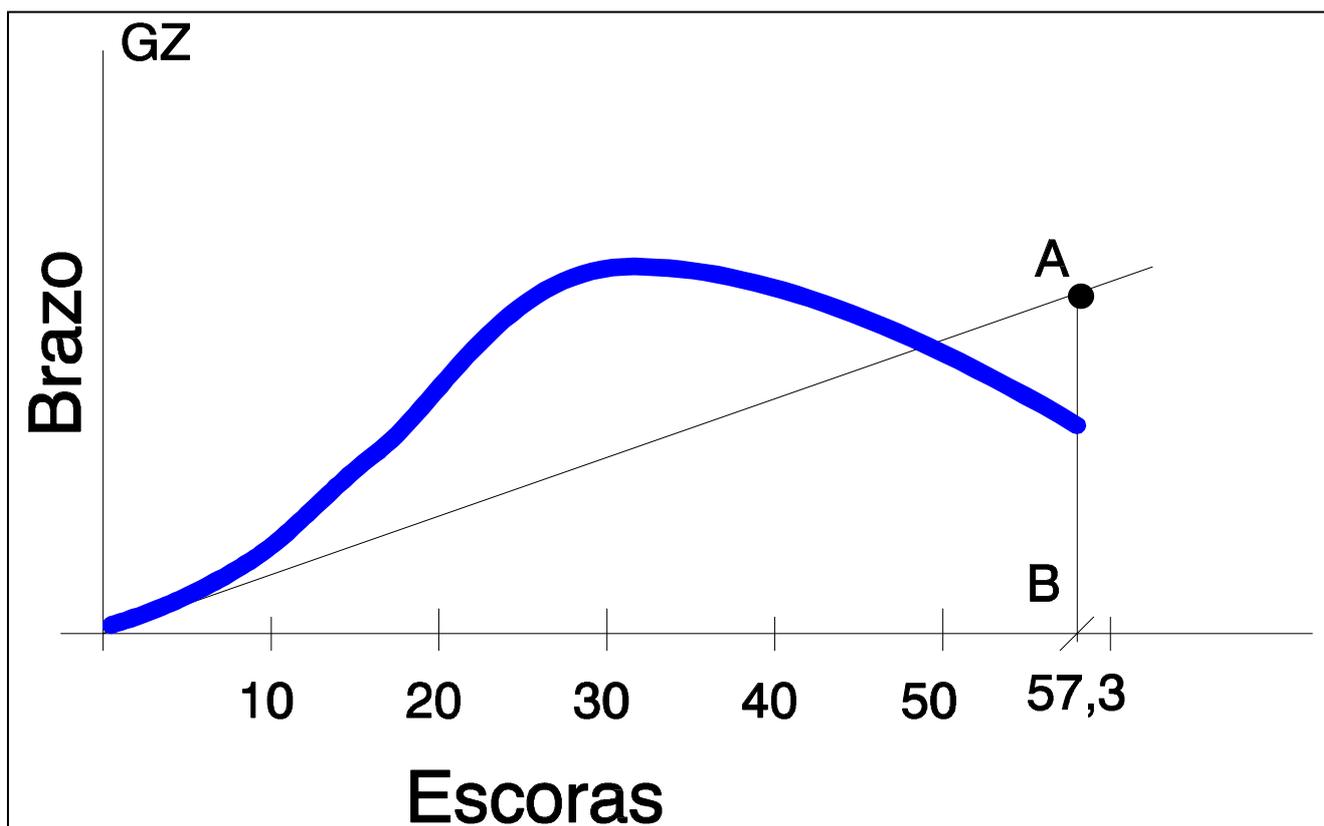
Al ser  $1^\circ$  en radianes igual a  $\frac{2\pi}{360} = \frac{1}{57,3}$

El ángulo  $\theta$  grados en radianes será:  $\frac{2\pi}{360} \theta$

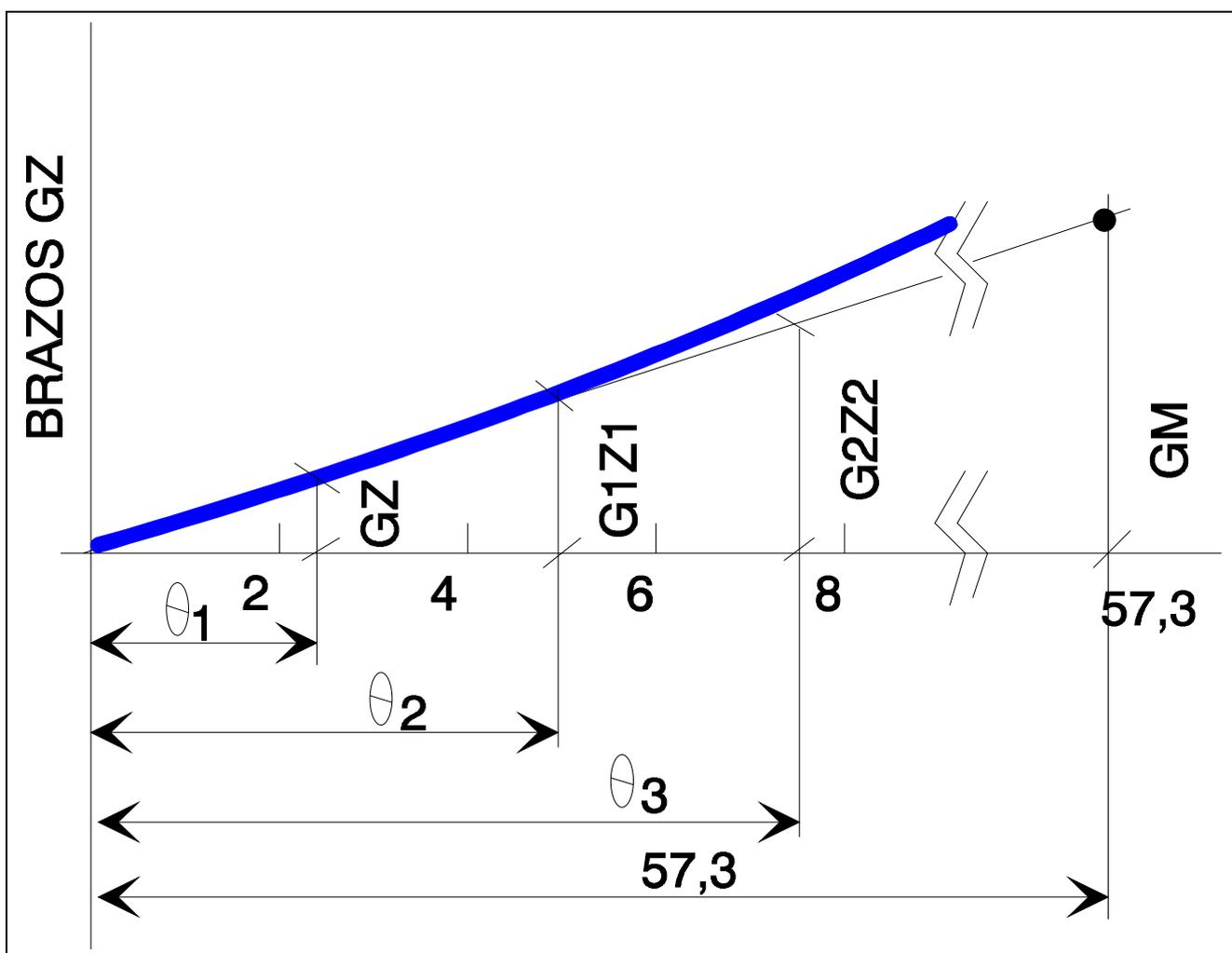
Del mismo modo, un radián será:  $\frac{360}{2\pi} = 57,3$

Luego:  $GZ = GM \times \theta = GM \frac{1}{57,3} \theta = \frac{GM\theta}{57,3}$

De donde:  $\frac{GM}{57,3} = \frac{GZ}{\theta} = \text{cte}$  para  $\theta < 10^\circ$

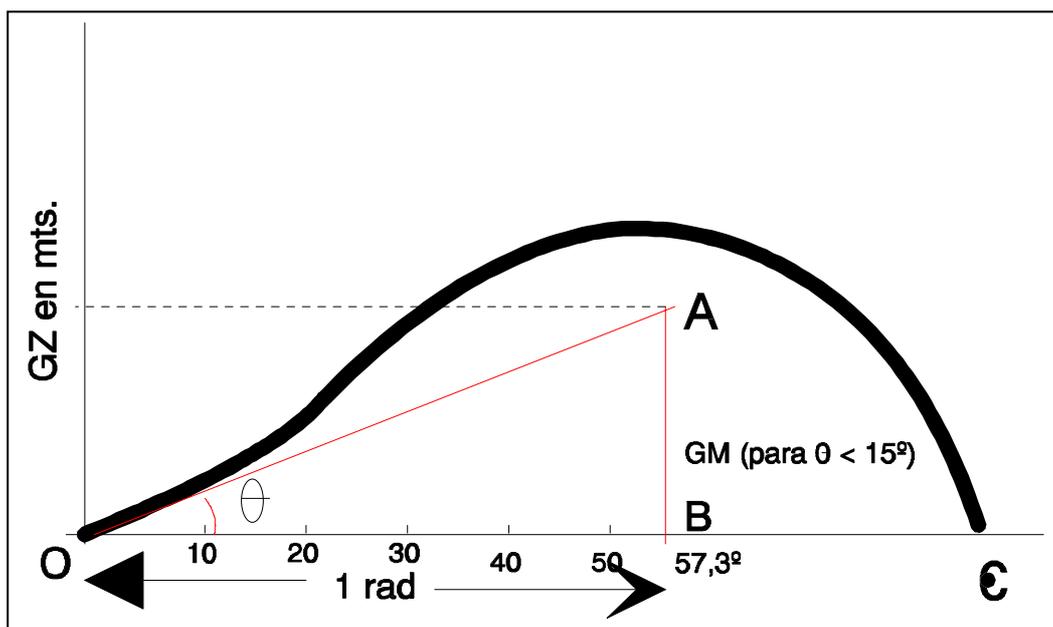


La relación que existe entre la tangente a la curva de estabilidad en el origen y la altura metacéntrica GM sirve de ayuda en el trazado y comprobación de la curva de estabilidad. En la figura que sigue se representa a mayor escala el triángulo OAB y dentro de los límites de la estabilidad inicial se tiene:



$$\frac{GM}{57,3} = \frac{GZ}{\theta} = \frac{GZ_1}{\theta_1} = \frac{GZ_2}{\theta_2}$$

Verificándose que los puntos Z, Z<sub>1</sub>, Z<sub>2</sub> están sobre la hipotenusa del triángulo OAB y a la vez sobre la curva de estabilidad de brazos.



Del gráfico anterior, vemos que una vez trazada la curva de estabilidad estática transversal, para obtener, de manera aproximada, GM para ángulos de escora menores de 15°, trazamos la tangente a la curva en el origen (OA) y levantamos la abcisa correspondiente a 57,3° = 1 rad. El punto donde se corten (A), nos dará el valor de GM para θ < 15°, en metros<sup>11</sup>.

En los cuadernillos de estabilidad de los yates podemos encontrar la siguiente información referente a la estabilidad estática transversal:

- Curva de brazos GZ para el buque en plena carga, en lastre y en las situaciones:
  - **A1:** Salida de puerto, con el total de la carga, combustible, provisiones, pasajeros y su equipaje.
  - **A2:** Llegada a puerto, con el total de la carga y pasajeros con equipaje y con el 10% del combustible y las provisiones
  - **A3:** Salida de puerto, con el total de combustible, provisiones y pasajeros con su equipaje, pero sin carga.

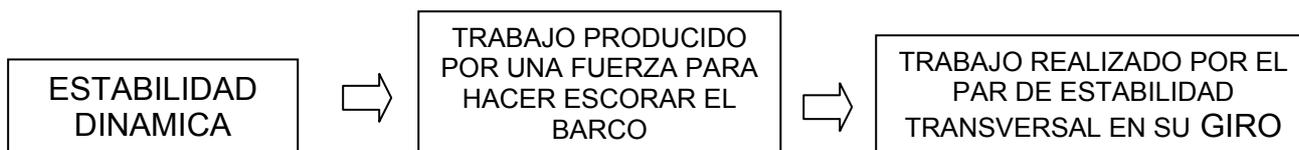
<sup>11</sup> Al proyectarlo sobre el eje de las Y, en donde está representado el valor de GZ.

- **A4:** Llegada a puerto, con el total de los pasajeros con su equipaje, sincarga y con el 10% de combustible y de las provisiones.
- Valores de  $\theta$  para las condiciones  $GZ_{\text{máx.}}$ , y para  $GZ=0^\circ$ , en cada una de las situaciones anteriores, así como el valor  $GZ_{\text{máx.}}$ .
- El área de la curva.

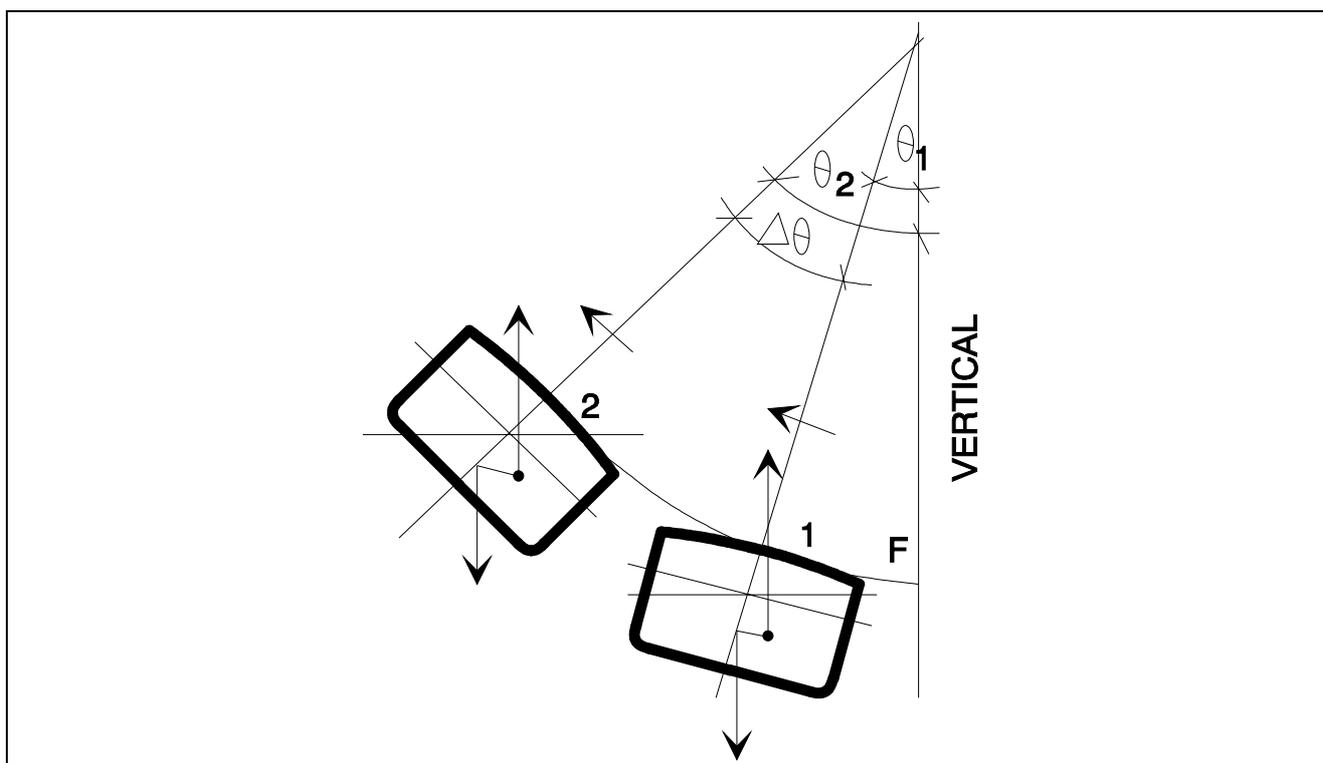
### 2.3 ESTABILIDAD DINAMICA. CURVA DE ESTABILIDAD DINAMICA

La estabilidad dinámica es el trabajo que hay que efectuar para llevar al buque desde una posición de equilibrio  $O$  a una inclinación isocarena  $\theta_1$ , suponiendo que realizamos los movimientos lo suficientemente lentos para que las velocidades angulares iniciales y finales del buque así como las resistencias del agua y el aire sean nulas.

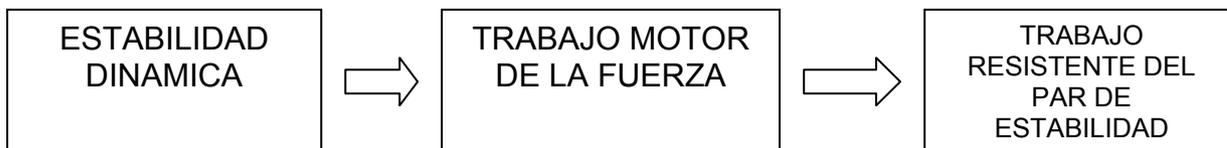
Si un buque se halla en equilibrio estable, en la posición de adrizado, y le aplicamos sobre su costado una fuerza exterior  $F$ , perpendicular al plano diametral, el barco escora, y esta fuerza aplicada realiza un trabajo, al desplazarse su punto de aplicación de 1 a 2. Si se prescinde de las resistencias del agua, aire y se supone igual la velocidad inicial y final, no cabe duda que el mismo trabajo realizado por la fuerza  $F$  es igual y contrario al realizado por el par de estabilidad estática transversal durante el giro o escora alcanzada, siendo:



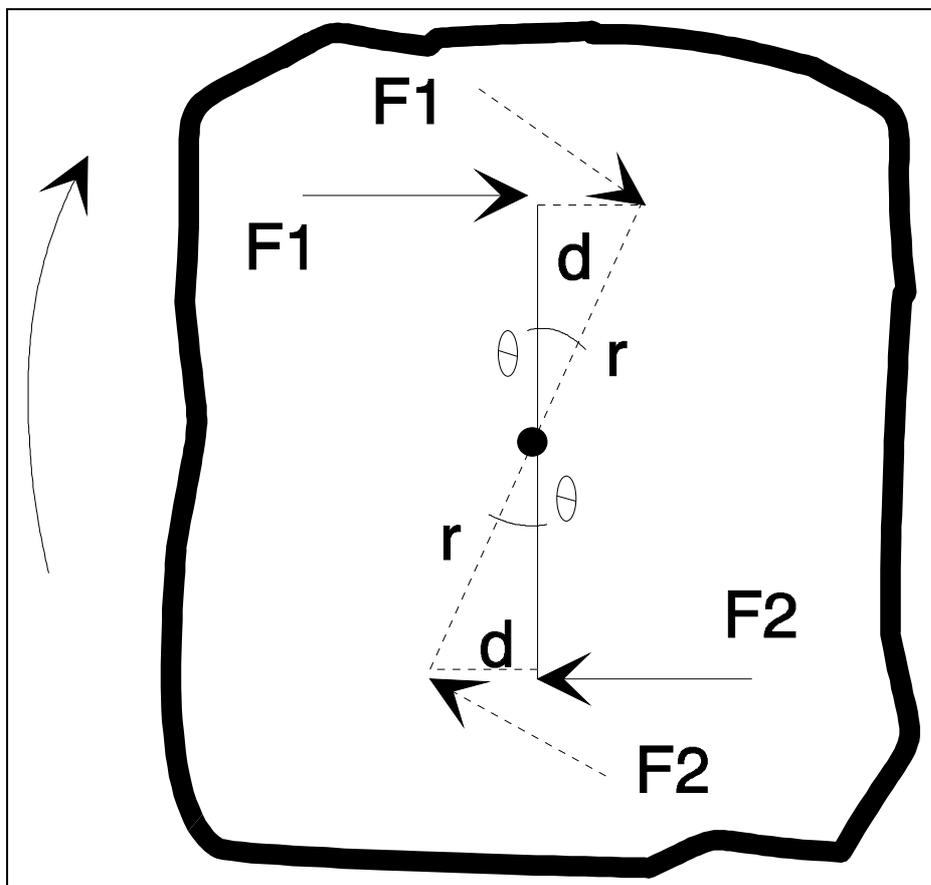
Por tanto, estabilidad dinámica, para un ángulo de inclinación  $\theta_2$  determinado, es el trabajo efectuado por el par de estabilidad transversal para escorar el buque desde la posición de equilibrio  $\theta=0^\circ$  a la inclinación considerada  $\theta_2$ .



Admitiendo que las resistencias pasivas en el medio en que se mueve el buque son nulas y que la velocidad inicial y final son iguales, tendremos que el trabajo producido o trabajo motor es igual al trabajo realizado por el par de estabilidad estática transversal en todo el giro efectuado, o trabajo resistente:



¡Error!



El trabajo elemental realizado por el par de fuerzas  $F_1F_2$  de brazo  $AB=2r$  al girar alrededor del punto medio de éste, el ángulo infinitesimal  $\theta$ , recorriendo cada una de las fuerzas la distancia infinitesimal  $d$ , será:

$$d = r\theta$$

$$r = \frac{AB}{2}$$

$$F_1 = F_2 = F$$

El trabajo de las dos fuerzas del par será:

$$\Delta T = F_1d + F_2d = F_1r\theta + F_2r\theta = 2Fr\theta = FAB\theta$$

Aplicando lo anterior, el trabajo realizado por el par de estabilidad del barco, siendo:

- $F = D$
- $AB = GZ$
- $\theta = \Delta\theta$

resulta:

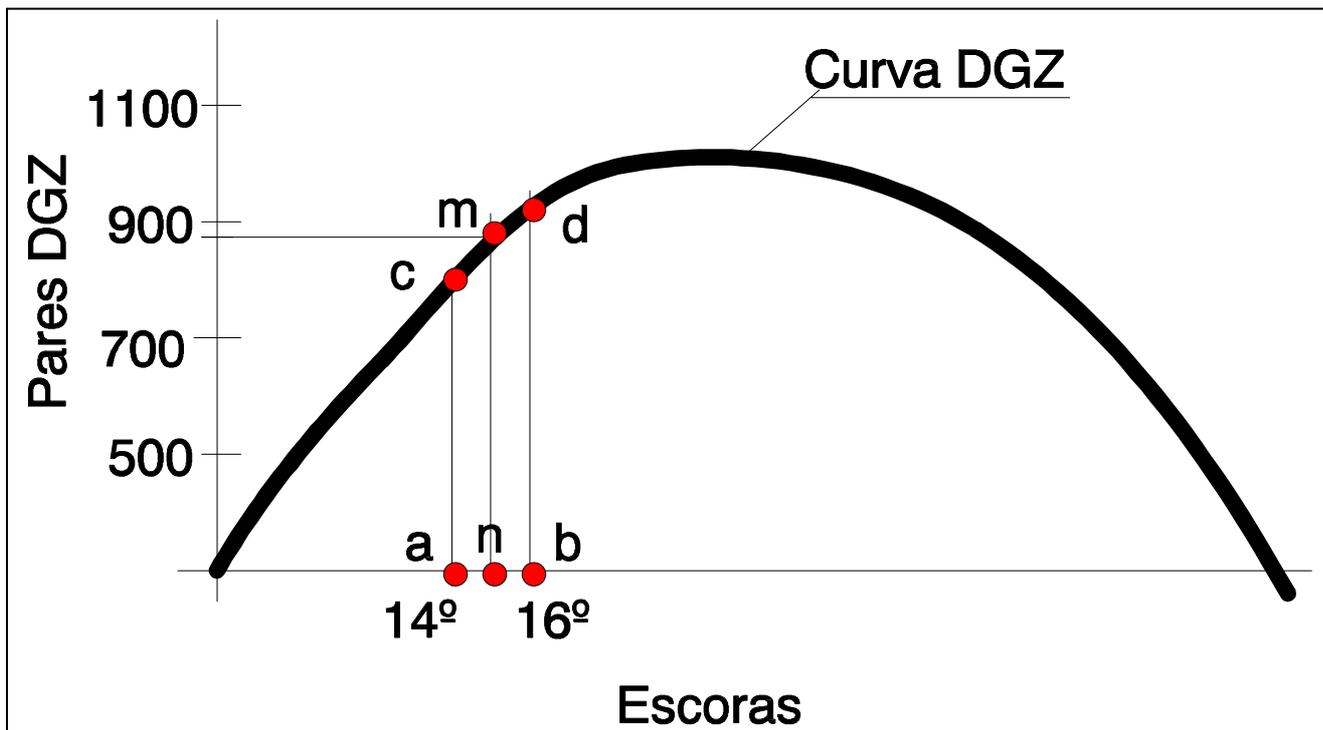
$$\Delta T = DGZ\Delta\theta$$

y el trabajo  $T$  realizado por el par de estabilidad, desde la posición de adrizado hasta alcanzar el ángulo  $\theta_2$ , en radianes, será:

$$\Delta T = \sum_0^{\theta_2} DGZ\Delta\theta$$

Este trabajo  $T$  se expresa en tonelámetros por radián, por venir expresado  $D$  en Tm,  $GZ$  en metros y  $\Delta\theta$  en radianes.

Para hallar el valor del trabajo elemental, o valor de la estabilidad dinámica, por ejemplo entre  $14^\circ$  y  $16^\circ$ , para un buque con la curva de estabilidad se representa en la figura que sigue, será:



$$\Delta T = DGZ 2^\circ = mn \bullet ab \quad (\text{Todo en radianes})$$

La expresión anterior es el área del trapecio curvilíneo *acdb*, formado en la curva de pares de estabilidad estática transversal, con las ordenadas levantadas entre  $a=14^\circ$  y  $b=16^\circ$ , siendo *mn* la base media del trapecio medido en la curva DGZ entre  $14^\circ$  y  $16^\circ$ .

Trazando la ordenada de  $15^\circ$  y midiendo su valor en el eje de ordenadas, se halla en este caso  $mn = DGZ = 890$  tonelámetros. La base *ab* del trapecio son  $2^\circ$  en radianes; luego:

$$ab = 2 \times \frac{2\pi}{360} \text{ radianes} = 2 \times 0,01745 = 0,0349 \text{ radianes}$$

El trabajo elemental entre  $14^\circ$  y  $16^\circ$  será:

$$\Delta T = mn \bullet ab = 890 \times 2 \times \frac{2\pi}{360} = 890 \text{ tonelámetros} \times 0,0349 \text{ radianes}$$

$$\Delta T = 31,061 \text{ tonelámetros radian}$$

Teniendo en cuenta lo expuesto, para hallar la estabilidad dinámica entre  $0^\circ$  y  $40^\circ$ , o simplemente la estabilidad dinámica a  $40^\circ$ , se traza la curva de estabilidad estática de

brazos DGZ. Por los ángulos de escoras  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$  y  $40^\circ$  se levantan perpendiculares, formando así los trapecios curvilíneos comprendidos entre las escoras de:

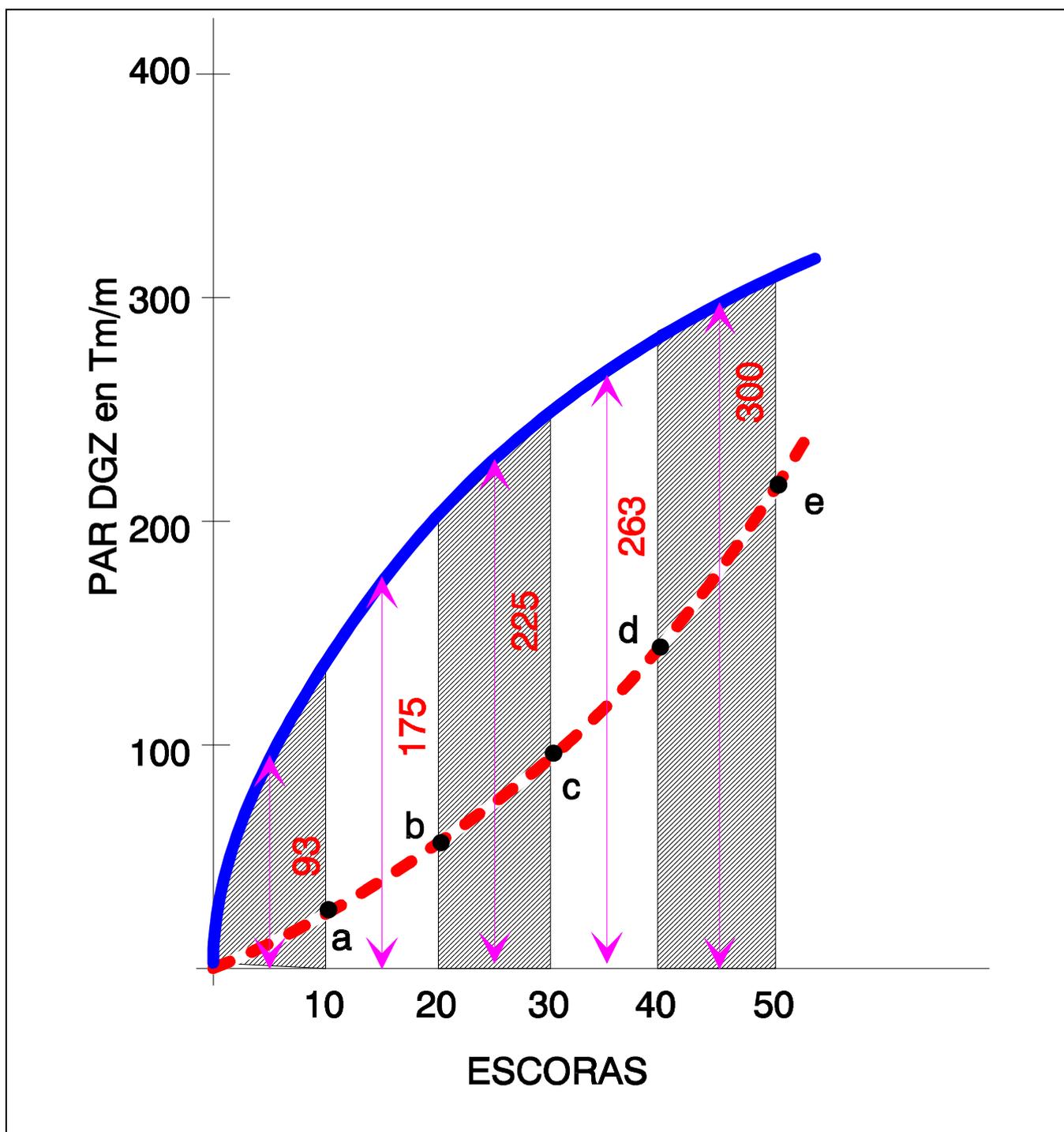
- Entre  $0^\circ$  y  $10^\circ$
- Entre  $10^\circ$  y  $20^\circ$
- Entre  $20^\circ$  y  $30^\circ$
- Entre  $30^\circ$  y  $40^\circ$
- Entre  $40^\circ$  y  $50^\circ$

Ahora, por los puntos medios de sus bases, se trazan las ordenadas de  $5^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $25^\circ$ ,  $35^\circ$  y  $45^\circ$  hasta que encuentren a la curva de brazos, que medidos, por ejemplo, en la curva de la figura siguiente dan los valores indicados en el cuadro a continuación:

Trapezio entre	Base media
0 y 10	93
10 y 20	175
20 y 30	225
30 y 40	263
40 y 50	300

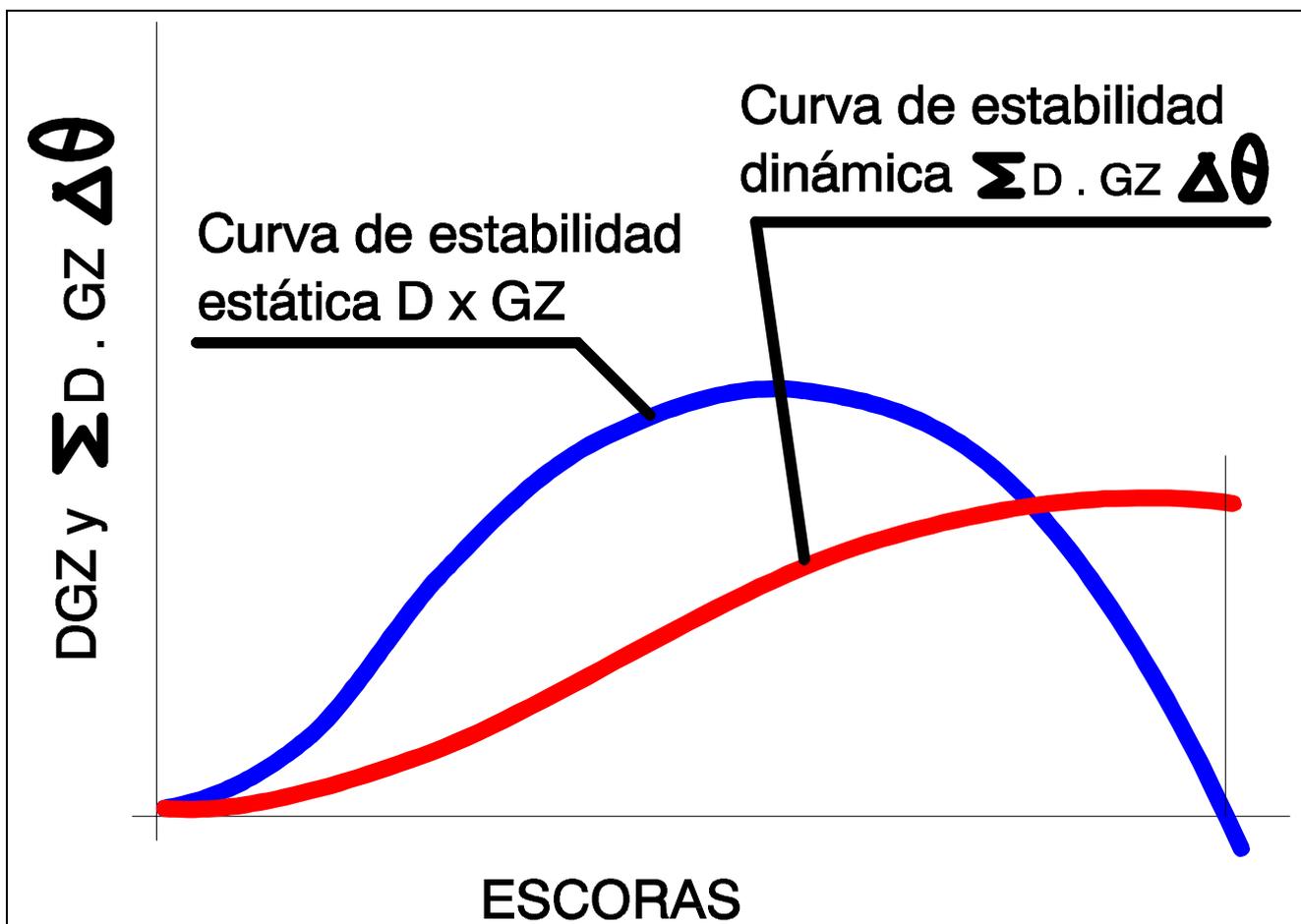
Se procede a calcular el área de cada trapecio, y sumando el área de cada uno de aquellos a los anteriores y arrastrando así los resultados, tal como se indica a continuación, se obtiene la estabilidad dinámica para  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $40^\circ$  y  $50^\circ$ .

Espacio entre	Ordenada media (Tonelámetros)	$10 \times (2\pi/360)$ (radianes)	Área (tonelámetros x radian)	Suma de áreas (Tonelámetros x radian)
0 – 10	93	0,1745	16	16
10 – 20	175	0,1745	31	16+31=47
20 – 30	225	0,1745	39	47+39=86
30 – 40	263	0,1745	46	86+46=132
40 – 50	300	0,1745	52	132+52=184



El trazado de la curva de estabilidad dinámica se realiza sobre los mismos ejes coordenados de la curva de pares de estabilidad estática, utilizando la misma escala de ordenadas y abscisas del modo siguiente; por las escoras de  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $40^\circ$  y  $50^\circ$  se levantan perpendiculares, llevando sobre ellas sus valores<sup>12</sup>, a la escala de ordenadas, obteniendo una serie de puntos que unidos nos dan la curva de estabilidad dinámica de pares. De tal modo que la estabilidad dinámica para una escora cualquiera será la ordenada de la escora, considerada hasta la curva trazada y su valor se mide en la misma escala de DGZ.

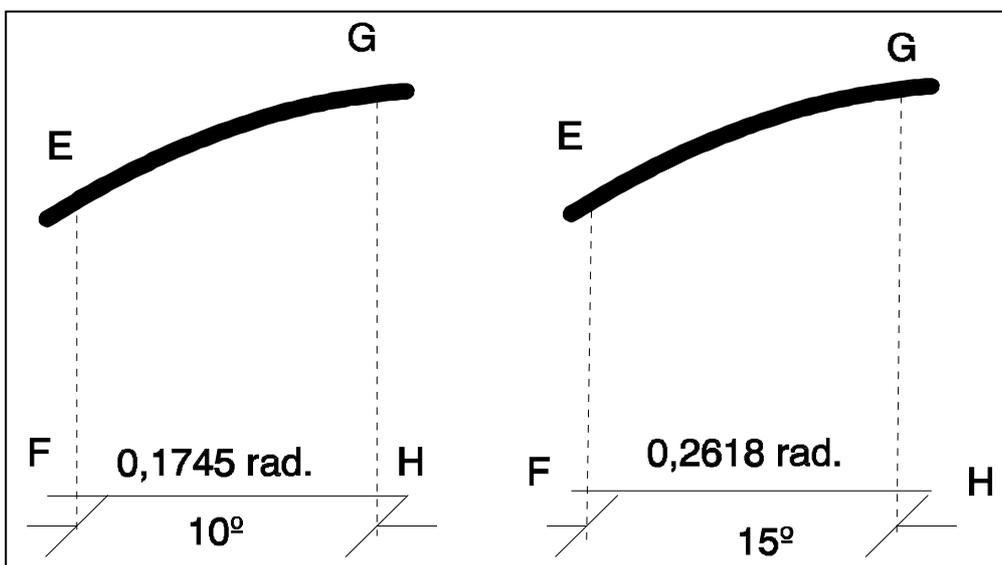
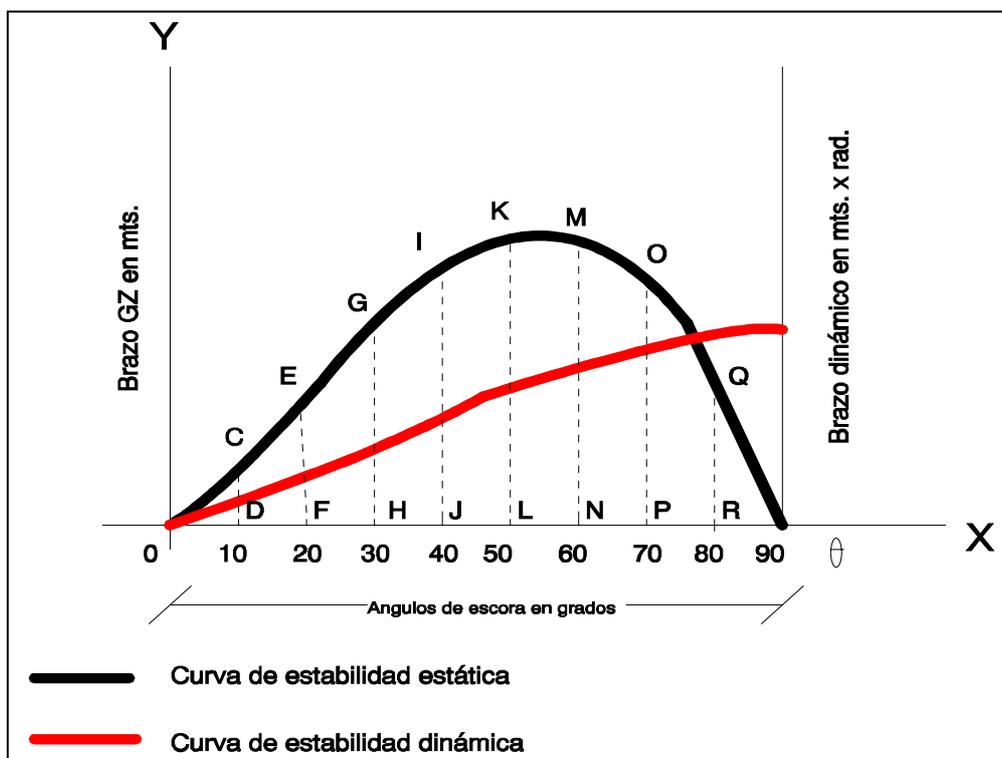
En la figura que sigue se representa la curva de estabilidad estática y dinámica de pares. Obsérvese que el punto de inflexión de la curva ha de corresponder al máximo valor de GZ y el máximo valor de la curva  $\Sigma DGZ\Delta\theta$  corresponde al ángulo en que se anula GZ.



Resumiendo, al no conocer la función de la curva de estabilidad estática ( $y = f(x)$ ), efectuaremos la integración de la citada curva, con objeto de conocer el área de la misma entre el origen y el ángulo de escora para el que queramos determinar el valor de la estabilidad dinámica (en mts x rad), por un método aproximado conocido con el nombre de Método de Simpson, el cual consiste en hallar el área de la curva entre dos ordenadas de la

<sup>12</sup> Obtenido de la columna de "Suma de Areas".

misma mediante el procedimiento de multiplicar la semisuma de las ordenadas consideradas por el valor de la abscisa que se extiende entre las ordenadas.



En la figura vemos como obtener el área de la curva entre EFGH, correspondiente a  $10^\circ$  de variación de la ordenada, o lo que es lo mismo  $10^\circ = 0,1745 \text{ rad}$ .

El área EFGH será:

$$AreaEFGH = \frac{1}{2}(EF + GH) \times 0,1745 \quad \text{mts x rad.}$$

Si en vez de una variación de 10° considerásemos una de 15°, tendríamos que 15° = 0,2618 rad., por lo que:

$$AreaEFGH = \frac{1}{2}(EF + GH) \times 0,2618 \quad \text{mts x rad.}$$

Por lo tanto, una vez trazada la curva GZ, la dividiremos en secciones de 10° ó de 15°, hallando los valores de la abcisa correspondiente a cada ordenada según la división efectuada, es decir, suponiendo que hemos dividido la curva en el eje X de 10° en 10°, tomando los siguientes registros:

- Para  $\theta=0^\circ$  GZ=0
- Para  $\theta=10^\circ$  GZ=CD
- Para  $\theta=20^\circ$  GZ=EF
- Para  $\theta=30^\circ$  GZ=GH
- Para  $\theta=40^\circ$  GZ=IJ

Y así sucesivamente.

Con los valores obtenidos de la curva de estabilidad estática, realizamos una tabla como la que sigue con objeto de obtener la estabilidad dinámica parcial y total.

$\theta$	Semisumas de GZ (S)	S x 0,1745	Estabilidad Dinámica
0 – 10	$\frac{1}{2} (0+CD)$	S1	S1
10 – 20	$\frac{1}{2} (CD+EF)$	S2	S2+S1
20 – 30	$\frac{1}{2} (EF+GH)$	S3	S3+S2+S1
30 – 40	$\frac{1}{2} (GH+IJ)$	S4	S4+S3+S2+S1

Ya habíamos visto, anteriormente, que se podía representar la curva de estabilidad estática de pares o la curva de estabilidad estática de brazos GZ, siendo la primera igual a la segunda multiplicada por Desplazamiento (D). Pues bien, también para la estabilidad dinámica puede trazarse la correspondiente a  $\Sigma DGZ\Delta\theta$  o simplemente  $\Sigma GZ\Delta\theta$ , por ser la primera D veces mayor (simplemente equivale a un cambio de escala). Por este motivo unas veces se representa la curva de estabilidad dinámica de pares y otras la de brazos.

## 2.4 CRITERIOS DE ESTABILIDAD

Es el conjunto de normas que reglamentan y controlan la estabilidad mínima que deben tener los buques.

Los criterios actuales se pueden clasificar así:

- Criterios en función de la altura metacéntrica.
- Criterios en función de la estabilidad estática.
- Criterios en función de la estabilidad estática y dinámica.
- Criterios en función de la estabilidad estática y la acción del viento.
- Criterios en función del período del buque y la amplitud del balance.

Los criterios adoptados por la Administración Española, para comprobar si un barco cumple las normas exigidas por la Autoridad Marítima respecto a la estabilidad estática y dinámica se denominan:

- *Criterio de Rahola* para buques mercantes de eslora igual o mayor a 100 mts., y para los barcos madereros y portacontenedores con carga en cubierta, cualquiera que sea su eslora.
- Criterio de la IMO para todos los buques de pesca, carga y pasaje menores de 100 mts., de eslora, a excepción de los buques madereros y portacontenedores de eslora menor a 100 mts., y con cubierta.
- Criterio especial aplicable a los buques menores de 35 Tons., de registro bruto.
- La estabilidad de los buques de recreo debe estar de acuerdo con la Circular 7/95 y criterios de la IMO.

Para los efectos del Curso que se estudia, veremos el Criterio de Rahola y el Criterio aplicado a los buques de recreo, contenido en la Circular 7/95, y criterios IMO.

- **Criterio de Rahola:**

El profesor finlandés Rahola, basándose en el análisis de las curvas de estabilidad de muchos buques perdidos por falta de estabilidad, dedujo los valores mínimos que deben tener los brazos del par de estabilidad estática y dinámica de un buque para que la estabilidad del mismo se considere aceptable.

Por tanto, el criterio exige unos valores mínimos al valor de GZ para determinadas escoras, ya que la curva de estabilidad estática da la medida de cómo se comportaría un buque si estuviera en aguas tranquilas y se inclinara lentamente.

Esta medida es insuficiente cuando se aplica a buques que navegan entre olas, en donde la, escoras son bruscas. En estas condiciones, el ángulo de escora que puede alcanzar un buque no está determinado por el brazo del par de estabilidad GZ, sino por el trabajo que efectúa el mencionado par, es decir, por la estabilidad dinámica.

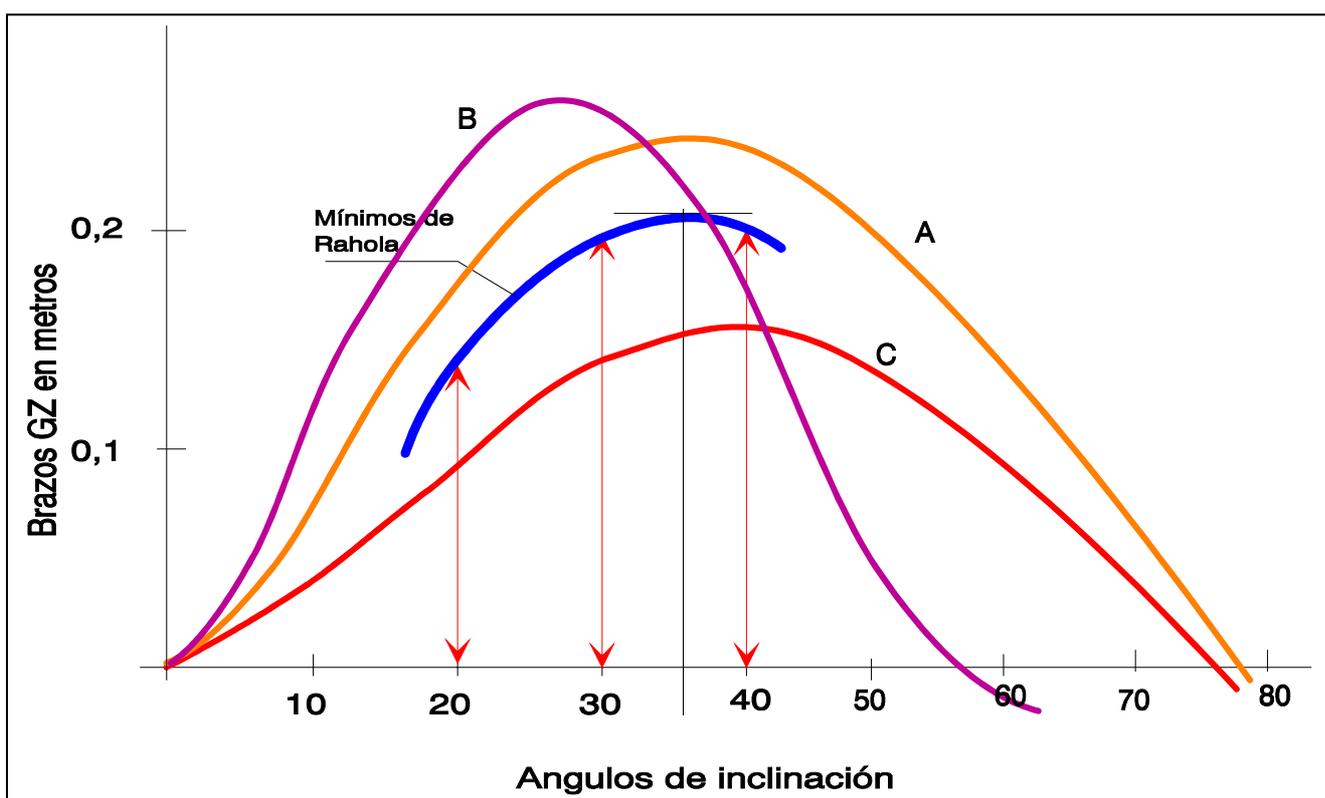
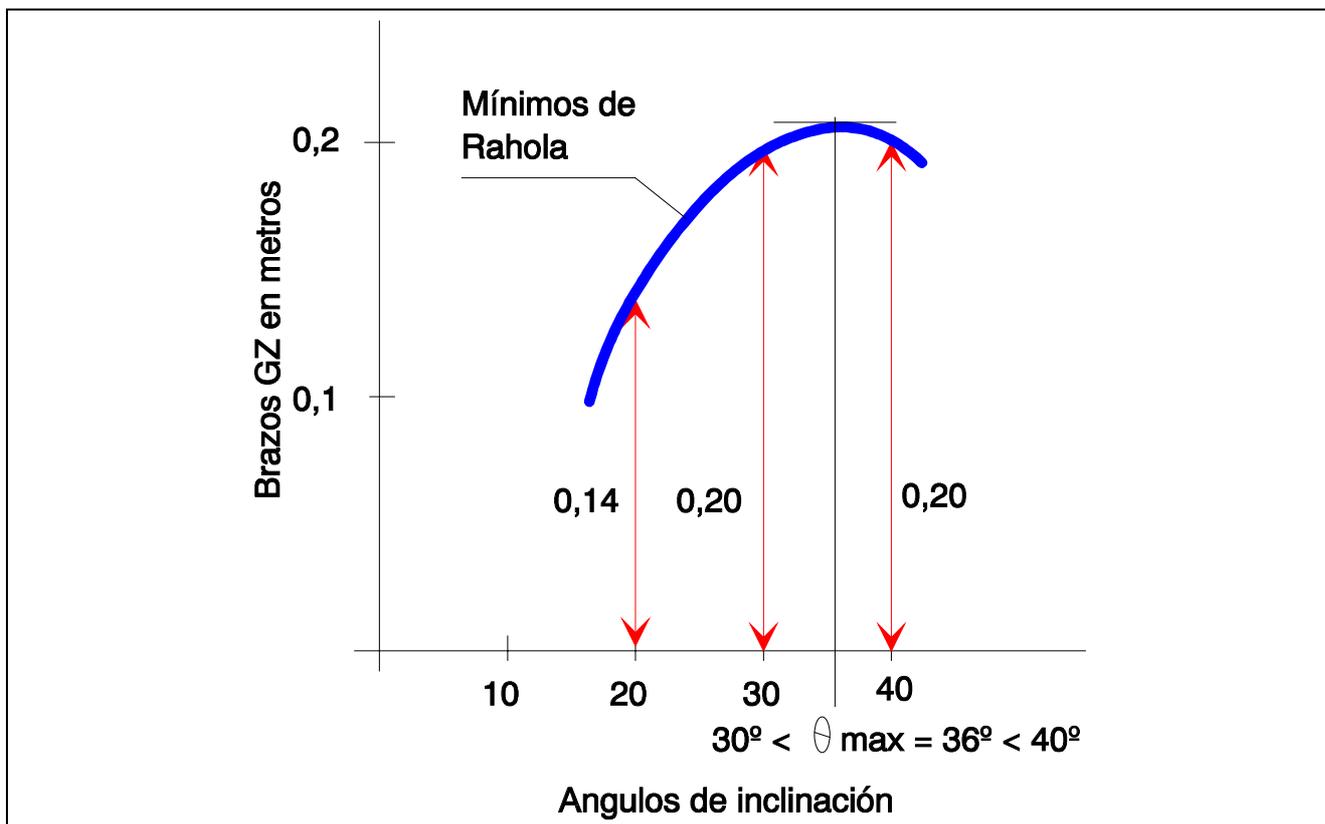
Los criterios que, según Rahola, debe cumplir un buque, respecto a su estabilidad son:

- A) *Brazos estáticos mínimos:*

<b>MINIMOS DE RAHOLA E <math>\geq</math> 100 MTS (estabilidad estática)</b>	
<b>ESCORAS</b>	<b>GZ (mts)</b>

20°	GZ > 0,140
30°	GZ > 0,200
40°	GZ > 0,200

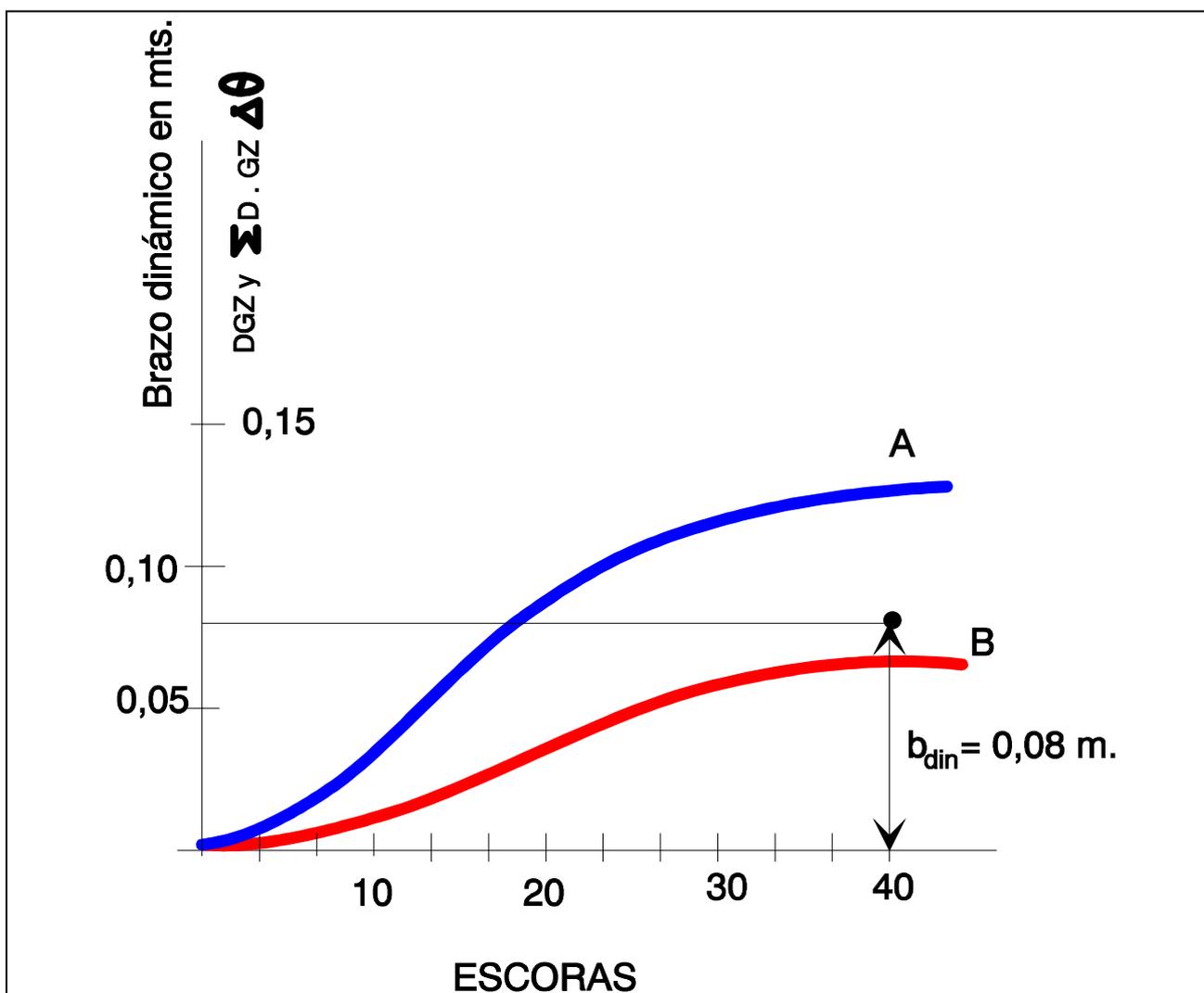
- B) El máximo valor de GZ de la curva de brazos debe estar comprendido entre 30° y 40° de escora.



- C) Brazo dinámico para 40°:

MINIMOS DE RAHOLA E $\geq$ 100 MTS (estabilidad dinámica)	
ESCORAS	BRAZO DINAMICO (m/rad.)
40°	> 0,08

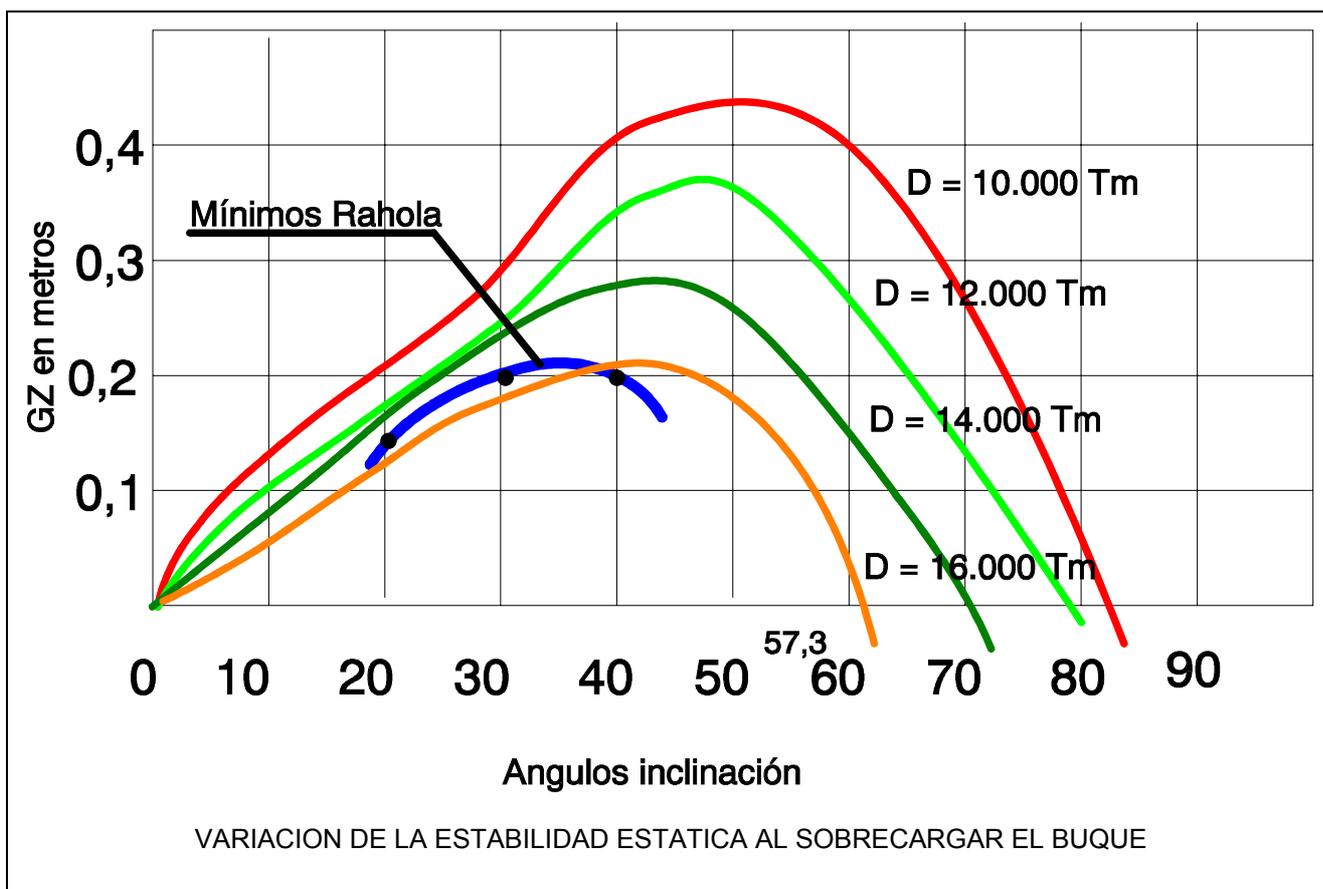
¡Error!



El valor mínimo exigido por el Criterio de Rahola para del brazo dinámico de  $40^\circ$  es de 0,08 mts / rad., o para el ángulo de inundación<sup>13</sup> si éste es menor de  $40^\circ$ . De tal modo, que si el ángulo de inundación para el desplazamiento que se considere es menor de  $40^\circ$  (por ejemplo  $34^\circ$ ), el brazo dinámico de ése ángulo debe ser como mínimo de 0,008 mts / rad.

Naturalmente, los GZ que exige el criterio son los reales, esto es, corregidos de líquidos, grano y escora si existe.

Para medir el brazo dinámico, en la práctica se dibujará una escala igual a la de brazos GZ, a la derecha de la curva de estabilidad dinámica.



- **Criterio DE LA IMO o Criterio Internacional de Estabilidad**

La Organización Marítima Internacional (OMI), de acuerdo con los fines de su creación, y reconociendo la necesidad de establecer unas normas internacionales para la estabilidad de los buques de pesca, carga y pasaje menores de 100 mts., de eslora, aprobó en su IV Asamblea Especial, los estudios realizados por un grupo de trabajo y recomendó su aplicación a los Gobiernos miembros. De aquí que el criterio de la OMI sea un criterio internacional de estabilidad para dicha clase de buques. El Gobierno Español por Orden Ministerial de 29 de Julio de 1970 ordenó que dichas normas fuesen de aplicación a todos los buques de pesca, carga y pasaje menores de 100 mts., de eslora, excepto a los

<sup>13</sup> Se denomina "ángulo de inundación" para un cierto desplazamiento al ángulo que debe escorar el buque para que entre el agua por las aberturas de las superestructuras.

madereros y portacontenedores. Las condiciones exigidas por el criterio de estabilidad de la OMI son:

1. La altura metacéntrica corregida de líquidos debe ser mayor de 0,15 m.
2. El máximo valor de la curva de brazos GZ será para las escoras de 30° o más.
3. La curva de brazos GZ, a partir de los 30° de escora, ha de tener brazos GZ mayores de 0,20 m.
4. El área encerrada por la curva de brazos GZ y la ordenada de 40° (brazo dinámico de 40°) será igual o mayor de 0,090 m / rad. Es decir:

$$bd_{40} = \sum_0^{40} GZ\Delta\theta \geq 90mm / rad.$$

Si la escora de inundación fuese menor de 40°, el brazo dinámico de inundación será igual o mayor de 0,090 m / rad.

$$bd_{\theta_1} = \sum_0^{\theta_1} GZ\Delta\theta \geq 90mm / rad.$$

5. El área encerrada por la curva de brazos y las ordenadas de 30° y 40° de escora, o entre la ordenada de 30° y la ordenada de inundación, si ésta fuera menor de 40°, será igual o mayor de 0,030 m / rad. Es decir:

$$bd_{40} - bd_{30} \geq 30mm / rad.$$

$$bd_{\theta_1} - bd_{30} \geq 30mm / rad.$$

6. El área encerrada por la curva de brazos GZ y la ordenada de escora de 30° (brazo dinámico de 30°) será igual o mayor de 0,055 m / rad.

$$bd_{30} = \sum_0^{30} GZ\Delta\theta \geq 55mm / rad.$$

- **Criterio de estabilidad para embarcaciones de recreo (Circular 7/95 de la DGMM y Criterio de la OMI).**

La Circular 7/95 de la DGMM<sup>14</sup> es de aplicación a embarcaciones de recreo de eslora superior a 2,5 mts., y menores de 24 mts, matriculadas en España, y a las de pabellón extranjero explotadas con fines comerciales y que desarrollen su actividad en aguas españolas, proyectadas y destinadas a fines recreativos o deportivos, con independencia de su medio de propulsión. Incluye las embarcaciones alquiladas para desarrollar actividades turístico – marítimas y que transporten menos de 12 pasajeros.

Las embarcaciones de recreo de eslora mayor de 24 mts., y las de eslora menor de 24 mts., que transporten más de 12 pasajeros, se regirán por las disposiciones de la reglamentación de reconocimiento de buques mercantes y normas complementarias de SOLAS en vigor.

En cuanto a las condiciones de estabilidad exigidas para las embarcaciones de recreo dentro de la Circular 7/95, aquellas se dividen en función de su eslora:

<sup>14</sup> Dirección General de la Marina Mercante.

1. Embarcaciones de eslora menor de 6 mts.
2. Embarcaciones de eslora menor de 12 mts.
3. Embarcaciones de eslora mayor o igual a 12 mts.

Así se dan los siguientes criterios:

- Toda embarcación de eslora (L) menor de 6 mts., debe tener flotabilidad suficiente para mantenerse a flote en condiciones de inundación. La embarcación se supone inundada cuando no se puede llenar más con agua sin que rebose.
- La embarcación inundada debe mantenerse a flote, aproximadamente en horizontal, cuando lleve:
  - Todos los tanques de combustible llenos.
  - Lastre de hierro equivalente al 75% del peso del motor.
  - Lastre de hierro equivalente al peso de las baterías<sup>15</sup>.
  - Lastre de hierro equivalente al equipo auxiliar y fijo.
  - Lastre de hierro equivalente al número máximo de personas a embarcar, a razón de 15 Kg por persona autorizada.
  - El lastre sumergido se multiplicará por un factor de corrección.
- Las embarcaciones de eslora (L) inferior a 6 mts., *en condiciones de inundación*, equipadas con los pesos indicados anteriormente y corregidos por inmersión, no pueden zozobrar cuando se cargue un peso escorante en kilos de  $P = 10 + 5N$ ; siendo N = número máximo de personas permitido a bordo; o bien un  $P = 25$  Kg., cuando este valor sea mayor. Los pesos deben ser colocados sobre la regala o suspendidos del costado en la mitad de la eslora de la bañera.
- En la misma condición de inundación, las embarcaciones de vela de eslora menor de 6 mts., en la condición de rosca y sin velas, deben flotar satisfactoriamente y escorarse como máximo hasta que la punta del mástil toque el agua. En las de menos de 300 Kg., el peso en rosca se medirá con la orza izada.
- Estabilidad en estado "intacto" de embarcaciones de eslora inferior a 12 metros:
  - La estabilidad de la embarcación en estado intacto y en condición de desplazamiento en rosca, debe ser tal que no tiene que entrar agua en el interior de la bañera y demás alojamientos, en las embarcaciones en las que el acceso a estos se realiza a lo largo de la borda, con un ángulo de escora que no exceda de los 15°, con un momento escorante causado por un peso, en Kg., de  $P = 20 N$ ; siendo N = número de personas autorizadas), pero no inferior a 40 Kg., colocado a una distancia de  $0,5B$  de la crujía; siendo B la manga, y situado al nivel de la borda, en la sección transversal de máxima manga.
  - Para fijar el número máximo de personas admitidas a bordo, se harán las siguientes comprobaciones en estado intacto:

<sup>15</sup> Será el 50% del peso instalado.

- Para asegurarse que la embarcación no zozobrará, ni sufrirá escora excesiva si todas las personas que se encuentren a bordo se desplazasen hacia el mismo costado, se comprobará que no entra agua al interior de la embarcación, cuando actúa un momento escorante originado por un peso en Kg., igual al producto de 75 por el número de personas admisibles a bordo, dispuesto en el piso de la embarcación, tan alejado de crujía como sea posible, y en ningún caso a una distancia inferior a 0,25B respecto a la línea de crujía.
- El peso escorante en la condición de máximo desplazamiento, deberá situarse a la altura del piso de la embarcación, y distribuirlo de proa a popa en las posiciones que ocuparían las personas a embarcar. Los pesos previstos se colocarán en las posiciones asignadas para dichos accesorios o equipos; en caso de que no tengan un espacio asignado, se colocarán lo más a popa posible.
- Las embarcaciones monocasco a vela, con cubierta, deberán tener un brazo adrizante positivo a 90°, y en esta condición no debe entrar agua a bordo.
- Las embarcaciones de vela de desplazamiento en rosca menor de 300 Kg., deberán tener estabilidad suficiente en la condición de desplazamiento en rosca con la orza izada, de modo que no entre agua a bordo cuando se coloque un peso de 75 Kg., a una distancia de crujía de 0,75B<sub>máx.</sub>, en la zona del mástil, o donde sería natural que pisase una persona al subir a bordo. En las embarcaciones con cubierta, el peso se colocará sobre la misma, y en las embarcaciones sin cubierta, el peso se colocará en el piso.
- La máxima carga se determinará con las siguientes limitaciones:
  - Mínima altura de francobordo requerida.
  - Peso del máximo número de personas admisible a bordo, como se detallará más adelante, a razón de 75 Kg., por persona, más un máximo de 30 Kg., de equipaje por persona, si existe espacio para su estiba, más el peso del combustible, agua y equipos, etc...., y del motor fuera borda si lo hubiese.
  - El desplazamiento de los botes abiertos no debe ser mayor del siguiente valor:  $D = (12 \times L \times B)^{3/2}$ , en Kg., siendo L=eslora y B=manga.
- El máximo número de personas de 75 Kg., de peso permitidas a bordo, se determinará de acuerdo con las siguientes limitaciones:
  - Mínima altura de francobordo requerida.
  - Mínima estabilidad requerida en estado intacto y en inundación.
  - Mínima flotabilidad requerida en condición de inundación.

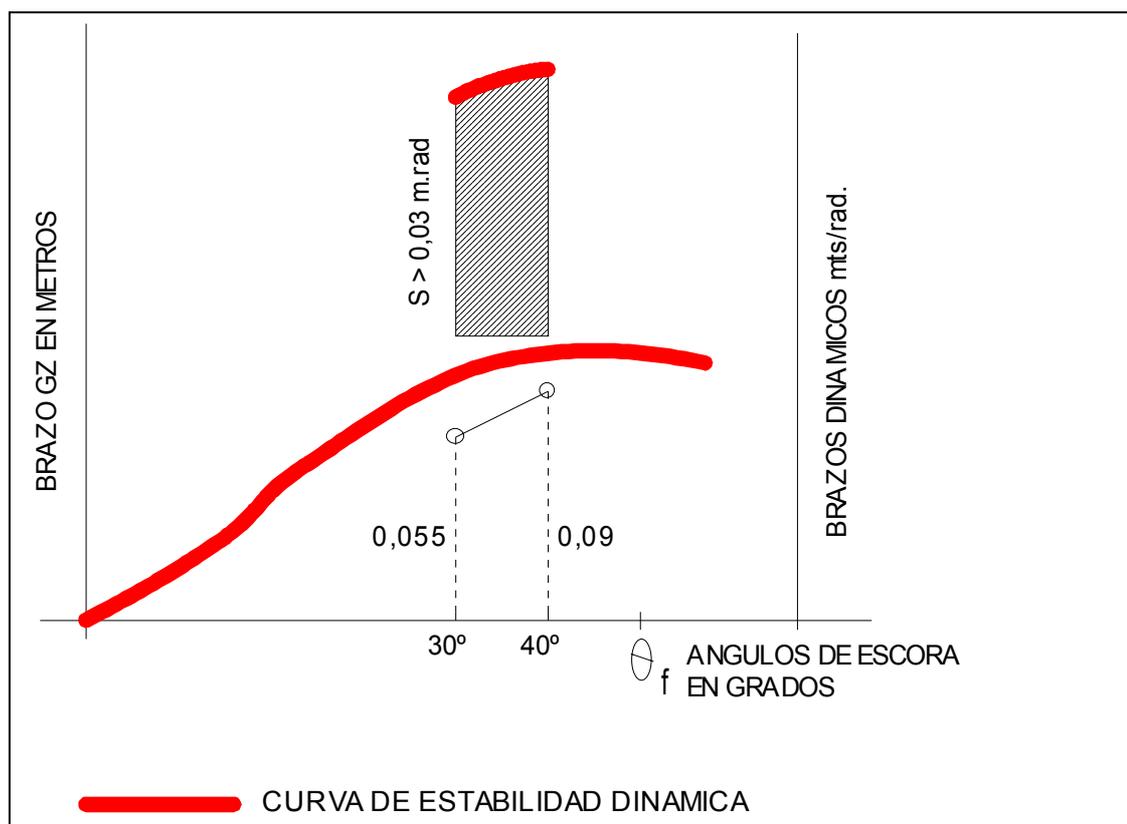
- Número de asientos y acomodación disponibles, considerando un ancho aproximado de asientos de 0,50 mts., y 0,75 mts., de separación entre bancadas.
- Embarcaciones de eslora igual o mayor de 12 metros:
  - La estabilidad de los buques en estado intacto cumplirá los criterios de los buques de pasaje en las cuatro situaciones de carga establecidas para dichos buques.
  - Se realizará una prueba de estabilidad en el prototipo para determinar la posición del centro de gravedad, y se cumplimentará el *Acta de Estabilidad*.

Las condiciones de estabilidad que se detallan a continuación, serán aplicables a buques de carga y pasaje con cubierta, menores de 100 mts., de eslora entre perpendiculares.

Las situaciones de carga que se deben estudiar en los buques de pasaje menores de 100 mts., de eslora, tienen que ver con las condiciones de servicio del buque, considerándose las siguientes:

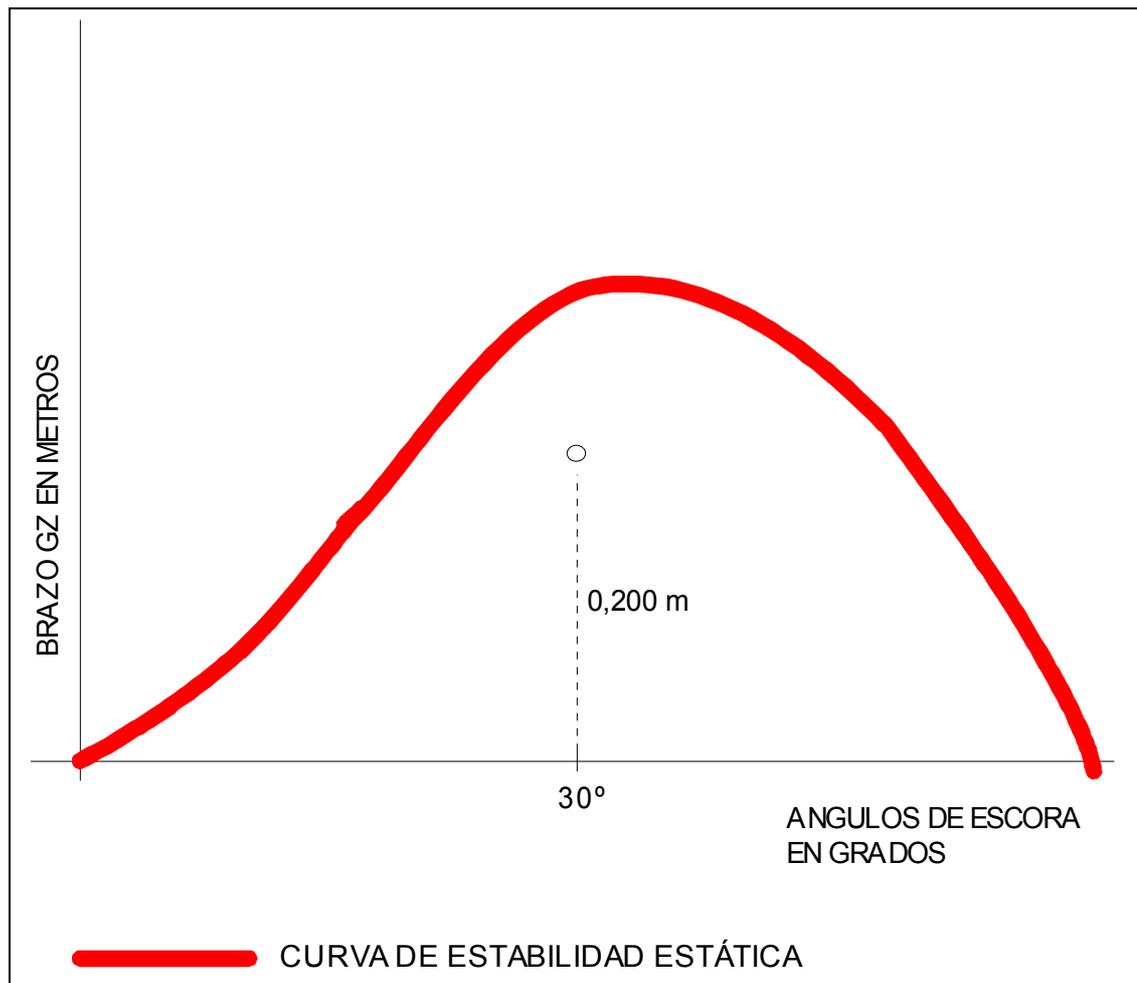
1. Salida de puerto, con el total de la carga, combustible, provisiones, pasajeros y su equipaje:

El criterio de estabilidad que se sigue es que el área que quede por debajo de la curva de brazos adrizantes hasta un ángulo de escora de  $30^\circ$  no será inferior a 0,055 mts.rad., y el área encerrada por esa curva hasta los  $40^\circ$  de escora, o hasta el ángulo de inundación ( $\theta_f$ ) si éste es menor de  $40^\circ$ , no debe ser inferior a 0,09 mts.rad. Además, el área que quede por debajo de la curva de brazos adrizantes entre los ángulos de escora de  $30^\circ$  y  $40^\circ$ , o entre  $30^\circ$  y  $\theta_f$  si este ángulo es menor de  $40^\circ$ , no será nunca inferior a 0,03 mts.rad.



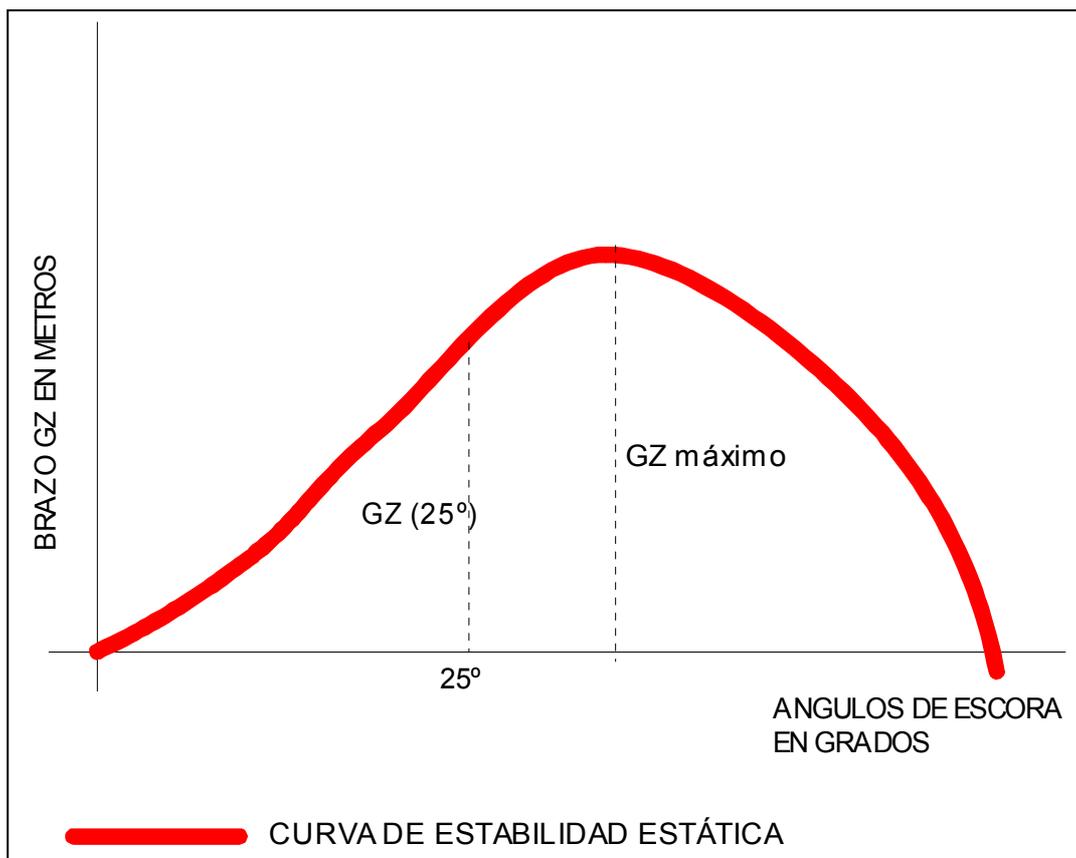
2. Llegada a puerto, con el total de carga y pasajeros con su equipaje y con el 10% del combustible y las provisiones:

El criterio de estabilidad que se sigue es que el brazo adrizante para un ángulo de escora igual o superior a 30° será como mínimo de 0,200 mts.



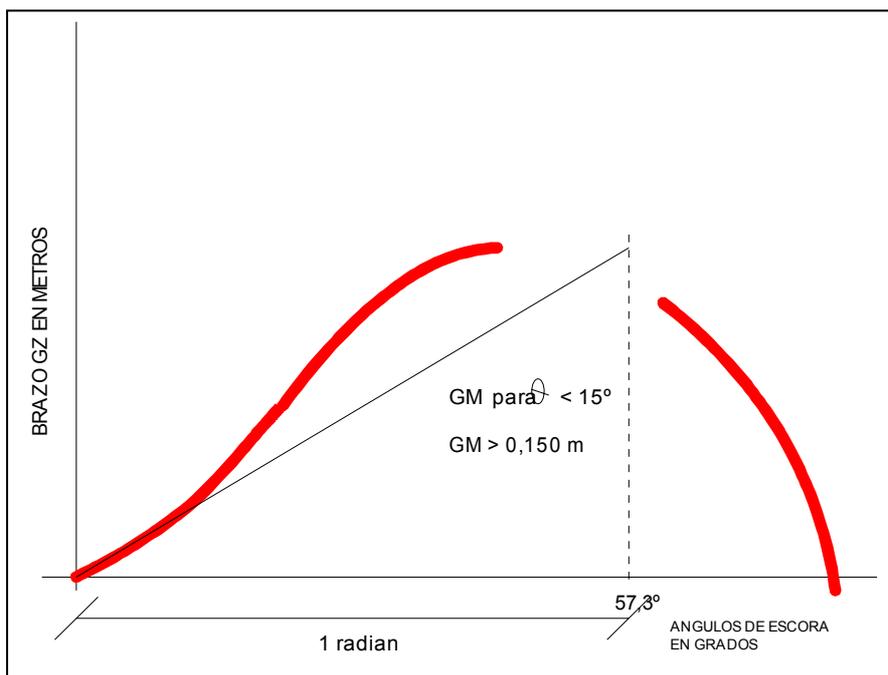
3. Salida de puerto, con el total del combustible, provisiones y pasajeros con su equipaje y sin carga:

El criterio de estabilidad que se sigue es que el brazo adrizante máximo corresponderá a un ángulo de escora nunca inferior a 25°.



4. Llegada a puerto, con el total de pasajeros con su equipaje, sin carga y con el 10% del combustible y de las provisiones:

El criterio de estabilidad que se sigue es que el GM inicial corregido no será nunca inferior a 0,150 mts.



Además de los criterios de estabilidad que han de cumplir las embarcaciones de recreo iguales o mayores de 12 mts., de eslora (o inferiores con más de 12 pasajeros), equivalente a las exigibles para buques de pasaje de eslora inferior a 100 mts., según el estado de servicio en el que se encuentren (puntos 1, 2, 3 y 4 anteriores), como hemos visto antes, deberán también cumplir con los siguientes:

- El ángulo de escora producido por las posiciones más desfavorables de los pasajeros, no debe exceder de los 10°.
- El ángulo de escora producido por efecto de una virada, no debe ser superior a 10°, cuando se emplea la siguiente fórmula de cálculo:

$$M = 0,02 \left( \frac{v}{L} \right)^2 \Delta \left( KG - \frac{d}{2} \right)$$

Siendo:

- M = Momento escorante (Tm x m).  
V = Velocidad (m / seg.).  
L = Eslora en la flotación.  
 $\Delta$  = Desplazamiento (Tm).  
d = Calado medio (m)  
KG = Ordenada del centro de gravedad sobre la quilla.

- **Consideraciones al aplicar los criterios de estabilidad:**

1. En general se hará uso de las curvas hidrostáticas y de los valores KN trazados para el asiento de proyecto, pero en las situaciones en que el asiento calculado de servicio difiera en más de  $0,02E_{pp}^{16}$ , los valores de GZ obtenidos de la curva de estabilidad estática, se disminuirán en 0,02 mts. No obstante, se admitirá el cálculo directo de las curvas de estabilidad para el asiento real. Cuando se considere necesario se exigirá el cálculo directo.
2. En los casos en que el buque pudiera zozobrar por inundación a través de alguna abertura, la curva de estabilidad se interrumpirá en el ángulo de inundación correspondiente a dicha abertura.
3. La altura metacéntrica inicial (GM) y los brazos adrizantes habrán de corregirse por efecto de las superficies libres<sup>17</sup>, como más adelante se indicará.
4. Las curvas de estabilidad se deben dibujar hasta el ángulo de inundación con trazo continuo y a partir de ese punto con trazo discontinuo.
5. El cumplimiento de los criterios de estabilidad no asegura la inmunidad del buque a zozobrar, ni exime al Capitán de sus responsabilidades, relativas a la prudencia,

<sup>16</sup> Epp = eslora entre perpendiculares.

<sup>17</sup> Disminución de estabilidad por aparición de superficies libres.

sentido marineroy atención al estado de la mar, así como previsiones meteorológicas de acuerdo con la zona donde navegue el buque.

6. Todas las puertas de acceso y aperturas a través de las cuales puede entrar agua en el casco, se cerrarán en caso de mal tiempo, conservando cierres y tapas en buen estado.
7. Deberán seguirse las instrucciones relativas al llenado de tanques de lastre en caso de mal tiempo, evitando en la medida de lo posible que los tanques estén parcialmente llenos. Se cerrarán igualmente los dispositivos de aireación y tanques de combustible en caso de mal tiempo.

## 2.5 ESTABILIDAD ESTÁTICA LONGITUDINAL

La *estabilidad longitudinal* es la propiedad o tendencia del buque a recobrar la posición longitudinal que tenía antes de inclinarse longitudinalmente por efecto de las olas, por haber trasladados de pesos en sentido longitudinal, por inundación de un compartimiento, etc.

De un modo análogo a como se definió la estabilidad transversal, vamos a definir la estabilidad longitudinal como la medida del comportamiento del buque para volver a su posición inicial de equilibrio, después de haberse inclinado hacia proa o hacia popa por la acción de fuerzas exteriores.

Si el buque se inclinara en cualquier dirección, que no coincida con los ejes longitudinal o transversal, esta inclinación determinada puede estudiarse suponiendo que es resultado de aplicar en forma combinada las dos inclinaciones fundamentales: transversal y longitudinal.

- **Equilibrio longitudinal del buque:**

Las curvas hidrostáticas dan para cada flotación paralela a la quilla, la posición longitudinal del centro de carena  $C$ , y del centro de flotación  $F$ , referido a la cuaderna maestra  $\otimes$  o a la perpendicular de popa ( $P_{pp}$ ) en algunos casos.

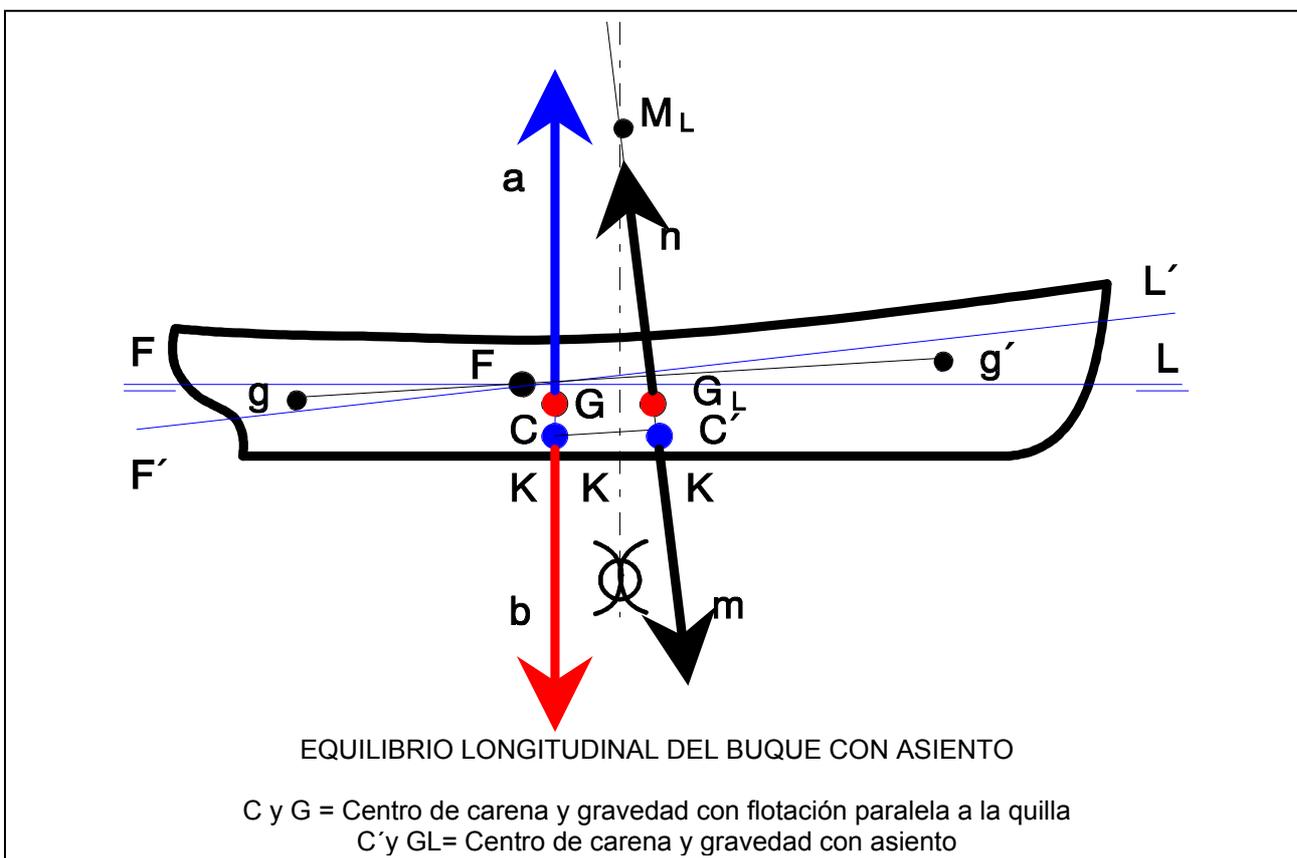
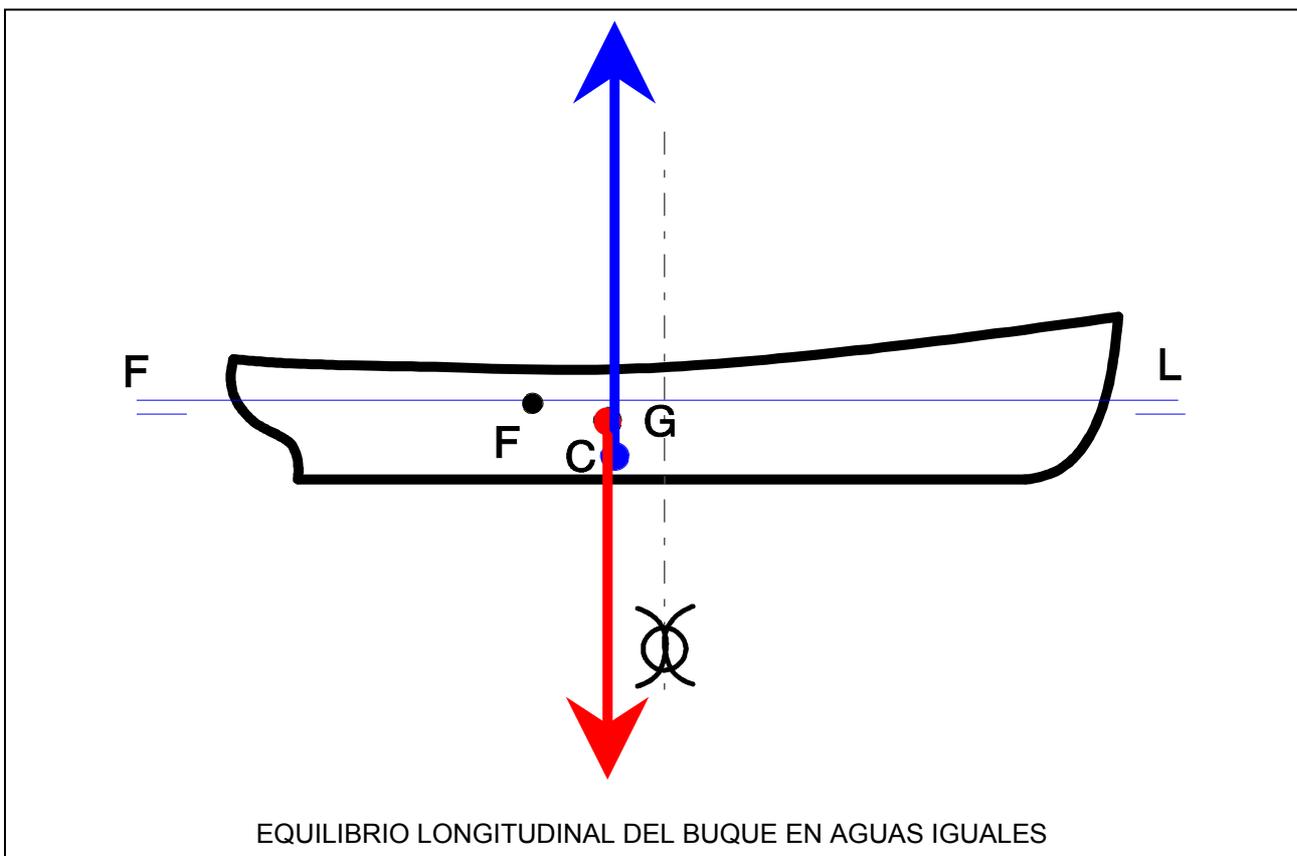
Tomando momentos longitudinales con relación a la  $\otimes$  o a la  $P_{pp}$ , se halla la distancia del centro de gravedad  $G$  a la  $\otimes$  o a la  $P_{pp}$ . Conociéndose entonces para cada flotación paralela a la quilla la posición longitudinal de  $C$  y de  $G$ , con relación a la maestra o a la perpendicular de popa, según el caso.

Consideremos ahora el buque con igual calado a proa que a popa, en la flotación  $FL$ , paralela a la quilla. El punto  $F$  es el centro de flotación y  $C$  el centro de carena para este calado, deducida su posición de las hidrostáticas. Nos cabe preguntar: ¿Dónde se hallará longitudinalmente el centro de gravedad  $G$ ?

La solución es inmediata: en la misma vertical de  $C$ , ya que de no ser esto cierto, estas dos fuerzas harían girar el barco hasta que ambas estuvieran en la misma vertical y el barco en equilibrio. Pero como el barco ya estaba en equilibrio con la flotación paralela a la quilla, ello indica que ambas están en la misma vertical, verificándose que  $\otimes G = \otimes C$  (de las hidrostáticas).

En el caso más frecuente de no tener el buque los calados de proa y de popa iguales, la flotación  $F'L'$  no es paralela a la quilla; ello está motivado por no hallarse  $G$  en la vertical de  $C$ , perteneciente a la flotación  $FL$  paralela a la quilla, sino en otra posición  $G_L$ . Podemos suponer que al trasladarse el centro de gravedad  $G$  hasta  $G_L$ , el buque pasó de la flotación primitiva  $FL$  a otra flotación  $F'L'$ , tal que la vertical del nuevo centro de carena,  $C'$ , correspondiente al volumen limitado por la nueva flotación pasa por la vertical de  $G_L$ . Del mismo modo, como se expuso, el centro de carena primitivo,  $C$ , estaba sobre la misma

vertical del primitivo centro de gravedad, G, la flotación era paralela a la quilla y G estaba longitudinalmente a la misma distancia de la maestra que C, por estar en la misma vertical.



Resumiendo:

1. Si el buque está en equilibrio con un cierto desplazamiento D y no tiene asiento: La flotación FL es paralela a la quilla, las verticales que pasan por el centro de carena y por el centro de gravedad están confundidas, por estar el buque en equilibrio; hallándose ambas sobre la misma vertical  $aGcb$  e igualmente separadas de la maestra  $\otimes$ , verificándose entonces:  $\otimes G = \otimes C$ , (1) hallando  $\otimes C$  en las hidrostáticas entrando con D.
2. Considerando el buque en otra posición de equilibrio para el mismo desplazamiento D con un asiento A: El nuevo centro de carena  $C'$  y el nuevo centro de gravedad  $G_L$  también se hallan sobre la nueva vertical  $nG_L C'm$  verificándose aproximadamente<sup>18</sup>:

$$GG_L = CC' = CG_L \quad (2)$$

Siendo:

$$GG_L = PppG_L - PppG$$

y teniendo en cuenta los signos, resulta:

$$GG_L = \otimes G_L - \otimes G$$

Teniendo en cuenta (1) y (2), será:

$$CG_L = \otimes G_L - \otimes C$$

de donde:

$$\otimes G_L = \otimes C + CG_L$$

Siendo:

$CG_L$  = Brazo longitudinal =  $GG_L$

$\otimes G_L$  = Distancia del G del buque a la maestra para el desplazamiento dado, y la flotación con asiento, hallándose  $\otimes G_L$  por el cuadro de momentos.

$\otimes C$  = Distancia del centro de carena a la maestra para el desplazamiento dado y la flotación sin asiento.<sup>19</sup>

<sup>18</sup> Con la suficiente aproximación para los efectos prácticos.

<sup>19</sup> En todo este estudio ha de entenderse por el brazo  $CG_L$ , para un desplazamiento y asiento dados, la distancia longitudinal que existe entre el centro de carena C, para ese desplazamiento sin asiento, y la posición longitudinal  $G_L$ , del centro de gravedad del buque, para dicho desplazamiento con el asiento dado ( $GG_L$ ).

- **Par de estabilidad longitudinal:**

El buque que se muestra en la figura a continuación, se encuentra en la flotación FL (que para mayor generalidad no es paralela a la quilla). Como ya hemos visto, C y G están sobre la misma vertical, ya que el buque está inicialmente en equilibrio, actuando el empuje del agua en C y el peso del buque en G sobre la vertical GCK, que es perpendicular a la flotación FL. Si en estas condiciones el buque se inclina longitudinalmente por la actuación de una fuerza exterior (mar, viento, etc.), aquél gira sobre un eje transversal que pasa por el centro de flotación F, adquiriendo una nueva flotación F'L', con lo que el centro de carena C' es el nuevo centro de gravedad del volumen sumergido, siendo:

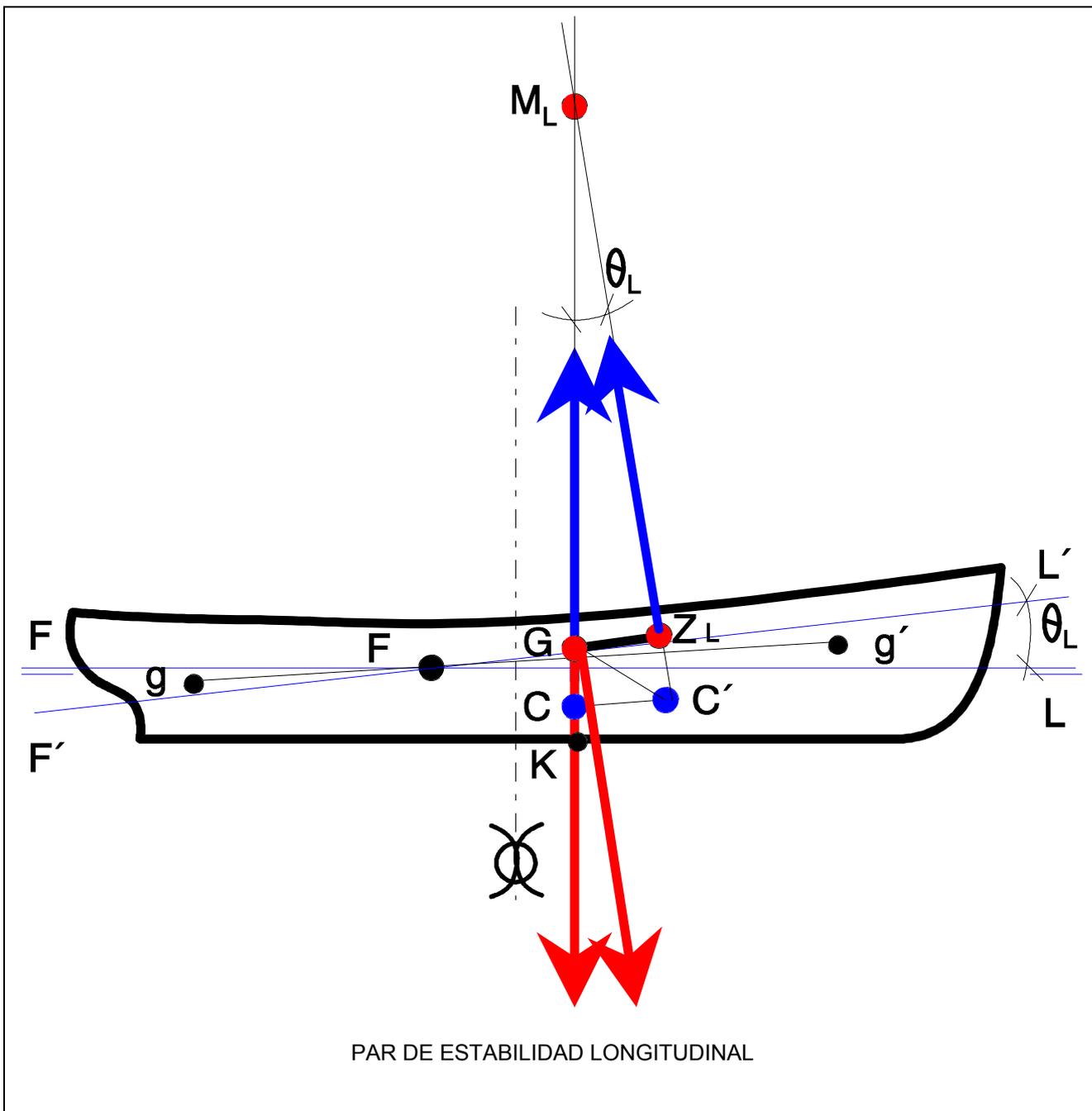
$$CC' = \frac{V_c g g'}{V_s}$$

y paralelo a  $g g'$ , actuando el empuje del agua en el nuevo centro de carena C', mientras que el desplazamiento del buque continua actuando en el mismo punto G, ya que los pesos no se han movido a bordo.

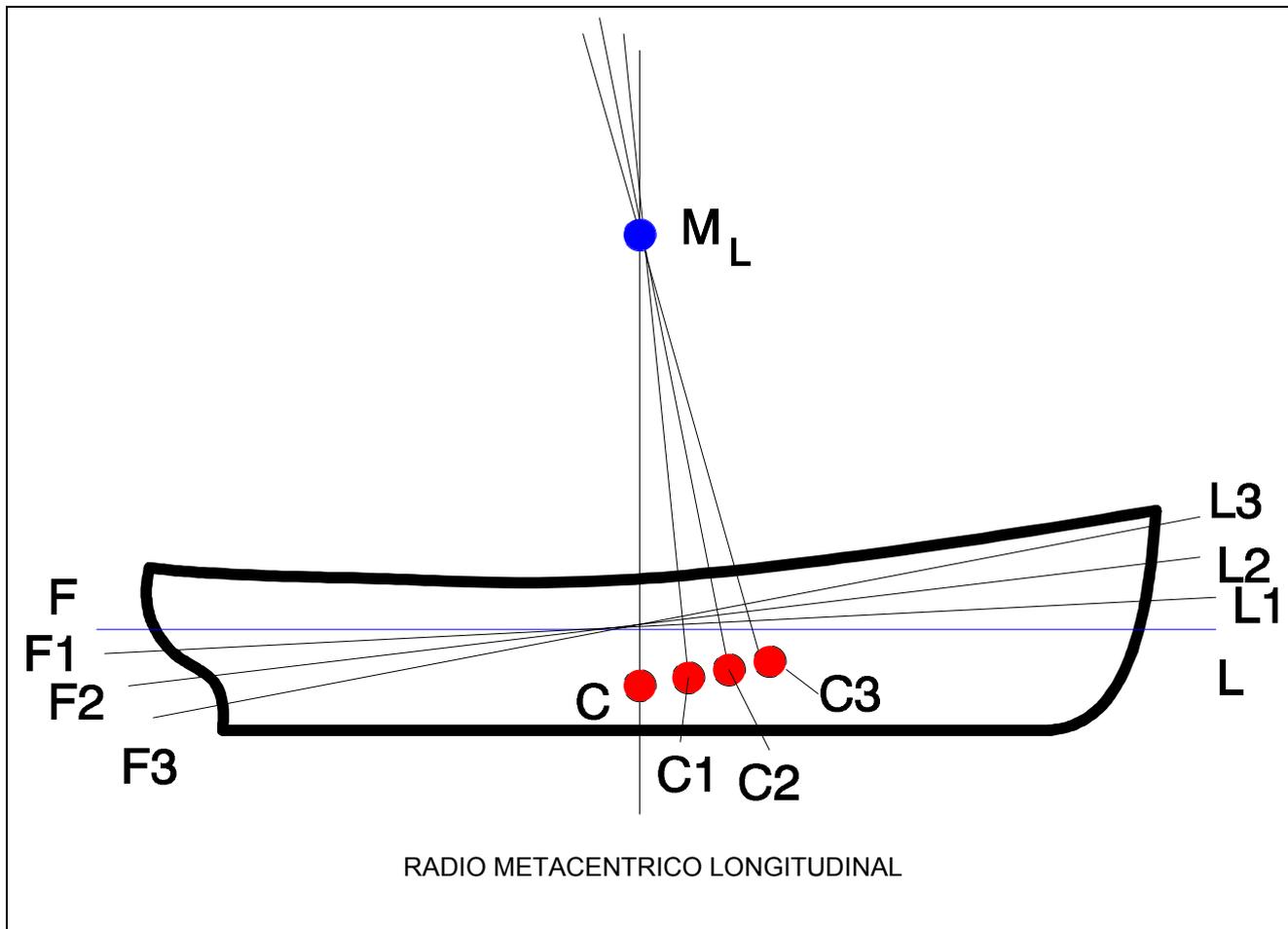
Tener en cuenta la diferencia con el apartado anterior; ya que ahora el buque deja de estar en equilibrio formándose entonces un par de fuerzas: el peso, que actúa en G que no se movió, y el empuje del agua, que actúa en el nuevo centro de carena C', centro de gravedad del nuevo volumen sumergido. Este nuevo par de fuerzas se denomina par de estabilidad longitudinal, de brazo  $GZ_L$ . El par de estabilidad longitudinal es, por tanto, la perpendicular trazada desde G a la nueva vertical C'M<sub>L</sub>. Esta nueva vertical de C' corta a la vertical del C primitivo en M<sub>L</sub>, o dicho de otro modo, el empuje actual y el primitivo se cortan en el *metacentro longitudinal* M<sub>L</sub>.

Emplearemos la siguiente nomenclatura para el estudio del par de estabilidad longitudinal:

G	= Centro de gravedad del buque
C	= Centro de carena
C'	= Centro de carena trasladado
F	= Centro de flotación
M <sub>L</sub>	= Metacentro longitudinal
GM <sub>L</sub>	= Altura metacéntrica longitudinal
CM <sub>L</sub>	= Radio metacéntrico longitudinal = R
GZ <sub>L</sub>	= Brazo del par de estabilidad longitudinal
KM <sub>L</sub>	= Altura del metacentro longitudinal sobre la quilla
KG	= Altura del centro de gravedad
KC	= Altura del centro de carena



Cuando las inclinaciones son infinitamente pequeñas se formarán nuevos centro de carena en C, C1, C2, C3. Los empujes aplicados en cada uno de esos nuevos centros de carena se cortan en un punto denominado  $M_L$  (*metacentro longitudinal*), siendo  $CM_L$  el *radio metacéntrico longitudinal*. Para inclinaciones longitudinales pequeñas, de hasta  $6^\circ$  u  $8^\circ$  los valores de  $CM_L$  casi no varían ya que la inercia longitudinal del buque no varia.



El par de estabilidad longitudinal es un par de fuerzas, el desplazamiento  $D$  actuando en  $G$  y el empuje  $E$ , actuando en  $C'$ , con brazo  $GZ_L$ , y que tiene por valor:

$$\text{Fuerza} \times \text{brazo} = D \bullet GZ_L$$

Donde el brazo  $GZ_L$  es cateto del triángulo  $M_L GZ_L$ , que es rectángulo en  $Z_L$  y el ángulo en  $M_L$  es igual a  $\theta_L$ , inclinación longitudinal del buque.

Teniendo en cuenta lo anterior:

$$GZ_L = GM_L \text{sen} \theta_L$$

Por lo que el valor del par de estabilidad longitudinal será:

$$D \bullet GZ_L = D \bullet GM_L \text{sen} \theta_L$$

En donde:

$$GM_L = KM_L - KG$$

y se denomina *altura metacéntrica longitudinal*, que es la distancia vertical entre el centro de gravedad del buque y el metacentro longitudinal.

La expresión anterior de la altura metacéntrica se puede expresar también:

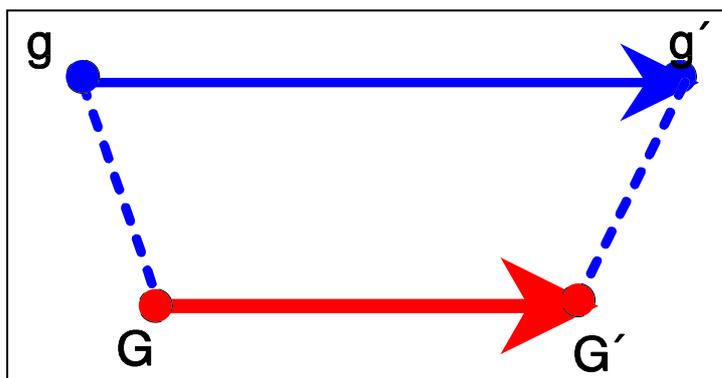
$$GM_L = KM_L - KG = KC + CM_L - KG$$

## 2.6 VARIACION DEL CENTRO DE GRAVEDAD “G” DE UN BARCO POR TRASLADO DE PESOS

Supongamos que, dentro del buque, trasladamos un peso que podemos denominar “p”, de una posición inicial “g” a otra posición distinta dentro del buque que denominaremos “g”.

El centro de gravedad del buque “G”, como consecuencia del traslado del peso “p”, se trasladará, también, paralelamente a la dirección “gg’”, una distancia “GG’”, que podemos calcular analíticamente mediante la formula:

$$GG' = \frac{p \times gg'}{D}$$



El movimiento del centro de gravedad del buque, GG’, en cualquier dirección se puede descomponer sobre los ejes X, Y, Z según podemos ver en la figura, lo que a efectos del buque supondrá, por tanto, una variación de la posición del centro de gravedad respecto al

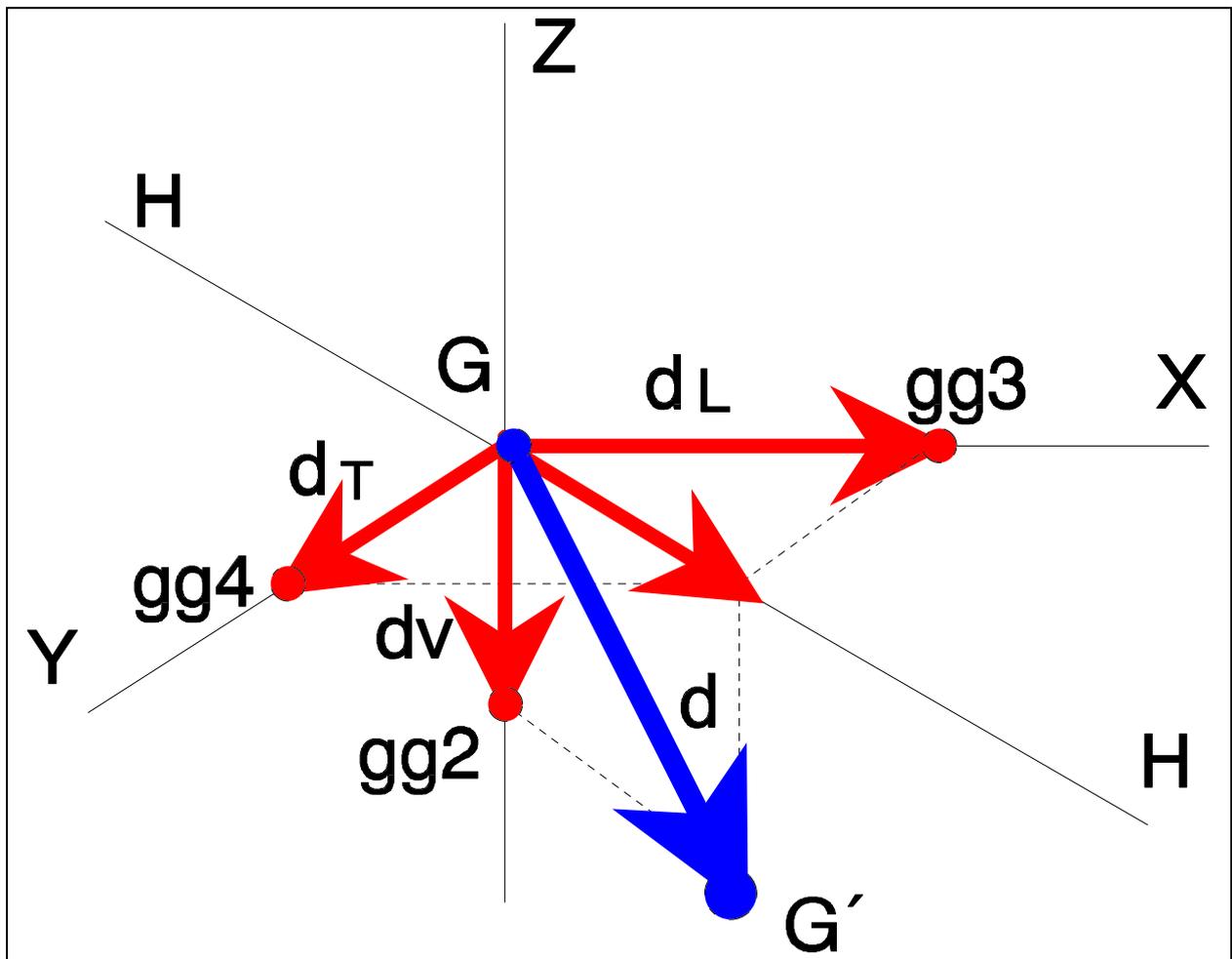
plano de la quilla (KG), respecto al plano de la cuaderna maestra ( $\otimes$  G) y respecto al plano

de crujía  $\oplus$  G, los tres ejes de referencia considerados a bordo.

Mediante las siguientes fórmulas, analíticamente, podemos determinar la variación del

centro de gravedad en los tres ejes considerados X, Y, Z (KG,  $\otimes$  G,  $\oplus$  G).

$$GG_2 = \frac{p \times gg_2}{D} \quad GG_3 = \frac{p \times gg_3}{D} \quad GG_4 = \frac{p \times gg_4}{D}$$



Para calcular el nuevo centro de gravedad del buque después de efectuar un traslado de pesos utilizaremos un cuadro en el que expresaremos todos los cambios que se han producido a bordo, descomponiendo la distancia de traslado del peso sobre los tres ejes considerados del buque, teniendo en cuenta que el desplazamiento total del buque no varía ya que no se ha cargado ni descargado ningún peso a bordo y teniendo en cuenta la regla de signos ya estudiada sobre los distintos ejes, a saber:

- **En sentido vertical:** Habíamos considerado que el origen estaba en el plano de quilla o línea de base (K), los signos de esta coordenada (KG) son siempre positivos, pero cuando trasladamos el peso hacia abajo, es decir, en la dirección de la quilla (K), el signo de la distancia vertical trasladada es negativo y cuando trasladamos el peso hacia arriba, es decir en dirección contraria a la quilla (K), el signo es positivo. Esto es lógico ya que cuando trasladamos el peso hacia arriba, el centro de gravedad del buque se trasladará también hacia arriba, con lo que aumentará el valor de KG final. Lo contrario sucederá cuando trasladamos el peso hacia abajo.
- **En sentido longitudinal:** Habíamos considerado que las coordenadas a proa de la maestra eran negativas y a popa de la maestra eran positivas; por tanto cuando trasladamos un peso hacia proa, el signo de la distancia longitudinal trasladada es negativo y cuando trasladamos el peso hacia popa el signo de la distancia longitudinal trasladada es positivo. La lógica del razonamiento sigue las mismas pautas que en el caso anterior.
- **En sentido transversal:** Habíamos considerado que la coordenadas a estribor de la línea de crujía eran positivas y a babor eran negativas; por lo tanto cuando trasladamos un peso hacia estribor, el signo de la distancia transversal trasladada es positivo y cuando lo hacemos a babor el signo de la distancia transversal trasladada es negativo. La lógica del razonamiento sigue las mismas pautas que en el primer caso.

Se tratará de determinar los momentos verticales, longitudinales y transversales producidos por el traslado del peso, sabiendo que el momento producido será igual al peso trasladado por la distancia de traslado.

Teniendo en cuenta lo anterior, podemos conformar el siguiente cuadro de traslado de pesos a bordo:

COORDENADAS CENTRO DE GRAVEDAD (TRASLADO DE PESOS)										
DESIGNACION	Peso (Tm)	Dist. Vertical (dv)	Momentos verticales		Dist. Longit. (dl)	Momentos Longitudin.		Dist. Transv (dt)	Momentos Transvers.	
			+	-		+	-		+	-
Desplazamiento	D	KGo	DKGo		$\otimes$ Go <sup>20</sup>	$\mathbf{D} \otimes$ Go		<sup>21</sup>		
Peso trasladado (arriba, Pr, Er)	P1	+ dv1	P1dv1		- dL1		P1dL1	+ dt1	P1dt1	
Peso trasladado (abajo, Pp, Br)	P2	- dv2		P2dv2	+ dL2	P2dL2		- dt2		P2dt2
Peso trasladado (arriba, Pp, Br)	P3	+ dv3	P3dv3		+ dL3	P3dL3		- dt3		P3dt3
<b>TOTALES</b>	<b>D</b>	<b>KG1</b>	<b><math>\Sigma</math> Mtos. Verticales</b>		<b><math>\otimes</math> G1</b>	<b><math>\Sigma</math> Mtos. Longit.</b>		<b><math>\mathcal{C}</math>G1</b>	<b><math>\Sigma</math> Mtos. Transv.</b>	

<sup>20</sup> Suponemos que la coordenada del centro de gravedad del buque, antes del traslado del peso, se encuentra a popa de la maestra, por lo que es de signo positivo.

<sup>21</sup> Suponemos que antes de trasladar el peso, el buque se encuentra adrizado, por lo que la coordenada del centro de gravedad con respecto a la línea de crujía es cero

Obteniéndose las nuevas coordenadas del centro de gravedad del buque, después del traslado, de las siguientes expresiones:

$$KG_1 = \frac{\sum \text{Mtos. Verticales}}{D} \quad \otimes G_1 = \frac{\sum \text{Mtos. Long.}}{D} \quad \mathcal{E}G_1 = \frac{\sum \text{Mtos. Trans.}}{D}$$

## 2.7 VARIACION DEL CENTRO DE GRAVEDAD “G” DE UN BARCO POR CARGA O DESCARGA DE PESOS

En la carga o descarga de pesos a bordo trabajaremos siguiendo pautas similares a las vistas anteriormente.

Evidentemente al cargar o descargar un peso a bordo se modificará el centro de gravedad del barco y además se producirá un aumento del desplazamiento (carga) o una disminución de aquél (descarga).

Podremos, por tanto, considerar la carga o la descarga de un peso a bordo, y la variación de la posición del centro de gravedad del buque debida a dicha carga o descarga, como un movimiento del centro de gravedad inicial del buque con respecto a los tres ejes de referencia considerados, vertical, longitudinal y transversal.

De esta forma, podremos servirnos de un cuadro semejante al utilizado para el traslado de pesos.

COORDENADAS CENTRO DE GRAVEDAD (CARGA/DESCARGA DE PESOS)										
DESIGNACION	Peso (Tm)	Dist. Vertical (kg)	Momentos verticales		Dist. Longit. ( $\otimes$ g)	Momentos Longitudin.		Dist. Transv ( $\mathcal{E}$ g)	Momentos Transvers.	
			+	-		+	-		+	-
Desplazamiento	D	KGo	DKGo		$\otimes$ Go <sup>22</sup>	D $\otimes$ Go		<sup>23</sup>		
Peso cargado (Pr, Er)	P1	kg1	P1kg1		-- $\otimes$ g1		P1 $\otimes$ g1	$\mathcal{E}$ g <sub>1</sub>	P1 $\mathcal{E}$ g <sub>1</sub>	
Peso cargado (Pp, Br)	P2	Kg2	P2kg2		+ $\otimes$ g2	P2 $\otimes$ g2		-- $\mathcal{E}$ g <sub>2</sub>		P2 $\mathcal{E}$ g <sub>2</sub>
Peso descargado (Pr, Br)	--P3	Kg3		P3kg3	-- $\otimes$ g3	P3 $\otimes$ g3		-- $\mathcal{E}$ g <sub>3</sub>	P3 $\mathcal{E}$ g <sub>3</sub>	
Peso descargado (Pp, Er)	--P4	Kg4		P4kg4	$\otimes$ g4		P4 $\otimes$ g4	$\mathcal{E}$ g <sub>4</sub>		P4 $\mathcal{E}$ g <sub>4</sub>
<b>TOTALES</b>	<b>D<sub>T</sub></b>	<b>KG<sub>f</sub></b>	<b><math>\sum</math> Mtos. Verticales</b>		<b><math>\otimes</math> G<sub>f</sub></b>	<b><math>\sum</math> Mtos. Longit.</b>		<b><math>\mathcal{E}</math>G<sub>f</sub></b>	<b><math>\sum</math> Mtos. Transv.</b>	

<sup>22</sup> Suponemos que la coordenada del centro de gravedad del buque, antes la carga o descarga del peso, se encuentra a popa de la maestra, por lo que es de signo positivo.

<sup>23</sup> Suponemos que antes de cargar o descargar el peso, el buque se encuentra adrizado, por lo que la coordenada del centro de gravedad con respecto a la línea de crujía es cero.

El cálculo final de las coordenadas del centro de gravedad resultante se realiza de forma análoga al ya visto para el traslado de pesos, sabiendo que ahora:

$$D_T = D + p_1 + p_2 - p_3 - p_4$$

Por lo que:

$$KG_f = \frac{\sum \text{Mtos. Verticales}}{D_T} \quad \otimes G_f = \frac{\sum \text{Mtos. Long.}}{D_T}$$

$$\text{⊗} G_f = \frac{\sum \text{Mtos. Trans.}}{D_T}$$

Es conveniente observar las diferencias existentes entre el cuadro de traslado de pesos y el correspondiente de carga o descarga.

En el cuadro de carga o descarga nosotros conocemos las coordenadas del centro de gravedad inicial del buque, conocemos las coordenadas del centro de gravedad del peso cargado o descargado y debemos calcular las coordenadas del centro de gravedad final del buque.

En el cuadro de traslado de pesos lo que conocemos es la distancia vertical, longitudinal y transversal que hemos trasladado el peso, conocemos la posición inicial del centro de gravedad del buque y debemos calcular las coordenadas finales del mismo. Esto no debe llevarnos a duda ya que el traslado de un peso es similar a una descarga del peso del lugar donde lo quitamos y una carga del mismo en el sitio donde lo ponemos. Que quiere decir esto, que las distancias verticales, longitudinales y transversales trasladadas se hayan por diferencia entre la coordenadas que tenía el peso de donde lo quitamos y las coordenadas que tendrá el peso donde lo ponemos.

También, y abundando en lo mismo, podemos considerar una carga de un peso a bordo como una carga en el centro de flotación ( $F$ ) del buque y posteriormente un traslado al punto deseado. Análogamente, podemos considerar una descarga de un peso a bordo como un traslado del peso al centro de flotación ( $F$ ) del buque y posteriormente una descarga desde el citado centro de flotación.

En cualquier caso, el signo de la variación producida por la carga o descarga de un peso, sobre la posición inicial del centro de gravedad del buque será el deducido de los cuadros anteriores, recomendándose comprobar las variaciones de los momentos y su signo.

## 2.8 INFLUENCIA DEL TRASLADO DE PESOS EN LA ESTABILIDAD ESTÁTICA TRANSVERSAL

- **Traslado vertical de pesos**

Ya sabemos que el hecho de trasladar un peso, en el buque, en sentido vertical dará lugar a una variación del centro de gravedad del barco en el sentido del traslado y una distancia proporcional al peso trasladado.

Esta variación del centro de gravedad tendrá como consecuencia una variación del brazo de estabilidad estática transversal (GZ), el cual aumentará o disminuirá dependiendo de que el traslado del peso sea hacia arriba (disminución de GZ) o hacia abajo (aumento de GZ).

Suponiendo que la nueva posición del centro de gravedad sea  $G'$ , tendremos que:

$$GG' = \frac{p * dv}{D}$$

Donde:

- $GG'$  = traslado del centro de gravedad del buque (de G a  $G_1$ ) por efecto del traslado de pesos.
- P = peso trasladado.
- dv = distancia vertical de traslado.
- D = desplazamiento del buque.

Recordando lo estudiado acerca de los condicionantes de la estabilidad, tenemos:

- Si el traslado del peso es hacia abajo, el centro de gravedad también se traslada hacia abajo por lo que aumenta la altura metacéntrica lo que da lugar a un aumento del brazo del par de estabilidad.

$$KG > KG' \rightarrow GM < G'M \rightarrow GZ < GZ'$$

- Si el traslado del peso es hacia arriba, el centro de gravedad también se traslada hacia arriba por lo que disminuye la altura metacéntrica lo que da lugar a una disminución del brazo del par de estabilidad.

$$KG < KG' \rightarrow GM > G'M \rightarrow GZ > GZ'$$

De la figura que sigue podemos deducir el valor del aumento o disminución del brazo GZ:

$$G'Z' = GZ \pm GA$$

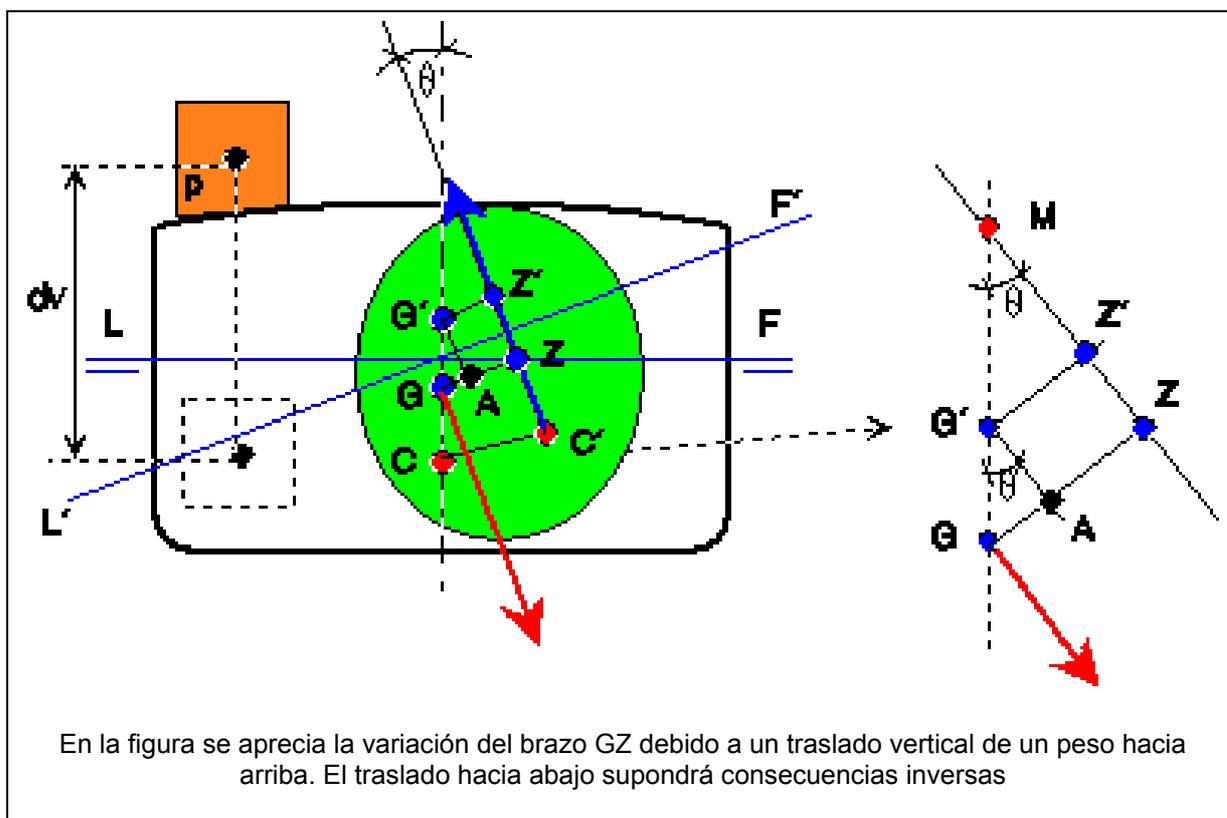
Siendo:

$$GA = \pm GG' \cdot \text{sen} \theta \quad (1)$$

Por lo que el nuevo valor del brazo del par de estabilidad estática transversal, después del traslado del peso, será:

$$G'Z' = GZ \pm GG' \cdot \text{sen} \theta \quad (2)$$

El signo será positivo (+) cuando el traslado del peso es hacia abajo y negativo (-) cuando el traslado del peso es hacia arriba.



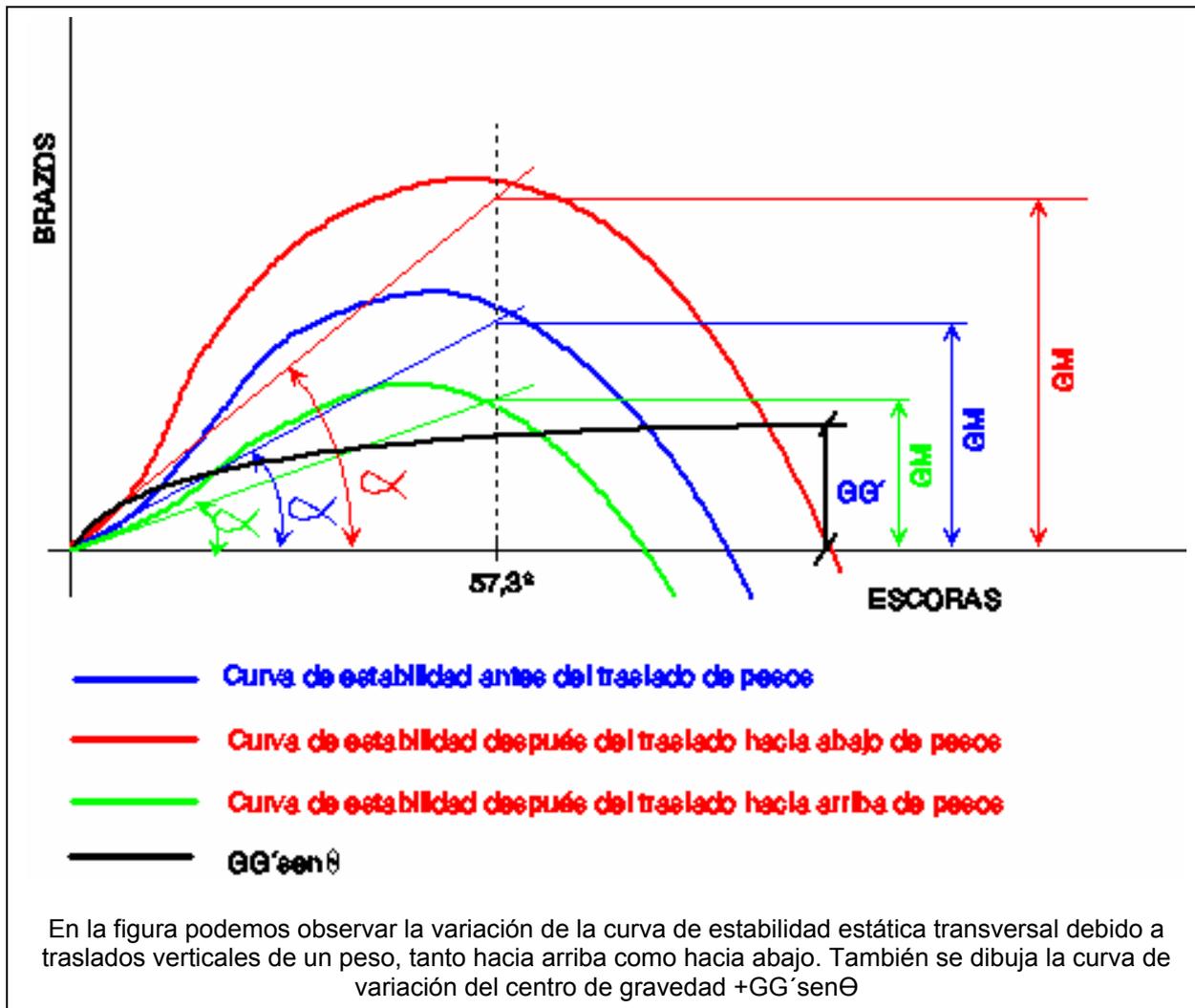
En la figura anterior se dibuja un traslado vertical hacia arriba, con una disminución de la altura metacéntrica y por lo tanto una disminución del brazo GZ que deriva en una disminución, también, de la estabilidad. Es decir, en esa figura, la expresión (1) sería:

$$- GG' \cdot \text{sen} \theta$$

Por lo que la expresión (2), del brazo del par, sería:

$$G'Z' = GZ - GG' \cdot \text{sen} \theta$$

Se deja como ejercicio al alumno el determinar el gráfico y la expresión del brazo GZ para un traslado de pesos hacia abajo.



Por tanto, la tabla para el cálculo de GZ después de un traslado vertical de pesos a bordo, sería:

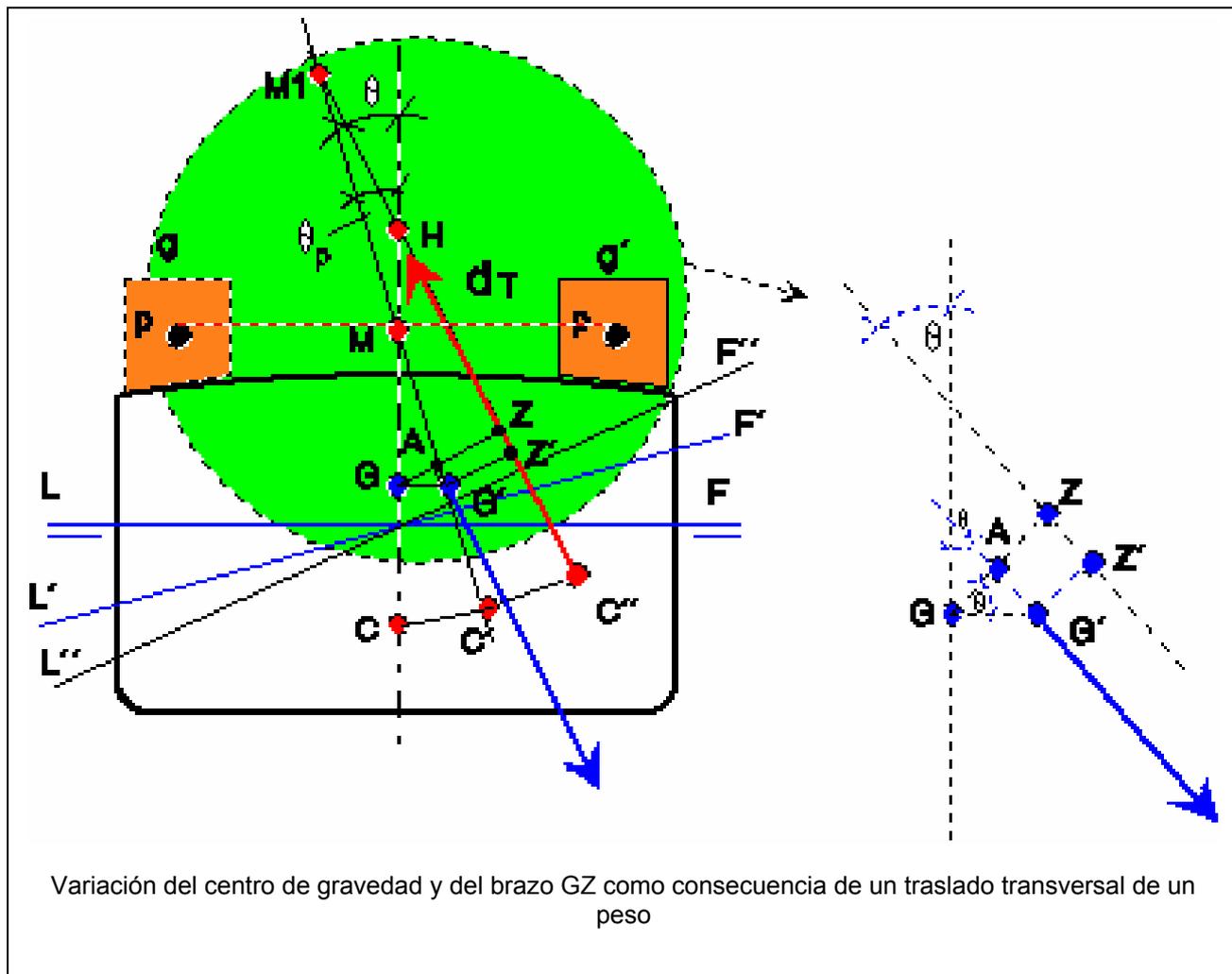
Escoras	10°	20°	30°	40°	60°	80°
GZ						
$GG'sen\theta$						
$G'Z'$						

Fácil de completar una vez que hallemos el traslado vertical del centro de gravedad ( $GG'$ ).

- **Traslado transversal de pesos**

Al trasladar un peso del punto (g) al punto (g') se produce una variación del centro de gravedad del buque en el mismo sentido del traslado del peso y proporcional al peso

trasladado. De esta forma, el centro de gravedad del buque (G) pasará a la posición (G') y aparecerá una escora permanente  $\Theta$ .



En la figura podemos observar un traslado transversal de un peso (p) desde la posición (g) a la posición (g'). Esto producirá un traslado proporcional del centro de gravedad del barco de G a G' y una escora permanente  $\Theta$ , pasando el buque de la flotación FL a la F'L'.

Para comprobar los efectos que este traslado tiene sobre la estabilidad del buque, inclinémoslo debido a una fuerza externa (olas, viento, etc), pasándolo a la flotación F''L''. Es entonces cuando podremos observar la disminución del brazo del par de estabilidad que ha pasado de GZ a G'Z'.

La traslación transversal del centro de gravedad será:

$$GG' = \frac{p \cdot dt}{D}$$

Para hallar la escora permanente provocada por el traslado del peso, haremos:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{GG'}{GM} \Rightarrow GM \cdot \operatorname{tg} \theta = GG' \Rightarrow GM \cdot \operatorname{tg} \theta = \frac{p \cdot dt}{D}$$

Luego:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{p \cdot dt}{D \cdot GM}$$

Expresión que nos proporciona el ángulo de escora permanente provocada por el traslado transversal de pesos.

El brazo GZ disminuirá en un valor GA por lo que:

$$G'Z' = GZ - GA$$

Siendo ahora:

$$GA = GG' \cdot \cos \theta$$

Por lo tanto, el nuevo brazo del par después del traslado será:

$$G'Z' = GZ - GG' \cdot \cos \theta$$

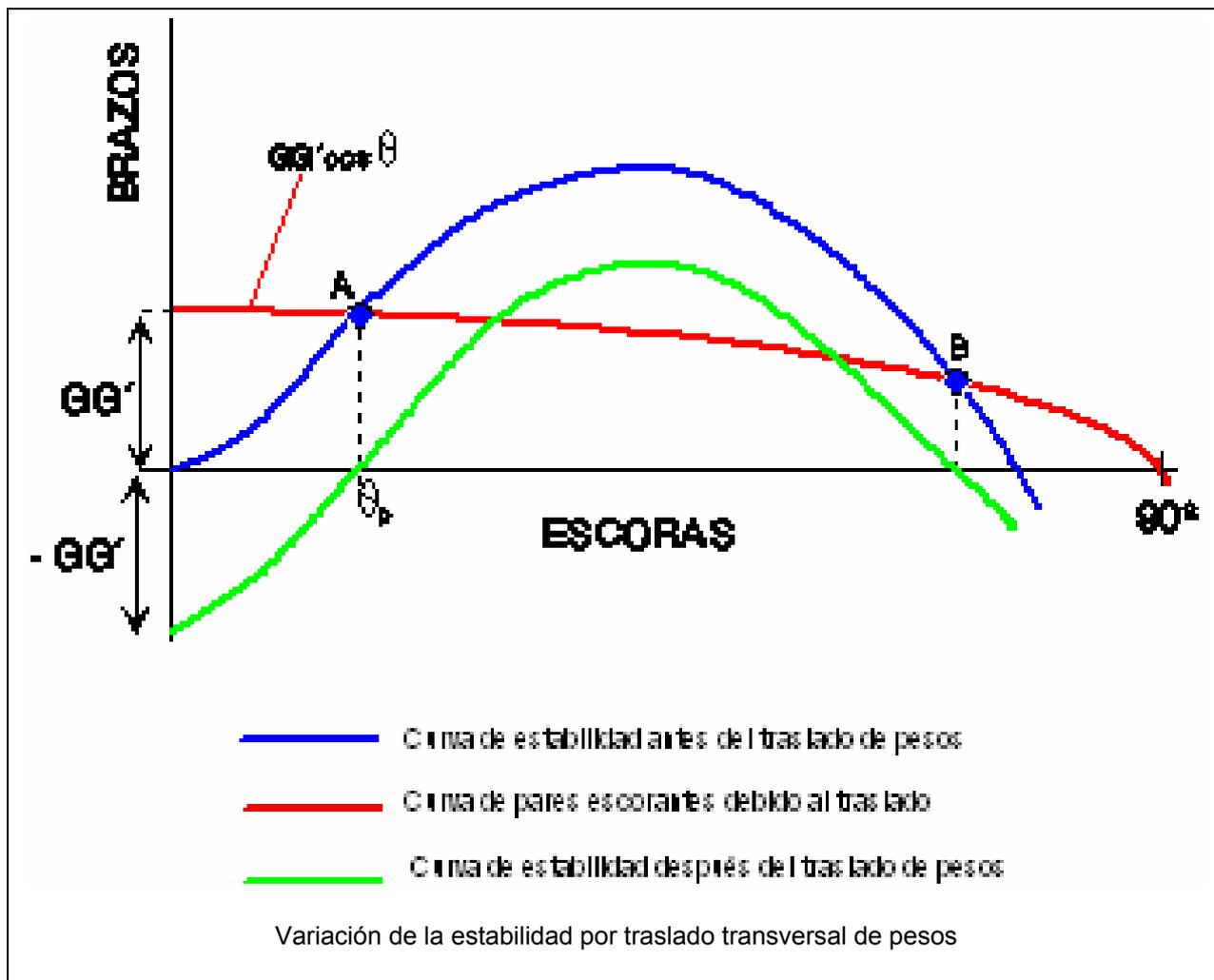
En este caso como vemos siempre se produce una disminución del brazo adrizante, debido a la escora permanente.

La curva de estabilidad estática transversal después del traslado se verá disminuida, con respecto a la que tenía el buque antes del mismo, en una cantidad  $GG' \cdot \cos \theta$ .

En la figura que sigue podemos ver representadas las curvas de estabilidad antes y después del traslado de pesos, así como la curva de los pares escorantes debido al traslado ( $GG' \cdot \cos \theta$ ).

Se determinan, también en la gráfica, el ángulo de escora permanente y el ángulo crítico por corte de la curva de pares escorantes con la curva de brazos adrizantes.

La curva en azul representa los brazos GZ antes del traslado. La curva en rojo representa los brazos escorantes y la curva en verde representa la curva de brazos adrizantes después del traslado (hallada mediante la diferencia entre la curva GZ y la curva  $GG' \cdot \cos \theta$ ).



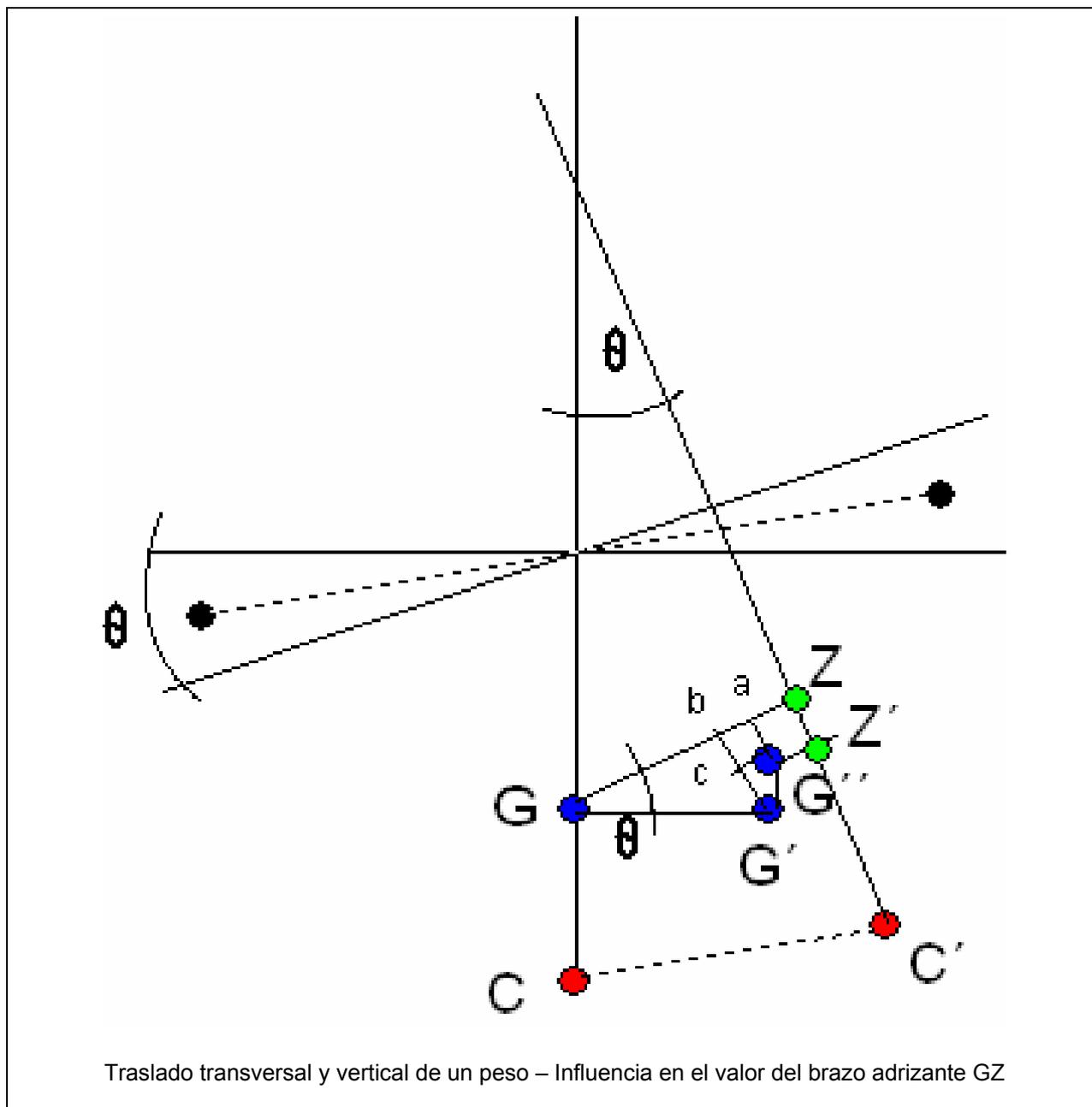
Por tanto, la tabla para el cálculo de GZ después de un traslado transversal de pesos a bordo, sería:

Escoras	10°	20°	30°	40°	60°	80°
GZ						
GG' cos Θ						
G'Z'						

- **Traslado transversal y vertical de pesos**

Será una combinación de lo ya visto en los apartados anteriores. Es decir habrá una disminución del brazo GZ por el traslado transversal y habrá un aumento o disminución del brazo GZ por el traslado vertical, dependiendo si este traslado es hacia abajo o hacia arriba.

La figura que sigue permite ver gráficamente ambos efectos. Se ha decidido dibujar solamente el detalle del movimiento del centro de gravedad para poder discriminar con más exactitud el gráfico.



Como podemos observar en la figura, el traslado transversal de un peso produce un desplazamiento proporcional al peso y a la distancia trasladada, de acuerdo con lo ya estudiado, de G a G'.

El traslado vertical de un peso, en este caso hacia arriba, produce un desplazamiento proporcional al peso y a la distancia trasladada, de acuerdo a lo ya estudiado, de G' a G''.

Como resultado el GZ inicial se ve reducido por el traslado transversal en la cantidad **Gb** y se ve reducido, también, en este caso (en otros se podrá ver aumentado si el traslado vertical es hacia abajo), en la cantidad **ba**.

Es decir:

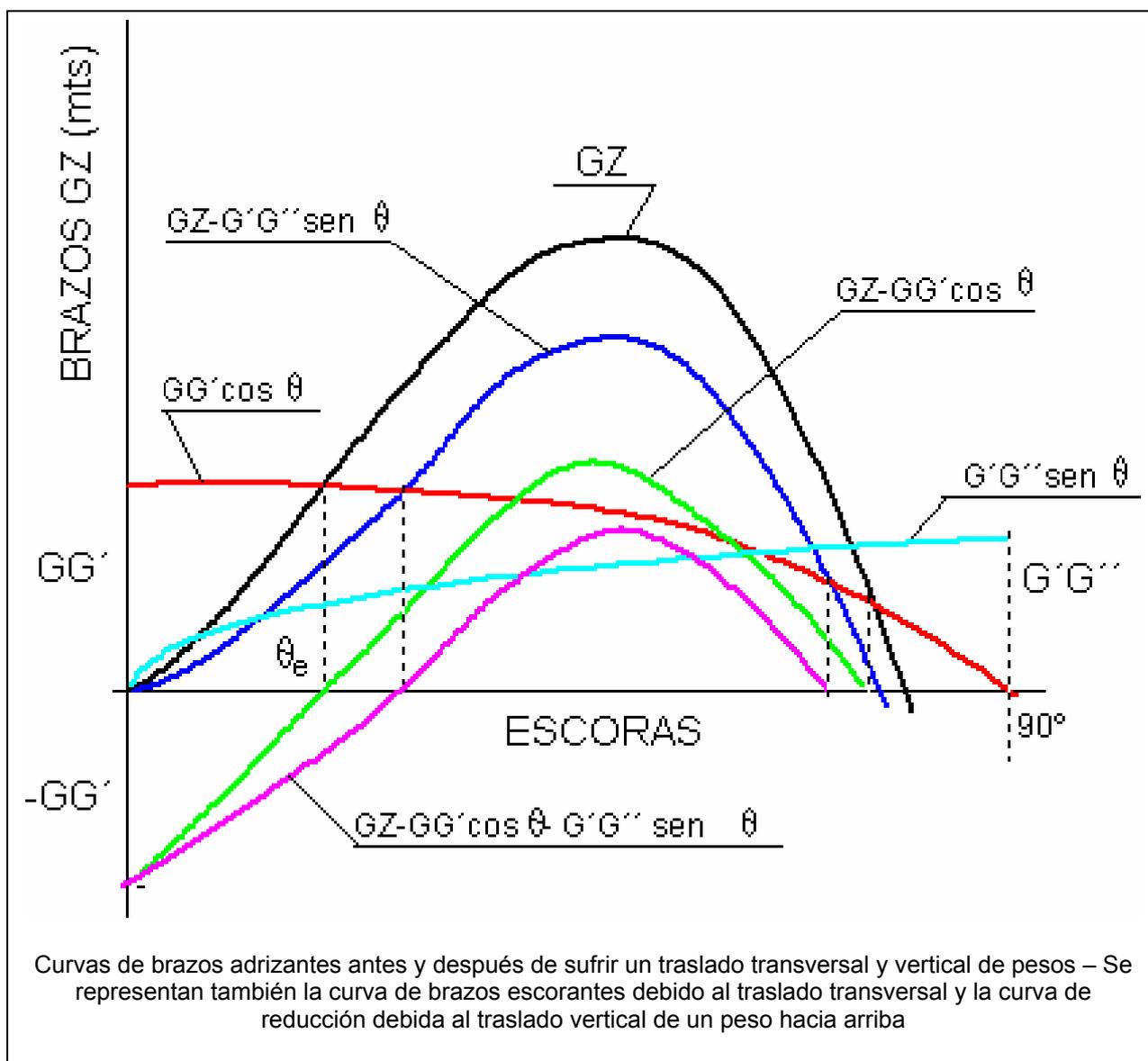
$$G''Z' = GZ - Gb - ba$$

Pero:

$$Gb = GG' \cdot \cos \theta \quad ba = G'G'' \cdot \sin \theta$$

Por lo que:

$$G''Z' = GZ - GG' \cdot \cos \theta - G'G'' \cdot \sin \theta \quad (1)$$



En el gráfico se representa la curva de brazos adrizantes (GZ), en color negro, la curva de brazos adrizantes después de sufrir un traslado transversal de pesos, en color verde, la curva de brazos adrizantes después de sufrir un traslado vertical de pesos hacia arriba, en color azul oscuro, y la curva de brazos adrizantes después de sufrir un traslado vertical de pesos hacia arriba y un traslado transversal de pesos, en color fucsia.

Se representan, asimismo, la curva de brazos escorantes debido al traslado transversal de pesos, en color rojo, la cual corta a la curva de brazos adrizantes en un punto cuya proyección sobre el eje de abscisas nos proporciona el ángulo de escora permanente  $\Theta_e$ . También se representa la curva de reducción debida al traslado vertical de un peso hacia arriba, en color azul claro.

El cuadro para el cálculo del GZ final después de los traslados transversales y verticales es:

Escoras	10°	20°	30°	40°	60°	80°
<b>GZ</b>						
<b>GG' cos <math>\Theta</math></b>						
<b>G'G'' sen <math>\Theta</math></b>						
<b>G''Z'</b>						

La expresión (1) cambiaría a una expresión más general cuando consideremos que el traslado vertical puede ser hacia arriba o hacia abajo, convirtiéndose en la siguiente:

$$G''Z' = GZ - GG' \cdot \cos \theta \pm G'G'' \cdot \text{sen} \theta$$

Ya habíamos estudiado que la estabilidad estática transversal se podía considerar bien para pequeñas inclinaciones ( $\Theta < 10^\circ$ ), calculando entonces el brazo adrizante mediante la fórmula  $GZ = GM \cdot \text{sen} \theta$ , o para grandes inclinaciones ( $\Theta > 10^\circ$ ), en cuyo caso y debido a que el metacentro transversal quedaba fuera del plano diametral, debíamos calcular el brazo adrizante mediante la fórmula  $GZ = KN - KG \cdot \text{sen} \theta$ .

Por lo tanto, y considerando el caso general, con un traslado transversal y un traslado vertical de pesos<sup>24</sup>, la tabla para el cálculo del GZ final sería:

Escoras	10°	20°	30°	40°	60°	80°
<b>KN</b>						
<b>KG sen <math>\Theta</math></b>						
<b>GG' cos <math>\Theta</math></b>						
<b>G'G'' sen <math>\Theta</math></b>						
<b>G''Z'</b>						

<sup>24</sup> Siempre debemos tener en cuenta que una carga de pesos en cualquier punto, se puede traducir en una carga sobre el centro de gravedad y posteriormente un traslado (transversal, vertical, longitudinal) hasta el punto considerado. La misma consideración se puede hacer para una descarga.

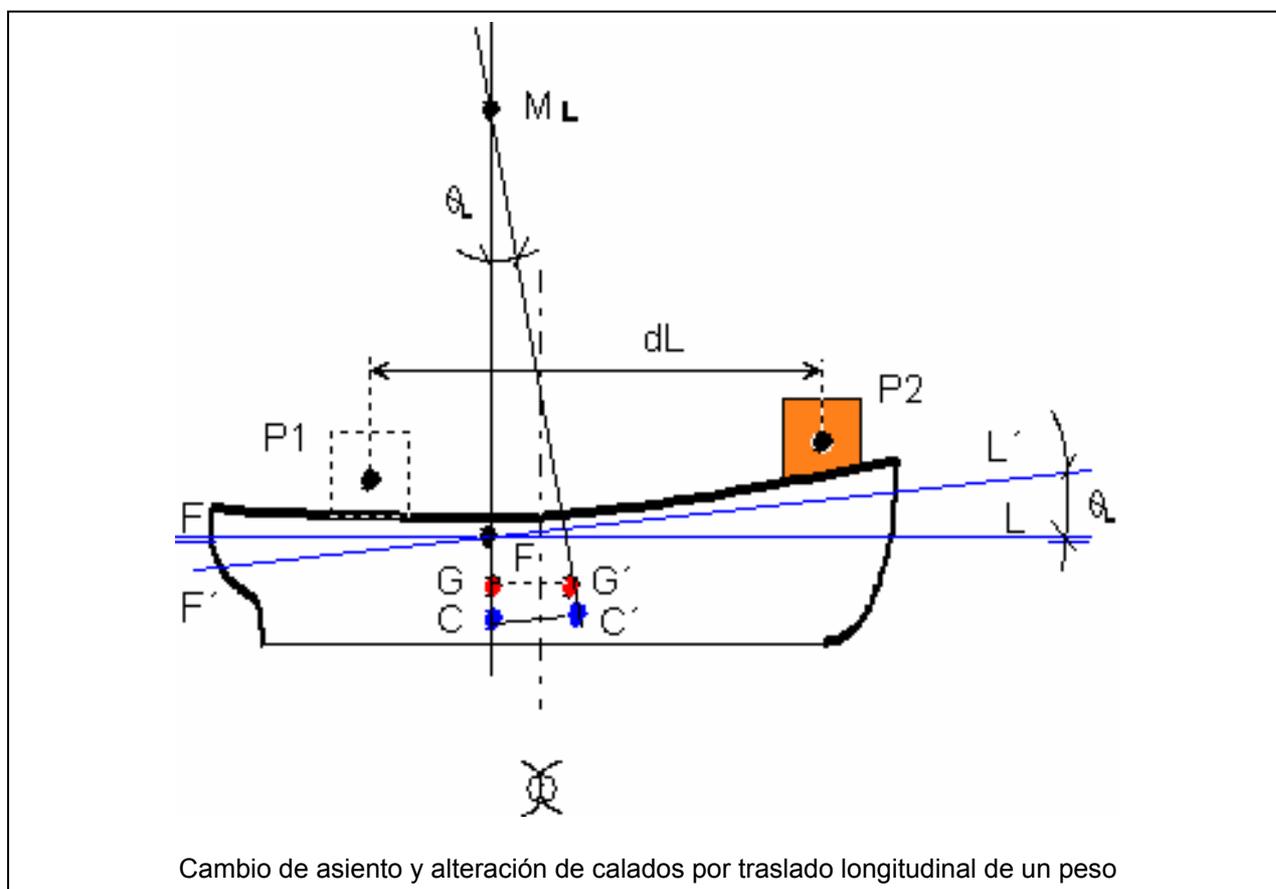
## 2.9 INFLUENCIA DEL TRASLADO LONGITUDINAL DE PESOS EN LOS CALADOS DEL BUQUE

Ya habíamos comentado que el valor de la estabilidad longitudinal de un buque, tanto estática como dinámica, es muy alto debido a que la altura metacéntrica es muy elevada, por lo que no se representa su curva de estabilidad estática ni dinámica.

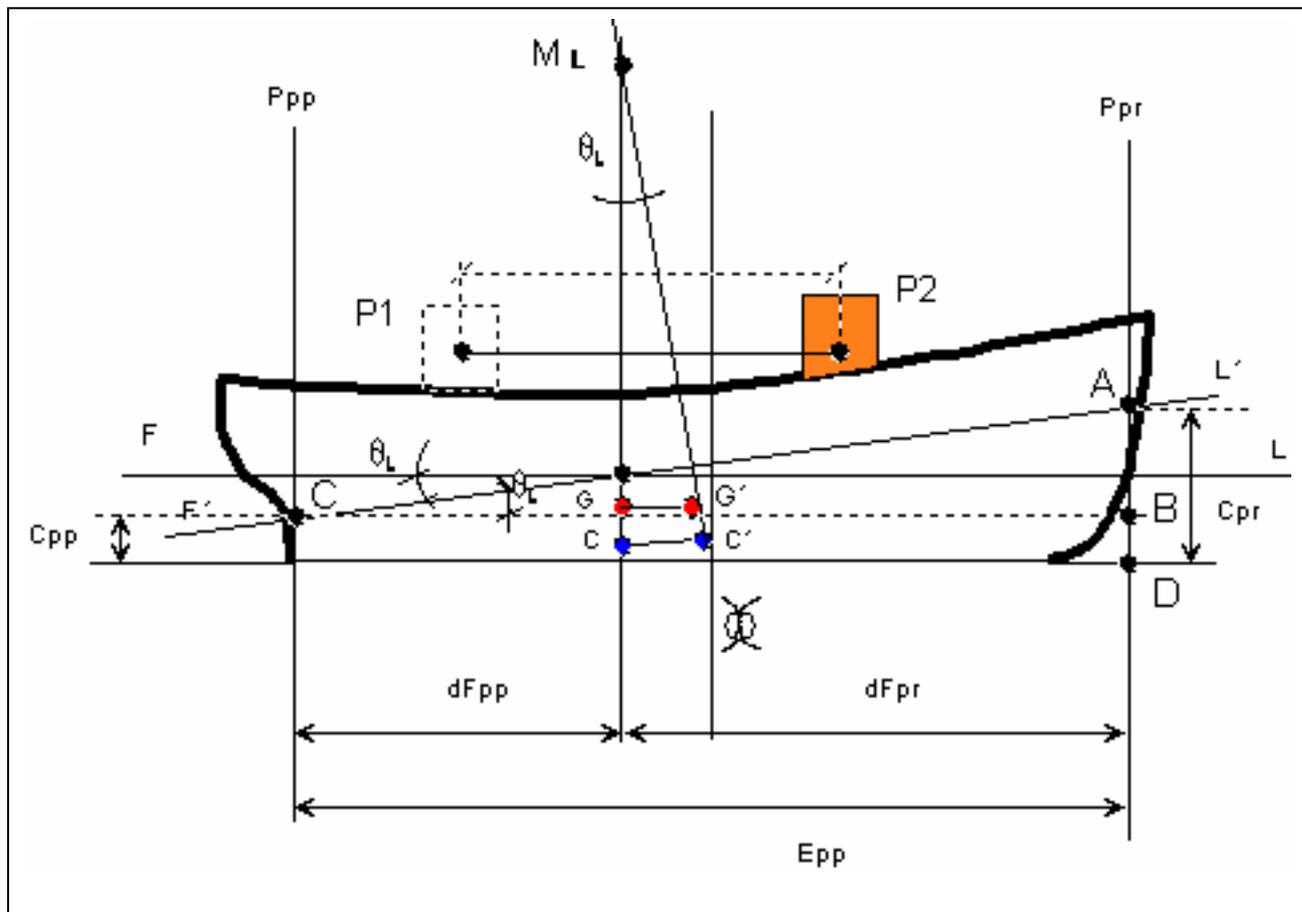
Sin embargo el concepto de estabilidad longitudinal nos puede servir para entender como se producen los cambios de asiento y las alteraciones de los calados de un buque cuando se trasladan, se cargan o se descargan pesos, en sentido longitudinal.

En la figura siguiente podemos observar un buque en el que se produce un traslado longitudinal de un peso del punto 1 al punto 2, una distancia  $dL$ .

Debido a ese traslado se producirá una modificación del volumen de carena del buque, pasando el centro de carena de la posición  $C$  a la  $C'$  y, adicionalmente, debido al traslado del peso en sentido longitudinal, se producirá un desplazamiento del centro de gravedad de la posición  $G$  a la  $G'$ . En el nuevo equilibrio, cuando el desplazamiento y el empuje se encuentren en la misma vertical, el buque habrá adquirido un asiento debido al ángulo de inclinación longitudinal  $\Theta_L$ , es decir se habrá producido una alteración de calados. La nueva dirección del empuje cortará a la anterior en lo que ya sabemos que se denomina metacentro longitudinal ( $M_L$ ).



Veamos la figura anterior con todas sus referencias considerando la perpendicular de proa (Ppr) y de popa (Ppp), viendo la variación de calados y determinando las magnitudes de distancia de la flotación a proa (dFpr) y a popa (dFpp).



Suponemos que partimos de un buque en aguas iguales ( $C_{pr}=C_{pp}$ ) y en el que trasladamos un peso  $p$  una distancia longitudinal  $dl$ .

Del triángulo  $M_LGG'$  podemos obtener:

$$\operatorname{tg} \theta_L = \frac{GG'}{GM_L}$$

Siendo:

$$GG' = \frac{p \cdot dl}{D}$$

De donde:

$$\operatorname{tg} \theta_L = \frac{p \cdot dl}{D \cdot GM_L} \quad (1)$$

Por otro lado:

$$\operatorname{tg} \theta_L = \frac{AB}{BC} = \frac{AD - BD}{BC} = \frac{C_{pr} - C_{pp}}{E_{pp}} \quad (2)$$

Al partir de un barco en aguas iguales, tendremos que el asiento inicial es cero. Después del traslado longitudinal el barco queda con unos calados determinados a proa y popa, por lo que el asiento final será:

$$A_f = C_{pp} - C_{pr}$$

La alteración producida será:

$$a = A_i - A_f = 0 - (C_{pp} - C_{pr}) = C_{pr} - C_{pp} \quad (3)$$

Por lo que de (1), (2) y (3) obtenemos:

$$\frac{p \cdot dl}{D \cdot GM_L} = \frac{C_{pr} - C_{pp}}{E_{pp}} = \frac{a}{E_{pp}}$$

Despejando la alteración (a):

$$a = \frac{p \cdot dl \cdot E_{pp}}{D \cdot GM_L}$$

Que será la alteración producida por el traslado longitudinal de un peso  $p$  una distancia longitudinal  $dl$ .

Para calcular los calados finales en los que quedará el buque después de un traslado, una carga o una descarga de pesos, vamos a tratar dos casos, con objeto de comprender mejor los efectos sobre el buque.

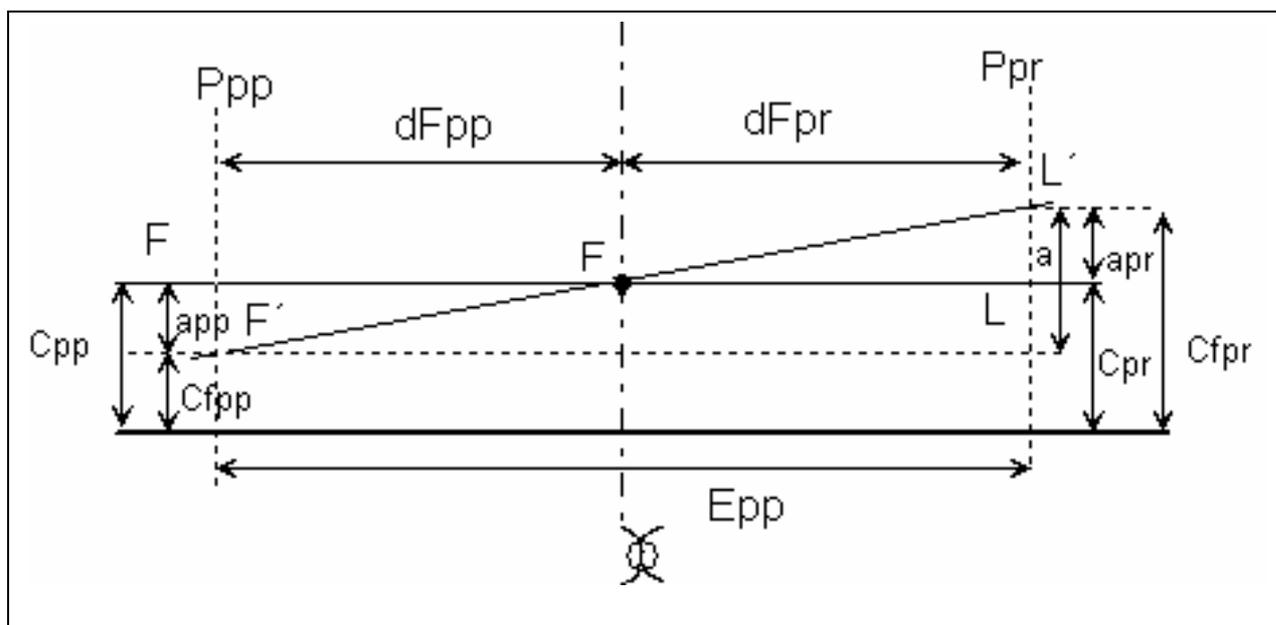
- **Centro de flotación (F) coincide con centro de eslora**

En este caso la alteración (a) calculada se aplicará con su signo<sup>25</sup> y siempre la mitad en cada cabeza (proa y popa).

Para el cálculo de la alteración aplicaremos alguna de las siguientes fórmulas:

$$a = \frac{p \cdot dl \cdot Epp}{D \cdot GM_L} \quad \text{o} \quad a = \frac{p \cdot dl}{Mu} \quad 26$$

En la siguiente figura podemos observar un buque que pasa de una flotación FL, en aguas iguales, a una flotación F'L', después de un traslado, carga o descarga de un peso. El centro de flotación (F) se encuentra en el centro de eslora.



Donde:

app = Alteración a popa.

apr = Alteración a proa.

P = peso en Tm.

dl = distancia longitudinal que se traslada el peso.

Epp = eslora entre perpendiculares.

D = desplazamiento en la flotación FL.

GM<sub>L</sub> = altura metacéntrica longitudinal.

Mu = momento para variar el asiento 1 cm.

<sup>25</sup> Apopante + / Aproante -

<sup>26</sup> Esta fórmula se conoce de apartados anteriores.

$dFpp$  = distancia de la flotación a popa.

$dFpr$  = distancia de la flotación a proa.

Es evidente, de la figura, que cuando el centro de flotación coincide con la cuaderna maestra, se cumple:

$$dFpr = dFpp = \frac{Epp}{2}$$

Por lo que:

$$app = \frac{a \cdot dFpp}{Epp} = \frac{a \cdot Epp}{Epp \cdot 2} = \frac{a}{2}$$

$$apr = \frac{a \cdot dFpr}{Epp} = \frac{a \cdot Epp}{Epp \cdot 2} = \frac{a}{2}$$

Teniendo en cuenta lo anterior, y para el caso de un traslado de pesos:

$$Cfpr = Cipr \pm \frac{1}{2} a$$

$$Cfpp = Cipp \mp \frac{1}{2} a$$

En el caso de una carga de pesos, deberemos considerar la inmersión que se produce debido a esa carga.

La inmersión se calcula con la fórmula:

$$I = \frac{P}{Tc}$$

Donde:

P = peso cargado

Tc = toneladas por centímetro de inmersión<sup>27</sup>

I = incremento de calado (inmersión)

---

<sup>27</sup> Cantidad de toneladas a cargar o descargar para variar el calado 1 cm.

Teniendo en cuenta lo anterior, tendríamos:

$$C_{fpr} = C_{ipr} + I \pm \frac{1}{2} a$$

$$C_{fpp} = C_{ipp} + I \mp \frac{1}{2} a$$

En caso de que se tratase de una descarga, deberíamos considerar la emersión producida:

$$E = \frac{P}{Tc}$$

Y los calados finales serían:

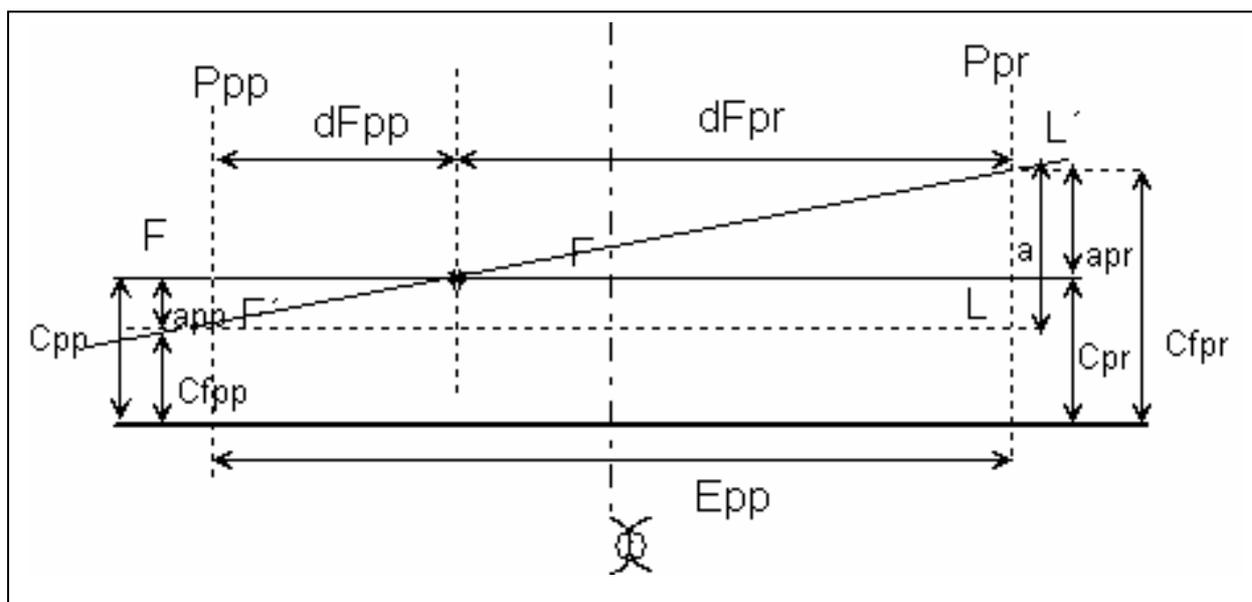
$$C_{fpr} = C_{ipr} - E \pm \frac{1}{2} a$$

$$C_{fpp} = C_{ipp} - E \mp \frac{1}{2} a$$

- **Centro de flotación (F) no coincide con centro de eslora**

En este caso, la alteración en una cabeza será distinta a la alteración en la otra, por lo que deberemos calcular la alteración a proa (apr) y la alteración a popa (app).

Fijándonos en la figura a continuación:



Se tienen dos triángulos semejantes con vértice en F, en los que se cumple:

$$\frac{app}{apr} = \frac{dFpp}{dFpr}$$

Y también:

$$\frac{app + apr}{apr} = \frac{dFpp + dFpr}{dFpr} \quad (1)$$

Siendo:  $app + apr = a$  (2)

Y, por partir el buque de una posición inicial en aguas iguales<sup>28</sup>,  $a = A$ . (3)

Adicionalmente:  $dFpr + dFpp = Epp$  (4)

Por lo que sustituyendo (2), (3) y (4) en (1), tenemos:

$$\frac{A}{apr} = \frac{Epp}{dFpr} \Rightarrow apr = \frac{A \bullet dFpr}{Epp}$$

Análogamente:

$$app = \frac{A \bullet dFpp}{Epp}$$

El asiento puede calcularse por cualquiera de las fórmulas ya conocidas.

Sabíamos que:

$$a = A = \frac{p \bullet dl}{Mu} \Rightarrow p \bullet dl = A \bullet Mu \quad (1)$$

También:

$$GG_L = \frac{p \bullet dl}{D} \quad (2)$$

---

<sup>28</sup> Siempre las curvas hidrostáticas están construidas sobre líneas de agua paralelas.

De (1) y de (2):

$$GG_L = \frac{A \bullet Mu}{D}$$

Pero  $GG_L = CG_L$ , luego:

$$A = \frac{CG_L \bullet D}{Mu}$$

$$\gamma: \quad CG_L = \otimes G - \otimes C \Rightarrow \otimes G = \otimes C + CG_L$$

- Si G está a popa de C  $\rightarrow CG_L (+)$  (asiento apopante)
- Si G está a proa de C  $\rightarrow CG_L (-)$  (asiento aproante)

La obtención de los datos necesarios para trabajar las ecuaciones y fórmulas anteriores se efectúa mediante las curvas hidrostáticas:

$$Cm \Rightarrow (C.H) \Rightarrow D / \otimes C / Mu$$

El cálculo de los calados se trabajará ahora teniendo en cuenta que el centro de flotación no coincide con el centro de eslora y por tanto  $dFpr \neq dFpp$ .

Por lo que:

$$app = \frac{a \bullet dFpp}{Epp}$$

$$apr = \frac{a \bullet dFpr}{Epp}$$

Siendo:

$$dFpr = \frac{Epp}{2} \pm \otimes F \qquad dFpp = \frac{Epp}{2} \pm \otimes F$$

Teniendo en cuenta lo anterior, y para el caso de un traslado de pesos:

$$C_{fpr} = C_{ipr} \pm apr$$

$$C_{fpp} = C_{ipp} \mp app$$

En el caso de una carga de pesos, deberemos considerar la inmersión que se produce debido a esa carga.

La inmersión se calcula con la fórmula:

$$I = \frac{P}{Tc}$$

Donde:

P = peso cargado

Tc = toneladas por centímetro de inmersión<sup>29</sup>

I = incremento de calado (inmersión)

Teniendo en cuenta lo anterior, tendríamos:

$$C_{fpr} = C_{ipr} + I \pm apr$$

$$C_{fpp} = C_{ipp} + I \mp app$$

En caso de que se tratase de una descarga, deberíamos considerar la emersión producida:

$$E = \frac{P}{Tc}$$

Y los calados finales serían:

$$C_{fpr} = C_{ipr} - E \pm apr$$

$$C_{fpp} = C_{ipp} - E \mp app$$

---

<sup>29</sup> Cantidad de toneladas a cargar o descargar para variar el calado 1 cm.

## 2.10 MOMENTO DE ASIENTO UNITARIO

El momento de asiento unitario ( $Mu$ ) es el momento necesario para producir una alteración de 1 cm.

Por lo tanto, sabiendo que la alteración a producir será 1 cm, el peso ( $P$ ) que movido una distancia longitudinal ( $dL$ ) nos produzca una alteración de 1 cm, será el momento unitario ( $Mu$ ).

Sabíamos que:

$$a = \frac{p \cdot dl \cdot Epp}{D \cdot GM_L} \quad (1)^{30}$$

Como  $a=1\text{cm}=0,01$  m:

$$0,01 = \frac{p \cdot dl \cdot Epp}{D \cdot GM_L}$$

Pero el peso  $P$  movido una distancia longitudinal ( $dL$ ) y que produce una alteración de 1 cm es precisamente  $Mu$ .

$$0,01 = \frac{Mu \cdot Epp}{D \cdot GM_L}$$

Despejando:

$$Mu = \frac{D \cdot GM_L \cdot 0,01}{Epp} = \frac{D \cdot GM_L}{100 \cdot Epp}$$

De (1):

$$a = \frac{p \cdot dl \cdot Epp}{D \cdot GM_L} \Rightarrow \frac{a \cdot 0,01 \cdot D \cdot GM_L}{Epp} = p \cdot dl$$

31

<sup>30</sup> Tener en cuenta que en esta fórmula el asiento está expresado en centímetros.

<sup>31</sup> Multiplicamos el asiento por 0,01 para expresarlo en mts.

De donde:

$$a \cdot Mu = p \cdot dl$$

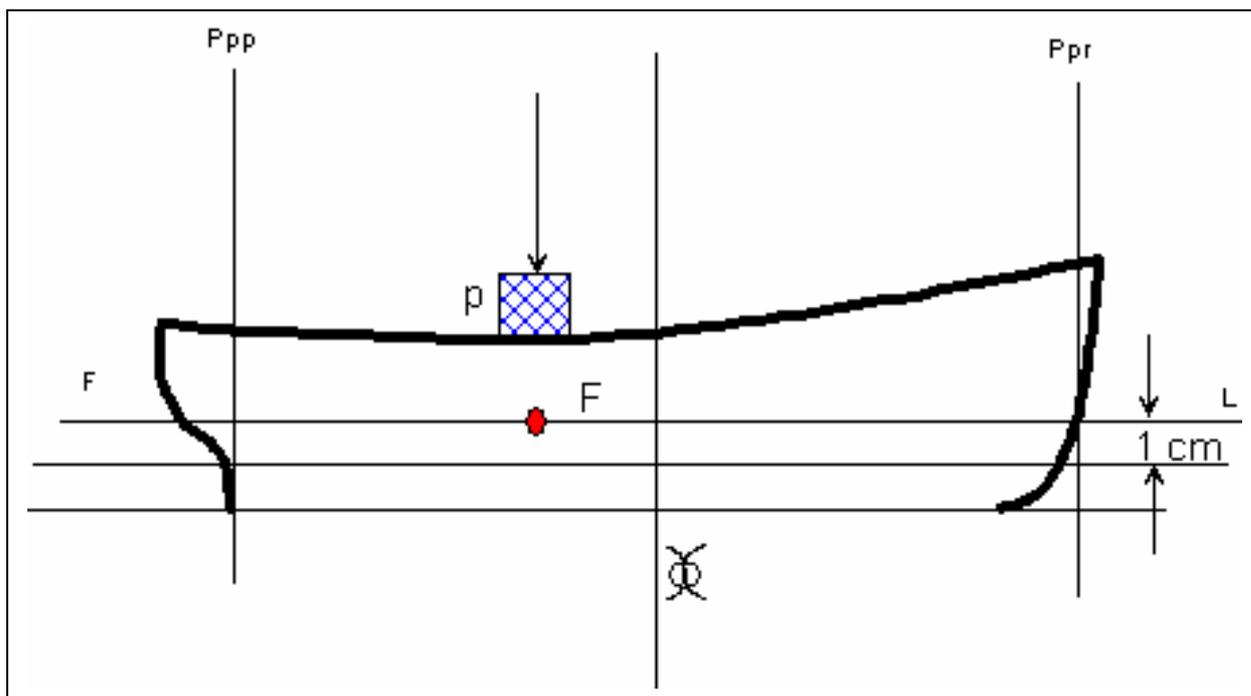
Fórmula que ya conocemos y que es de gran utilidad para resolver los problemas de carga y descarga de pesos con objeto de conocer la alteración que producen en los calados.

El Mu se obtiene en la curvas hidrostáticas entrando con el calado medio.

## 2.11 TONELADAS POR CENTIMETRO DE INMERSION

Si cargamos un peso en la vertical del centro de flotación (F) el buque se sumerge alcanzando una nueva flotación que será paralela a la primitiva.

Pues bien, el peso (p) que cargado en la vertical del centro de flotación, produce una inmersión de 1 cm, nos determina las toneladas por centímetro de inmersión.



Si cargamos un peso diferente al (p) se puede hallar la inmersión (I) provocada mediante la siguiente proporción:

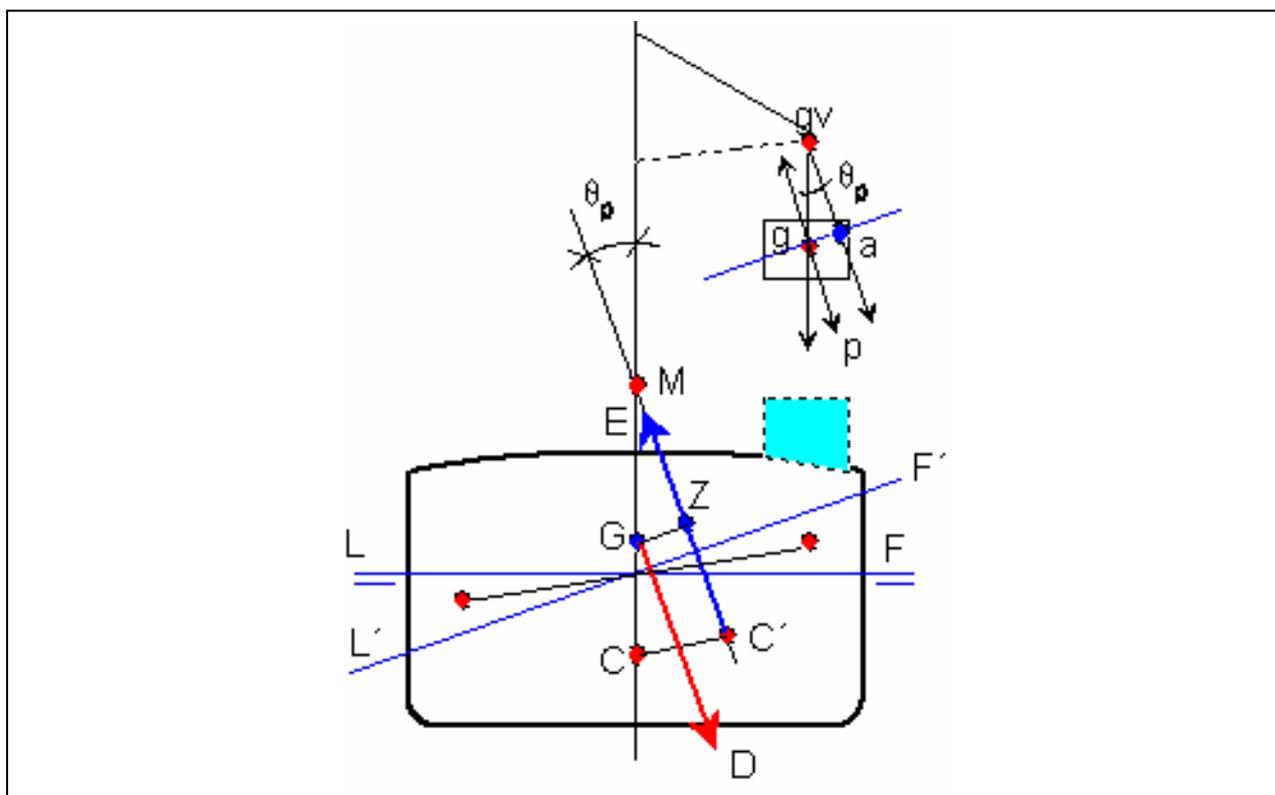
$$\frac{Tc}{1} = \frac{p}{I} \Rightarrow I = \frac{p}{Tc}$$

Dándonos la inmersión producida en cm.

Si se tratara de una descarga, ya sabemos que en vez de inmersión se produce emersión € que se halla con la misma fórmula.

## 2.12 PESOS SUSPENDIDOS

Un peso se dice que está suspendido cuando está colgado pero no trincado. Supongamos un peso que inicialmente está sobre la cubierta y que lo enganchamos a una pluma, elevándolo hasta una altura determinada, de forma que deja de estar apoyada en aquella. A los efectos, el peso está aplicado en el extremo de la pluma. Es decir, se produce un traslado vertical del peso desde donde estaba apoyado hasta el extremo de la pluma que lo eleva.



Supongamos un peso ( $p$ ) que inicialmente estaba cargado en la cubierta y lo enganchamos a un puntal elevándolo hasta una altura determinada. El efecto que se produce es igual que si el peso estuviese colgado del extremo de la pluma.

Supongamos, ahora, que el barco da un balance pasando de la flotación  $FL$  a la  $F'L'$ . El peso suspendido también balanceará hasta alcanzar una posición vertical a la nueva flotación.

Aplicando en ( $g$ ) dos fuerzas iguales y de sentido contrario, de magnitud igual al peso suspendido ( $p$ ), se crea un par de fuerzas que generan un momento escorante.

El equilibrio se producirá cuando se igualen los momentos:

$$D \bullet GZ' = D \bullet GZ - p \bullet ga$$

$$D \bullet G'M \bullet \text{sen} \theta = D \bullet GM \bullet \text{sen} \theta - gg_v \bullet \text{sen} \theta$$

Despejando:

$$G'M = \frac{D \bullet GM - p \bullet gg_v}{D} \Rightarrow G'M = GM - \frac{p \bullet dv}{D}$$

Es decir, se ha producido una elevación del centro de gravedad de G a G' debido a la suspensión del peso (p). Esto ha provocado una disminución de la altura metacéntrica.

### 2.13 SUPERFICIES LIBRES

Cuando un barco escora por efecto de un balance, se produce, en todos los tanques que estén parcialmente llenos con un fluido, un desplazamiento del líquido hacia la banda de la escora. Es decir, se forma una cuña líquida, en cada tanque parcialmente lleno, que se desplaza a una y otra banda con cada balance. Se producirá, debido a este traslado, un momento de inercia provocado por el peso del fluido trasladado a una distancia determinada del plano diametral.

El momento de inercia de un tanque rectangular es:

$$i = \frac{e \bullet m^3}{12}$$

Donde:

e = eslora

m = manga

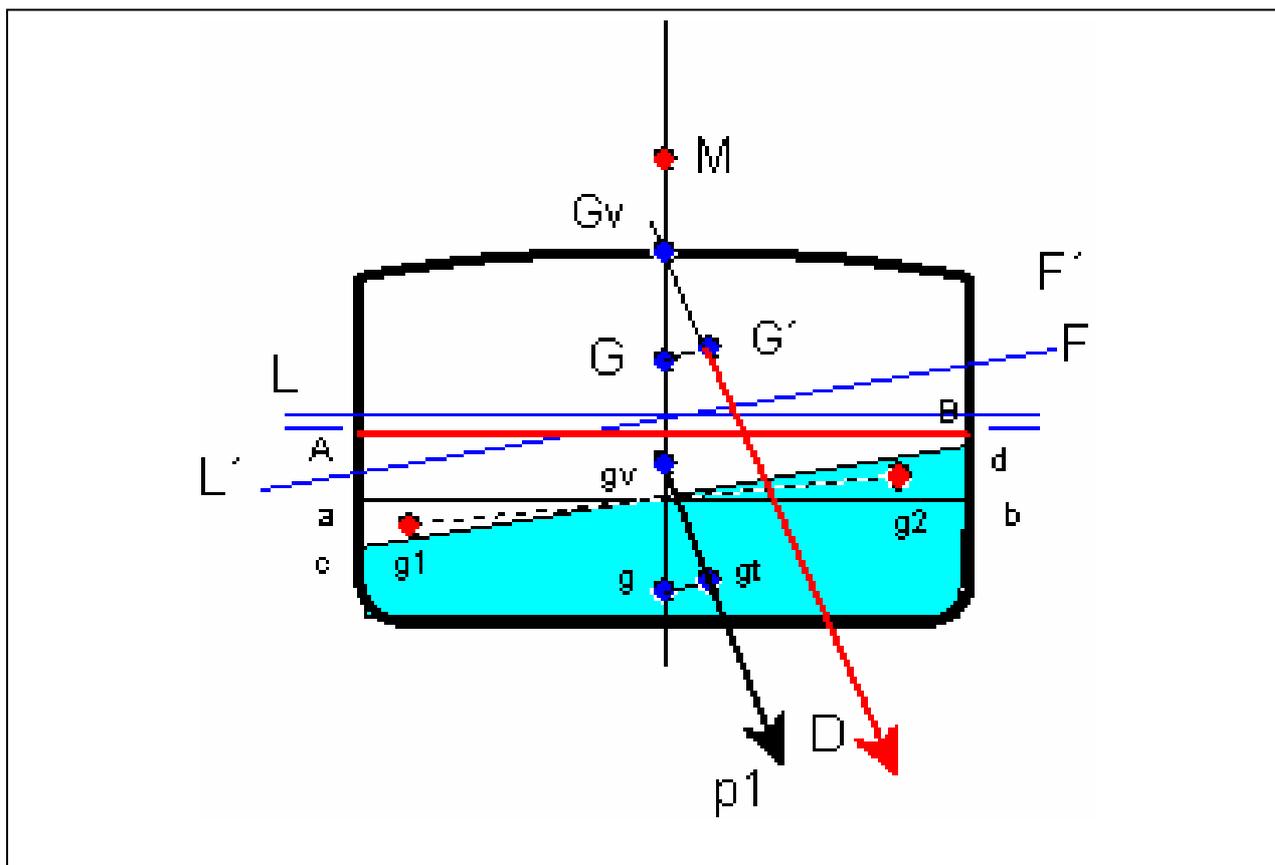
i = inercia de la superficie libre del tanque

Debido a este desplazamiento lateral de la cuña libre del líquido en un tanque parcialmente lleno, aparece un nuevo factor que afecta a la estabilidad. A este nuevo factor se le denomina *superficies libres*.

Concretando, con cada balance del barco habrá un desplazamiento transversal de las cuñas libres, ya que el fluido tenderá a mantener su horizontalidad, o lo que es lo mismo, habrá un traslado transversal de pesos a bordo que provocarán un traslado transversal del centro de gravedad

Si en un buque adrizado, AB es la tapa de un tanque de eslora (e) y manga (m), que contiene un líquido, de densidad ( $\delta$ ), el cual no llena el tanque, hemos dicho que a la superficie del líquido se le llama “superficie libre”.

Al escorar el buque un ángulo cualquiera, la cuña líquida “**aoc**” se traslada a ocupar la posición “**dob**” por haber cambiado la superficie libre del líquido. El par de estabilidad ahora tendrá que adrizar el buque en esa posición y además vencer el momento producido por el traslado de la cuña líquida “**dob**”, disminuyendo por tanto el valor del par adrizante.



Para estudiar el efecto que van a producir las superficies libres sobre la estabilidad veamos que fenómenos suceden:

- Por no estar lleno el tanque, cada vez que escora el buque, la cuña líquida “**aoc**”, actuando el peso de ésta en su centro de gravedad “**g1**”, se traslada hasta ocupar la cuña “**dob**”, con su centro de gravedad en “**g2**”.
- Al trasladarse el peso de la cuña desde **g1** hasta **g2** el centro de gravedad del líquido contenido en el tanque se traslada de **g** a **gt**, y el centro de gravedad del buque se traslada de **G** a **G'**.
- Al escorar el buque el peso del líquido actúa en **gt** y el desplazamiento del buque en **G'**, por lo que sus efectos relativos para brazos de par es lo mismo que si el peso del líquido actuase verticalmente en **gv** y el desplazamiento del buque actuase, también

verticalmente, en **Gv**. O dicho de otro modo, al dar el buque un bandazo el centro de gravedad del líquido pasa de **g** a **gv** y el del barco sube de **G** a **Gv**.

- La altura metacéntrica GM del barco así escorado, se convierte en GvM. A esta altura metecéntrica le llamaremos *altura metacéntrica corregida de superficies libres* y se representa por GMcsl.
- Al subir el centro de gravedad de G a Gv, el brazo del par de estabilidad se hace menor. Si calculamos el valor de la subida **ggv** del peso de todo el líquido **p1**, desde **g** hasta **gv**, podremos calcular la subida **GGv** y por lo tanto **GvM** del buque en el momento de estar escorado.

La traslación **ggt** es paralela a la línea que une los centros de gravedad (**g1g2**) de las cuñas líquidas “aoc” y “dob”, siendo:

$$ggt = \frac{Vc \cdot g1g2}{V_L} \quad (1)$$

Siendo:

$Vc$  = volumen de la cuña

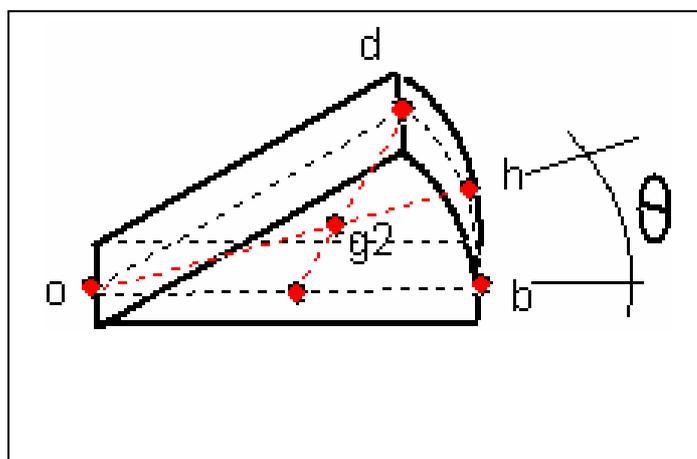
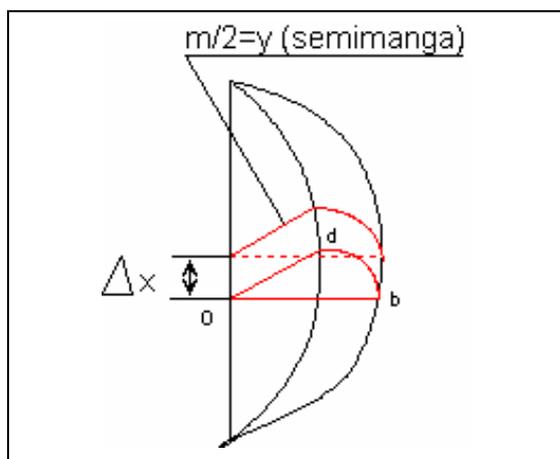
$V_L$  = volumen del líquido que hay en el tanque

Por otra parte:

$$ggt = ggv \cdot tg \theta = ggv \theta \quad (2)$$

Igualando (1) y (2):

$$ggv \theta = \frac{Vc \cdot g1g2}{V_L} = \frac{2Vc \cdot og2}{V_L} \quad (3)$$



En las figuras anteriores vemos representada una cuña y una sección transversal de la misma.

Si descomponemos la cuña “odb” en infinitos prismas triangulares, tendremos:

$$Vc \cdot og2 = \sum Ve \cdot brazo \quad (4)$$

Siendo:

$$Ve = \left[ \frac{1}{2} \cdot ob \cdot bd \right] \cdot \Delta x = \left[ \frac{1}{2} \cdot y \cdot y\theta \right] \cdot \Delta x = \frac{y^2}{2} \theta \Delta x$$

$$brazo = \frac{2}{3} \cdot oh = \frac{2}{3} \cdot y$$

Sustituyendo los valores anteriores en (4):

$$Vc \cdot og2 = \sum \frac{1}{2} y^2 \theta \Delta x \cdot \frac{2}{3} y \Rightarrow Vc \cdot og2 = \frac{1}{3} \theta \sum y^3 \Delta x \quad (5)$$

Sustituyendo (5) en (3):

$$ggv\theta = \frac{\frac{2}{3} \theta \sum y^3 \Delta x}{V_L}$$

De donde:

$$ggv = \frac{\frac{2}{3} \sum y^3 \Delta x}{V_L} = \frac{\sum \frac{2}{3} y^3 \Delta x}{V_L}$$

El numerador de la expresión anterior es el momento de inercia de la cuña ( $I$ ). Por lo que:

$$ggv = \frac{I}{V_L}$$

La expresión anterior es la subida del centro de gravedad del líquido del tanque debido al desplazamiento de la cuña líquida.

Ahora estamos en disposición de hallar la subida del centro de gravedad del buque debido a ese traslado.

$$GG_v = \frac{p_1 \cdot gg_v}{D} = \frac{p_1 \cdot \frac{I}{V_L}}{D} = \frac{V_L \cdot \delta \cdot \frac{I}{V_L}}{D} = \frac{I \cdot \delta}{D}$$

Siendo:

$\delta$  = densidad del líquido.

Expresión que nos da la pérdida de altura metacéntrica debido a las superficies libres.

La altura del centro de gravedad sobre la base será:

$$KG_v = KG + GG_v = KG + \frac{I\delta}{D}$$

Es decir:

$$KG_{CSL} = KG + \frac{I\delta}{D}$$

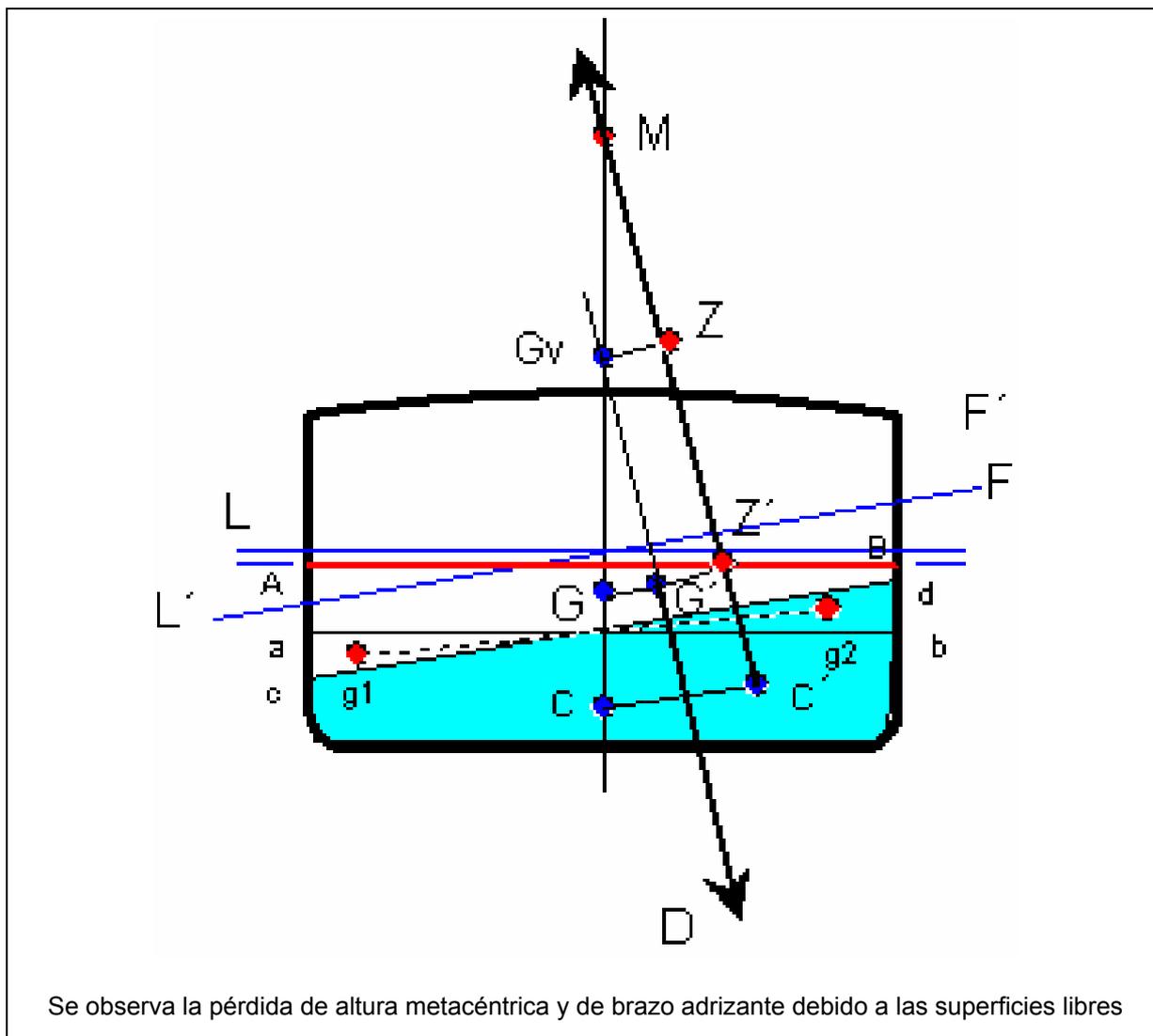
La nueva altura metacéntrica, debida a las superficies libres producidas por el balance del buque, será:

$$GM_{CSL} = G_v M = GM - GG_v = GM - \frac{I\delta}{D}$$

Para tanques cuya planta sea rectangular, el momento de inercia de la cuña será:

$$I = \frac{1}{12} em^3$$

Como ya habíamos determinado.



Por lo tanto:

$$CSL = \frac{\sum I \delta}{D} = \frac{\sum \frac{1}{12} e m^3 \delta}{D} = \frac{PAM \bullet D_v}{D}$$

En donde hemos definido PAM (pérdida de altura metacéntrica) por el desplazamiento de la cuña ( $D_v$ ) igual al momento de inercia de la cuña por la densidad<sup>32</sup>.

<sup>32</sup> Se introduce el concepto PAM ya que algunas curvas hidrostáticas referencian las superficies libres de sus tanques a este parámetro.

Aplicando la corrección por superficies libres al cálculo del brazo del par de estabilidad (GZ) y sabiendo que:

$$GZ = KN - KG \cdot \text{sen} \theta$$

Obtendremos:

$$GZ_{csl} = GvZ = KN - KGv \cdot \text{sen} \theta$$

De donde:

$$GZ_{csl} = KN - KG_{csl} \cdot \text{sen} \theta$$

Siendo:

$$KG_{csl} = KG + \frac{I\delta}{D}$$

La corrección por superficies libres para varios tanques se halla sumando las correcciones para cada uno:

$$csl = \sum \frac{I\delta}{D}$$

Una manera de limitar los efectos de las superficies libres es subdividir los tanques por medio de mamparos longitudinales. Supongamos un tanque de eslora € y manga (M) el cual subdividimos longitudinalmente en (n) tanques más pequeños.

Teniendo en cuenta que:

$$I = \frac{e \cdot m^3}{12}$$

Y que ahora la manga del tanque es:  $M/n$ , tendremos que, la corrección por superficies libres para uno de los “n” tanques, será:

$$I_1 = \frac{E(M/n)^3}{12} = \frac{EM^3}{12n^3}$$

El momento de inercia para el total de los “n” tanques, sería:

$$I_1 = \frac{EM^3}{12n^3} \cdot n = \frac{EM^3}{12n^2}$$

Es decir, vemos que el momento de inercia queda dividido por el cuadrado del número de divisiones del tanque.

Dividiendo los momento de inercia del tanque antes y después de la subdivisión, tendremos:

$$\frac{\frac{EM^3}{12}}{\frac{EM^3}{12n^3}} = \frac{n^2}{1} \Rightarrow \frac{GG_v}{GG'_v} = \frac{n^2}{1}$$

Concluyendo, subdividiendo un tanque, la corrección por superficies libres del tanque queda dividida por el número de divisiones.

Para trabajar correctamente los cálculos en los que se tenga que aplicar corrección por superficies libres, conviene tener en cuenta que dicha corrección se aplica solamente:

- En el cálculo de escoras.
- En el cuadro de momentos, para hallar  $\zeta$  G, cuando el barco tiene escora inicial.
- En la determinación de los brazos GZ y curvas de estabilidad.

De acuerdo con lo anterior, la escora producida por un traslado transversal de pesos, sin corrección por superficies libres, era:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{p \cdot dt}{D \cdot GM}$$

Pero si tenemos corrección por superficies libres, será:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{p \cdot dt}{D \cdot GM_{csl}}$$

Asimismo, en un buque con escora permanente  $\Theta$ , la coordenada transversal  $\zeta$  G del buque sin corrección por superficies libres, era:

$$tg \theta = \frac{LcG}{GM} \Rightarrow LcG = GM \cdot tg \theta$$

Pero si hay superficies libres, será:

$$tg \theta = \frac{LcG'}{GM_{csl}} \Rightarrow LcG' = GM_{csl} \cdot tg \theta$$

En cuanto al brazo del par veamos dos circunstancias diferentes<sup>33</sup>:

- El buque no tiene escora permanente:
  - Si no hay superficies libres:  $GZ = KN - KG \cdot sen \theta$
  - Si hay superficies libres:  $GZ_{csl} = KN - KG_{csl} \cdot sen \theta$
- El buque tiene escora permanente:
  - Si no hay superficies libres:  $GZ = KN - KG \cdot sen \theta - LcG \cdot cos \theta$
  - Si hay superficies libres:  $GZ_{csl} = KN - KG_{csl} \cdot sen \theta - LcG' \cdot cos \theta$

## 2.14 CONSIDERACIONES ADICIONALES SOBRE ESTABILIDAD DINAMICA CUANDO SE APLICAN SOBRE EL BUQUE PARES ESCORANTES

Ya habíamos comentado que la estabilidad dinámica para un ángulo de escora dado venía determinada por el trabajo efectuado por el par de estabilidad transversal para escorar el barco desde la posición inicial hasta aquél ángulo de escora.

El trabajo efectuado da lugar a fuerzas dinámicas que producen energía cinética, la cual siempre es igual a:

$$Ec = \frac{1}{2} Mv^2$$

Donde

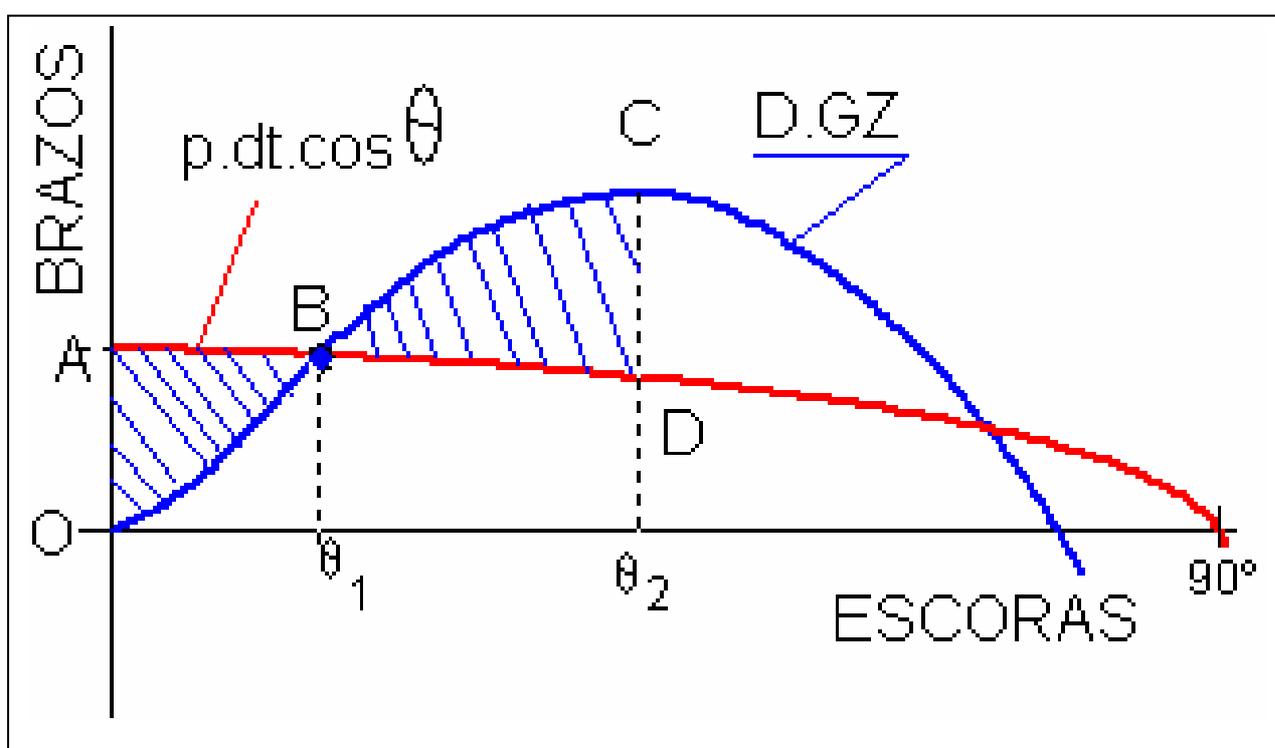
Ec = Energía cinética  
 M = masa  
 V = velocidad

<sup>33</sup> Si el dato es GM, hemos de entender que no está corregido por superficies libres ya que de estarlo se diría GM<sub>csl</sub>. Por el contrario, si el dato es el brazo GZ hemos de entender que se trata del brazo corregido por superficies libres (GZ<sub>csl</sub>), ya que es el que ha de cumplir los criterios de estabilidad.

En la estabilidad dinámica se tienen en consideración tanto el trabajo realizado por el par de estabilidad transversal como el trabajo realizado por la escora que se produce en el buque, por ejemplo, por un par escorante debido al viento, u otros.

También habíamos visto que el trabajo es producto de una fuerza y una distancia y que se representa, a nuestros efectos, por el área encerrada entre la curva, bien de brazos adrizantes para hallar el trabajo adrizante, o de brazos escorantes para hallar el trabajo escorante, y el eje de abcisas u ordenadas, según el caso.

Por lo tanto, veamos una gráfica con una curva de brazos adrizantes y otra de brazos escorantes:



Como vemos en la gráfica anterior cuando el buque llega a la escora  $\theta_1$ , provocada por el par escorante, éste se iguala al par de estabilidad. Es decir:

$$D \cdot GZ = p \cdot dt \cdot \cos \theta$$

Pero sucede que a ese punto de escora el buque llega con una velocidad (V); esto da lugar a que el barco siga escorándose hasta alcanzar el ángulo  $\theta_2$ .

Es decir, cuando se alcanza la escora  $\theta_1$  se igualan trabajo realizado por el par adrizante y el par escorante, pero la energía cinética da lugar a que el buque siga escorando hasta la posición de escora  $\theta_2$ .

El trabajo del par escorante será igual al área OAB  $\theta_1$ .

El trabajo realizado por el par de estabilidad será el área  $OB \Theta_1$ .

Cuando el barco llega a la escora  $\Theta_2$  la velocidad debida a la energía cinética ( $E_c = \frac{1}{2} Mv^2$ ) se anula, es decir se anula dicha energía. Se concluye fácilmente que, en ese momento, el trabajo desarrollado por el par de estabilidad, o trabajo resistente, debe ser igual al trabajo motor del par escorante.

El trabajo útil desarrollado entre las escoras  $\Theta_1$  y  $\Theta_2$  será en cada momento:

$$T_{\text{útil}} = T_{\text{motor}} - T_{\text{resistente}}$$

Siendo:

$$T_{\text{motor}} = \text{área} OAB\theta_1$$

$$T_{\text{resistente}} = \text{área} OB\theta_1$$

Por lo que:

$$T_{\text{útil}} = \text{área} OAB\theta_1 - \text{área} OB\theta_1 = \frac{1}{2} Mv^2$$

Es decir, si aplicamos un par escorante en condiciones estáticas, inclinando el buque poco a poco y en aguas tranquilas, el barco escorará hasta el ángulo  $\Theta_1$ . En cambio si la escora se produce en condiciones dinámicas, se inducirá una energía cinética que dará lugar a que la escora sobrepase el ángulo  $\Theta_1$ , donde el par adrizante y escorante se igualan, hasta alcanzar el ángulo  $\Theta_2$ , en el cual el par adrizante, además, ha igualado, anulándola, la energía cinética derivada de esas condiciones dinámicas.

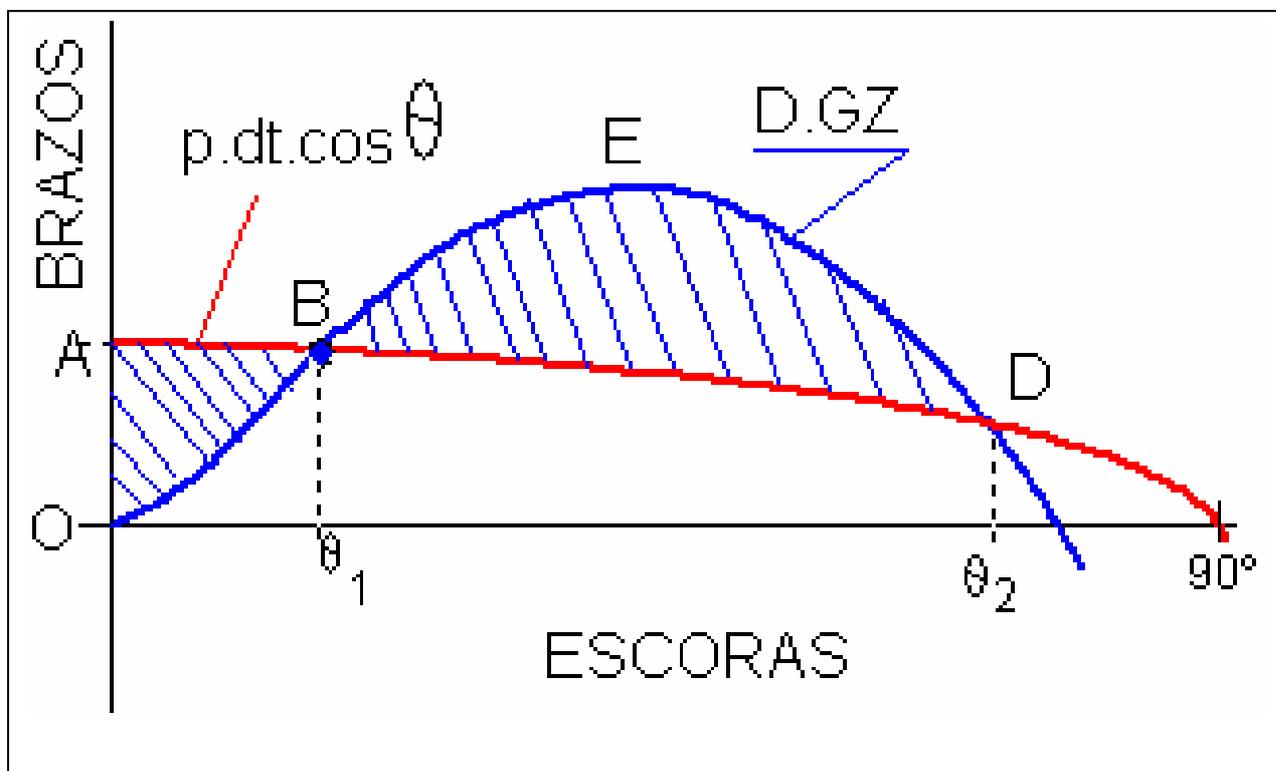
En ese momento, la velocidad de escora será cero, por lo que  $\frac{1}{2} Mv=0$ , y el trabajo útil también será cero, por lo que  $T_{\text{útil}} = T_{\text{motor}} - T_{\text{resistente}} = 0$ , lo que implica que el trabajo motor es igual al trabajo resistente y el área OAB es igual al área BCD.

Al área BDE que podemos observar en el siguiente gráfico, se le llama **reserva de estabilidad**. Puede ocurrir que el trabajo útil desarrollado por el par escorante OAB sea menor, igual o mayor que la reserva de estabilidad (área BDE).

Si el trabajo útil es menor que la reserva de estabilidad el barco escorará hasta una inclinación  $\Theta_2$  en la cual se halla compensado tanto el trabajo del par escorante como la energía cinética, volviendo a recuperar su posición de escorado un ángulo  $\Theta_1$ .

Si el trabajo útil es igual que la reserva de estabilidad el barco escorará hasta una inclinación  $\Theta_2$  en la cual se halla compensado tanto el trabajo del par escorante como la energía cinética, pero no volverá a recuperar su posición de escorado un ángulo  $\Theta_1$ .

Si el trabajo útil es mayor que la reserva de estabilidad el trabajo útil no será capaz de compensar la energía cinética desarrollada por el par escorante, seguirá escorando sobrepasando el ángulo  $\Theta_2$  y dará la vuelta, zozobrando.



## 2.15 EFECTO DEL VIENTO Y EL MAR SOBRE LA ESTABILIDAD DINAMICA

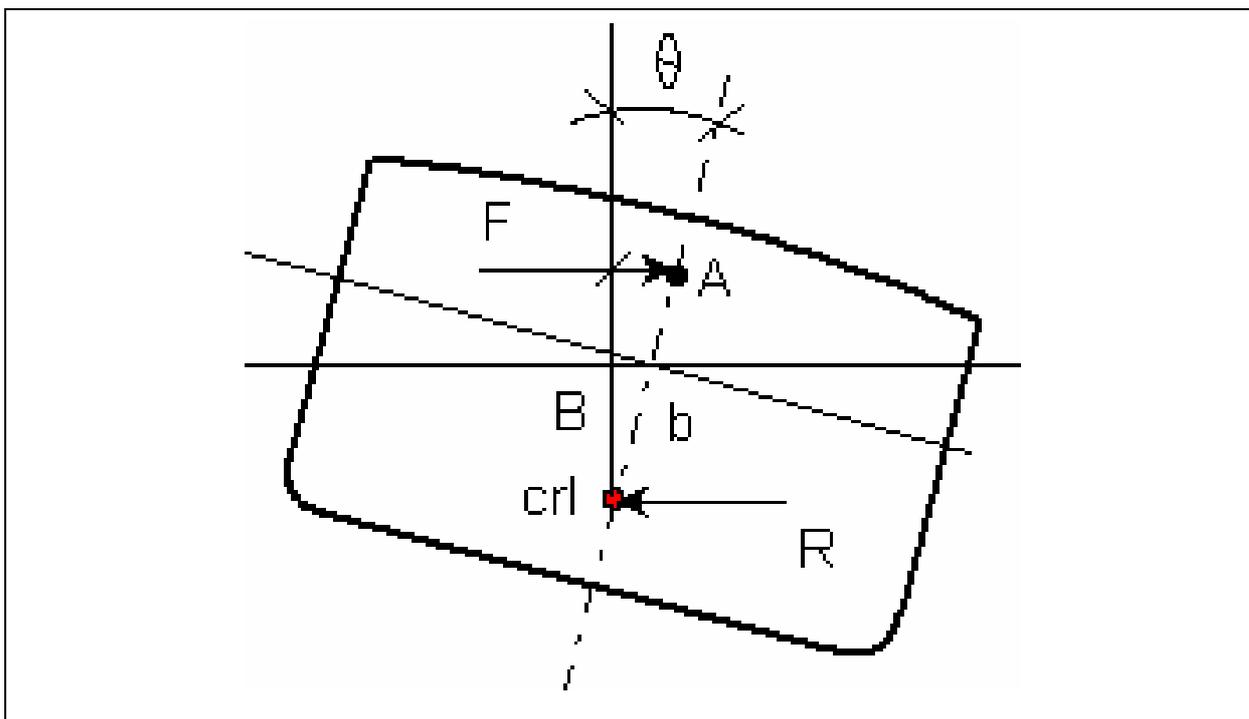
Supongamos un barco con una obra muerta de superficie dada y sometido al azote del viento, con una fuerza  $f$ . Llamemos  $F=f \times S$ , en toneladas por metro cuadrado, a la resultante transversal de todas las fuerzas a que el viento somete el barco, multiplicada por la superficie total de la obra muerta, aplicada en el punto A. Debido a la ley newtoniana de la acción y la reacción, inmediatamente aparece una fuerza hidrodinámica contraria y del mismo valor, aplicada en un punto que llamaremos *centro de resistencia lateral*, y que tiende a equilibrar a la fuerza F.

En el gráfico que sigue se pueden observar estas dos fuerzas y sus puntos de aplicación.

Es evidente que se forma un par de fuerzas y que el trabajo motor será:

$$T_{motor} = Fuerza \cdot brazo_{escorante} = F \cdot S \cdot B \cdot \cos \theta$$

Pero  $B = b \cdot \cos \theta$



Por lo que:  $T_{motor} = FS \cos \theta \cdot b \cos \theta = FSb \cos^2 \theta$

Como ya se ha comentado en varias ocasiones, en el equilibrio el trabajo motor debe ser igual al trabajo resistente, con lo que:

$$FSb \cos^2 \theta = D \cdot GM \cdot \sin \theta$$

Por otro lado, el valor de F en toneladas será:

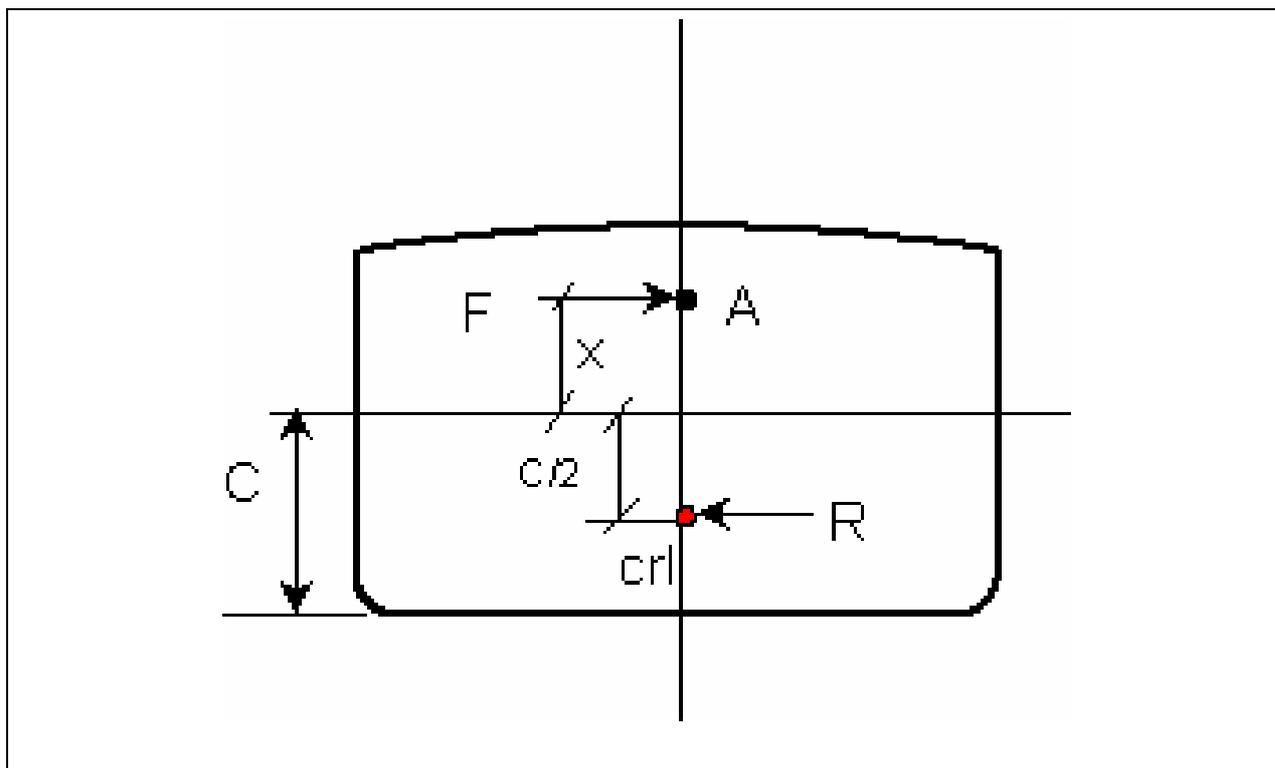
$$F = \frac{p \cdot S}{1000}$$

Donde:

- F = Presión total del viento en toneladas
- p = Presión unitaria del viento en Kg/m<sup>2</sup>
- S = Superficie de la obra muerta expuesta al viento

Empíricamente se obtiene un valor para p de:

$$p = 60 + 8x$$



En donde:

- x = Distancia a la línea de flotación del centro de aplicación de la fuerza del viento
- C = Calado del buque

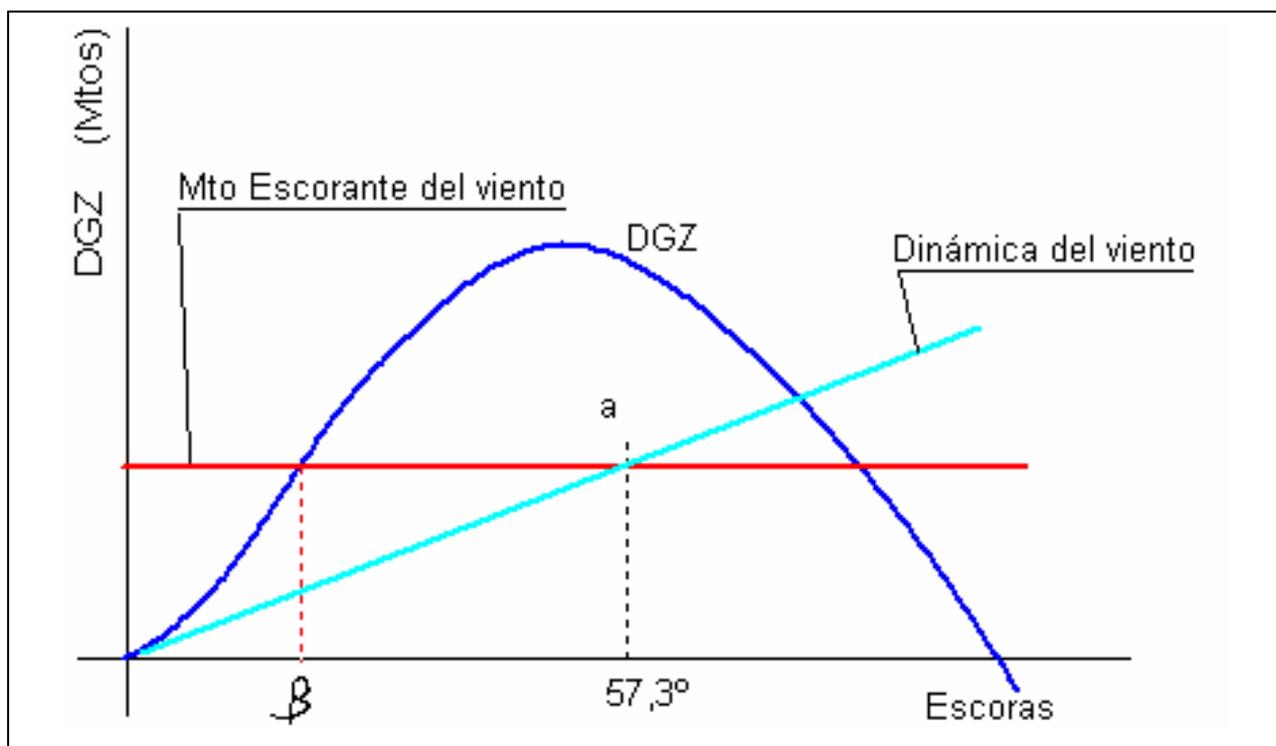
El momento del par escorante debido a la acción del viento será el producto de la fuerza por el brazo:

$$M_{to} = F \cdot \text{brazo} = \frac{p \cdot S}{1000} \left( \frac{c}{2} + x \right)$$

Suponiendo, a los efectos de nuestro estudio, que el momento escorante debido al viento es constante, su representación gráfica se corresponderá con una línea recta paralela al eje de abscisas, cuyo punto de corte (a) con la ordenada de  $1 \text{ rad} = 57,3^\circ$  unido con el origen (O) nos determina la curva (recta en este caso por considerar el par escorante constante) de estabilidad dinámica o trabajo escorante del viento.

En el gráfico podemos observar el ángulo de escora ( $\beta$ ) debido a la acción del viento, determinado por la intersección de la curva de par escorante con la curva de brazo adrizante, momento en el cual se igualan ambos valores, cumpliéndose aquí todas las consideraciones estudiadas para la estabilidad dinámica. Por ejemplo, si navegamos con un velero, el buque alcanzará un ángulo de equilibrio estático, con una escora permanente que no cambiará mientras el viento permanezca constante. Si entra una racha, la escora

aumentará hasta que la energía cinética inducida se equilibre con el trabajo resistente, volviendo posteriormente a alcanzar de nuevo el ángulo estático de escora permanente.



Continuemos considerando un buque de vela, ya que son éstos los más afectados por la fuerza del viento. La resultante (F) de todas las fuerzas que el viento ejerce sobre la superficie vélica estará aplicada en el denominado *centro vélico*. Dicha resultante se puede descomponer en sentido horizontal (Fh) y en sentido vertical (Fv). Será la componente horizontal (Fh) la que hace que el barco se escore.

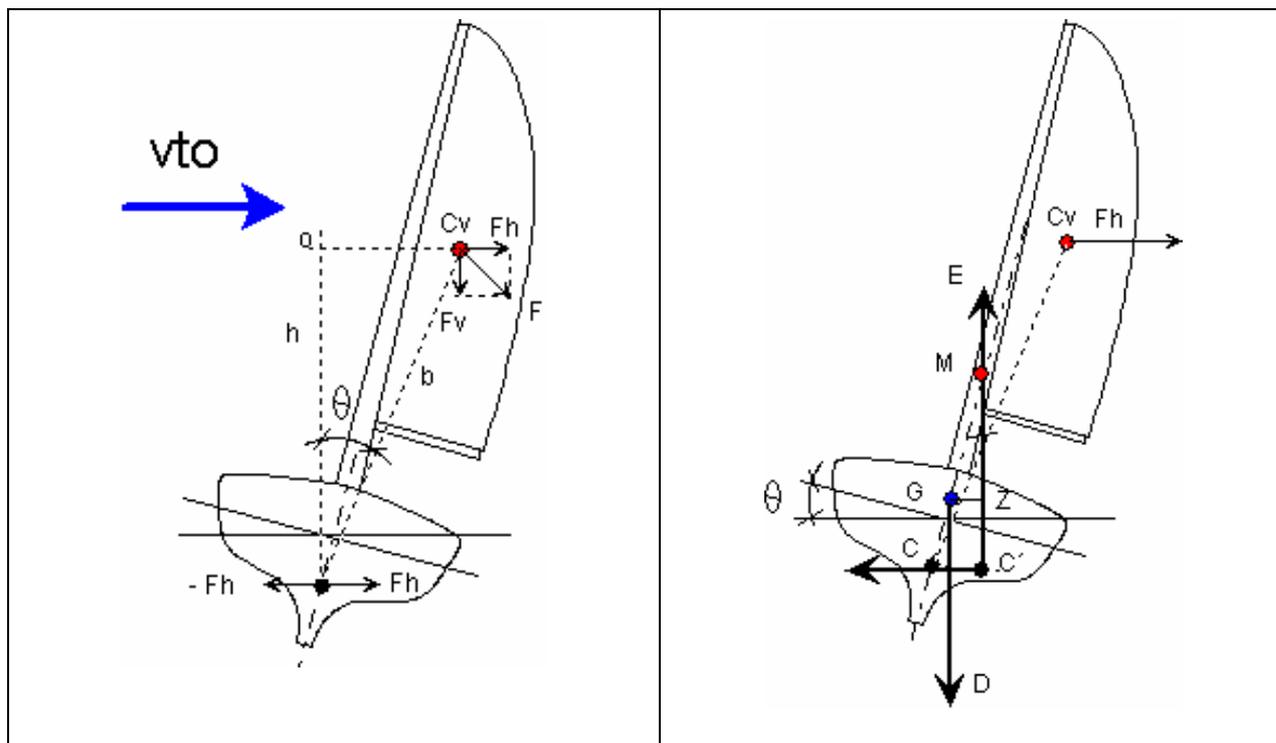
Por el principio de acción y reacción, nos encontraremos dos fuerzas iguales, pero de sentido contrario (+Fh, -Fh), aplicadas en el denominado *centro de resistencia lateral*<sup>34</sup>. Se formará entonces un par escorante debido a aquellas fuerzas. La fuerza de abatimiento (Fh), también aplicada en el centro de resistencia lateral, debe ser contrarrestada por la resistencia del plano de deriva (R).

A ese par escorante debido al viento se opondrá una fuerza contraria debida al par de estabilidad estática transversal (par adrizante). En el equilibrio el par escorante y el adrizante se igualan.

El momento derivado del par adrizante será, como ya conocemos:

$$M_{adrizante} = D \cdot GM \cdot \text{sen} \theta$$

<sup>34</sup> Centro de gravedad del plano de deriva.



El momento del par escorante será:

$$M_{\text{escorante}} = Fh \cdot h = Fh \cdot b \cdot \cos \theta$$

Empíricamente se determina que:

$$Fh = 0,00119 \cdot Ch \cdot V^2 \cdot S$$

Siendo:

Ch = coeficiente transversal

S = superficie de la vela

V = velocidad del viento aparente, en nudos

b = distancia del centro vélico al centro de resistencia lateral

Sustituyendo el valor de Fh en la expresión del momento escorante, tenemos:

$$M_{\text{escorante}} = 0,00119 \cdot Ch \cdot V^2 \cdot S \cdot b \cdot \cos \theta$$

En el equilibrio, momento escorante y momento adrizante se igualan:

$$0,00119 \cdot Ch \cdot V^2 \cdot S \cdot b \cdot \cos \theta = D \cdot GM \cdot \text{sen} \theta$$

De donde, agrupando términos:

$$\frac{D \cdot GM}{S \cdot b} = \frac{0,00119 \cdot Ch \cdot V^2 \cdot \cos \theta}{\operatorname{sen} \theta} = 0,00119 \cdot Ch \cdot V^2 \cdot \cot g \theta$$

Al término  $\frac{D \cdot GM}{S \cdot b}$  se le denomina *coeficiente de estabilidad a vela*.

Los constructores de barcos de velan han establecido empíricamente que para un buque en lastre, ciñiendo con viento fresco que ejerza una presión de  $5 \text{ Kg/m}^2$ , debe escorar como máximo  $6^\circ$ .

Sustituyendo dichos valores, y teniendo en cuenta que  $0,00119 \cdot Ch \cdot V^2 = 5 \text{ Kg/m}^2$

Tendremos que  $\frac{D \cdot GM}{S \cdot b} = 5 \cdot \cot 6^\circ$

Que expresada en tonelámetros será:  $\frac{D \cdot GM}{S \cdot b} = \frac{5 \cdot \cot 6^\circ}{1000} = 0,047$

Empíricamente se ha demostrado eficaz que el coeficiente de estabilidad a vela se encuentre comprendido entre 0,047 y 0,070.

La altura del centro vélico sobre el centro de resistencia lateral será:

$$b = \frac{1000 \cdot D \cdot GM}{5 \cdot S \cdot \cot g 6^\circ}$$

Del estudio de las fórmulas anteriores se deriva que un barco de vela necesita una superficie vélica determinada para poder alcanzar una velocidad teórica dada. Asimismo, el aumento de la superficie vélica supone un aumento del momento escorante, que debemos compensar con una disminución de la distancia entre el centro vélico y el centro de resistencia lateral. Mantener la superficie vélica y disminuir dicha altura supone reducir la altura del palo compensado la misma con un aumento de la longitud de botavaras y perchas.

La superficie vélica óptima que debe tener un barco de vela se puede hallar obteniendo la relación entre dicha superficie y la superficie de la cuaderna maestra. El resultado de esa relación tiene que estar comprendido entre 30 y 40 para embarcaciones ligeras y entre 50 y 80 para barcos de vela de crucero.

Otros modos de calcular la superficie vélica óptima resultan de fórmulas halladas empíricamente, como, por ejemplo:

$$S = 3 \cdot K_s \cdot E \cdot M$$

Siendo:

$K_s$  = coeficiente de afinamiento superficial

$M$  = manga

$E$  = eslora

Asimismo, podemos calcular la superficie vélica dividiendo la misma por el producto resultante de multiplicar la eslora por la manga. El coeficiente  $\neq$  obtenido deberá ser inferior a 1,5 para embarcaciones de vela ligera, inferior a 2,50 para veleros pequeños e inferior a 2,75 para cruceros.

Ya hemos visto el efecto del viento sobre la estabilidad del buque, veamos ahora los efectos que sobre la estabilidad de un barco provocan las olas.

Todos hemos experimentado el balance de un barco que se mueve entre olas. La escora que adquiere es debida a la fuerza transversal aplicada sobre el barco debido a la energía cinética y potencial que tiene la ola.

Evidentemente, el par de estabilidad estática transversal, adrizante, intentará equilibrar constantemente el par escorante de las olas. Sin embargo, puede haber ocasiones, si los balances son muy grandes o si el barco tiene una estabilidad reducida que dicho par adrizante, o el trabajo resistente es sobrepasado por el par escorante o el trabajo motor, lo cual dará lugar a que el barco zozobre.

Una circunstancia especialmente peligrosa cuando se navega entre olas sucede si aparece *sincronismo transversal*, lo cual dará lugar a que los balances sean cada vez más grandes. El sincronismo ya se sabe que se elimina modificando el rumbo o la velocidad del buque.

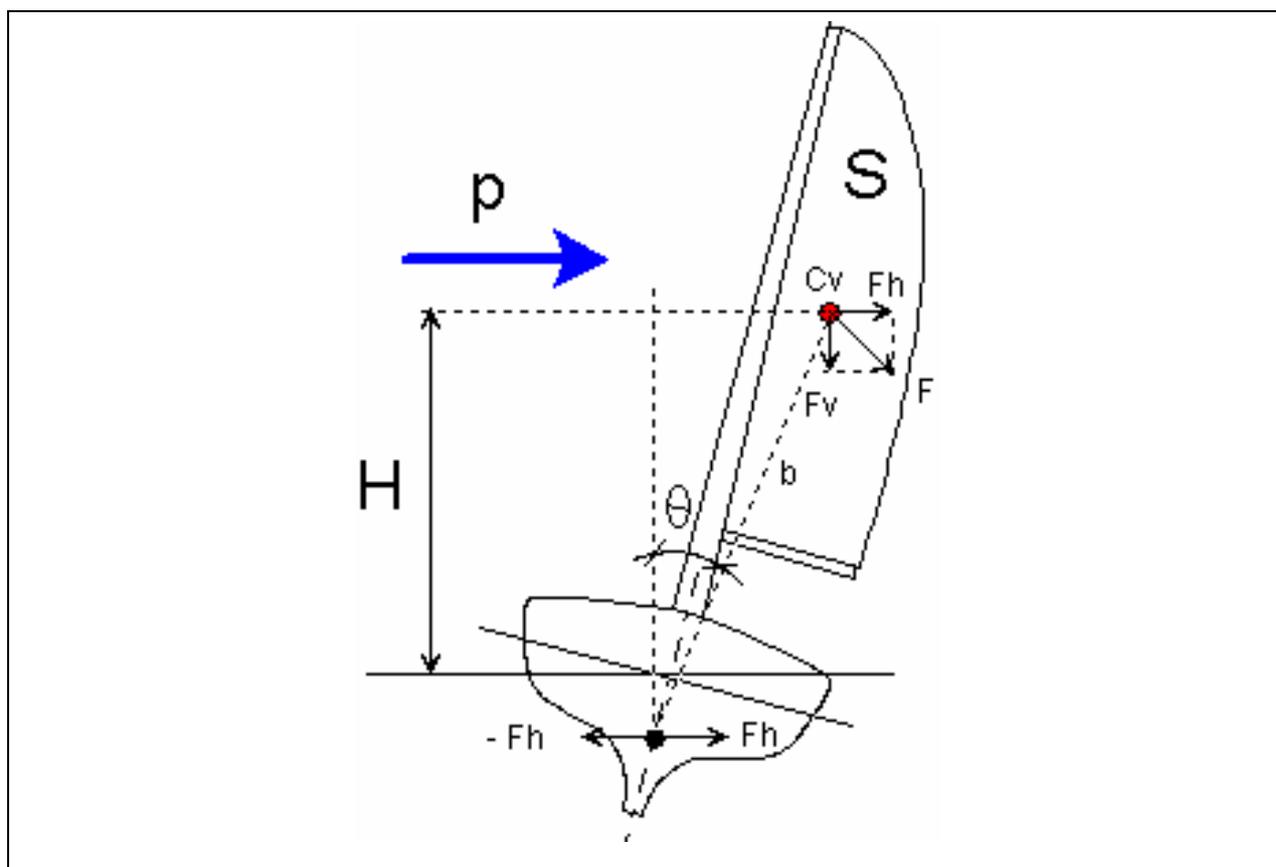
Cuando se navega capeando, proa a la mar, el barco soportará importantes esfuerzos longitudinales, dando pantocazos al salir de la cresta de la ola cayendo, literalmente, sobre el seno de la siguiente. El *sincronismo longitudinal* también existe y da como resultado que en una de esas caídas desde la cresta de una ola se *cuele por ojo* en el seno de la siguiente. Este sincronismo se evita de la misma forma que el anterior.

Cuando navegamos corriendo, es decir popa a la mar, se producen situaciones que modifican, a lo largo de la eslora, los esfuerzos a los que se ve sometido el barco. Cuando el buque se encuentra entre dos crestas, con el seno de la ola a la altura de la cuaderna maestra, se producirán empujes parciales más fuertes en la sección de proa y popa y un menor empuje en la sección central, dando como resultado un empuje total mayor, lo que dará lugar a que aumente el momento del par de estabilidad (DGZ). Sin embargo, cuando el buque se encuentre sobre una cresta, se producirá un mayor empuje en la sección central y un menor empuje en las secciones de proa y popa, dando lugar a un empuje total menor, lo cual disminuirá el momento del par de estabilidad.

Adicionalmente a la pérdida de estabilidad que implica navegar popa a la mar, se producirá también una pérdida de control sobre el gobierno del barco, tendiendo a atravesarse cuando la cresta de la ola lo alcanza por la popa, quedando en situación muy comprometida.

Algunas administraciones determinan el par escorante debido al viento de acuerdo a la siguiente expresión:

$$M_{\text{escorante}} = \frac{p}{1000} \cdot S \cdot H \cdot \cos \theta$$



Donde:

P = presión del viento en Kg/cm<sup>2</sup>

S = superficie vélica expuesta al viento, en m<sup>2</sup>

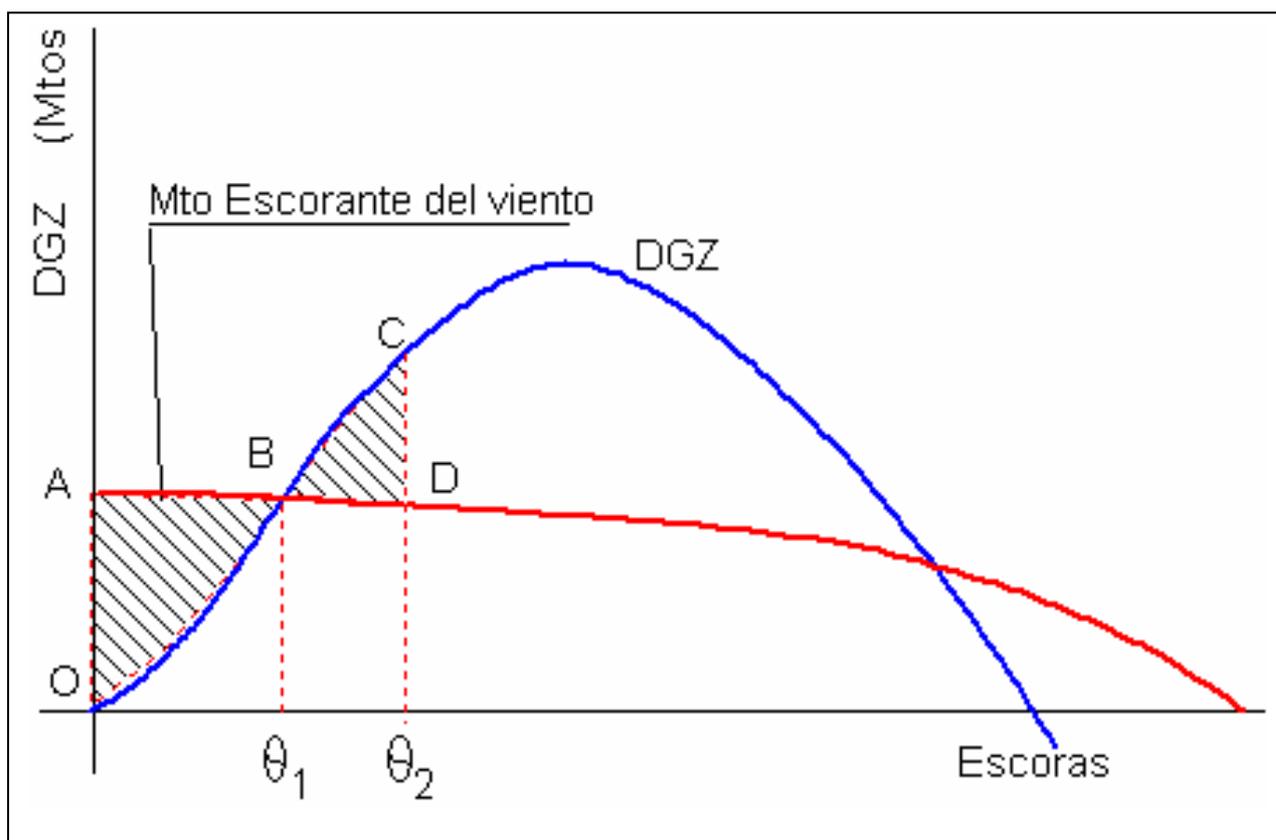
H = distancia entre el centro vélico (o centro de gravedad de la superficie expuesta al viento si no se trata de un velero) y la superficie de flotación.

θ = ángulos de escora

Aplicando la fórmula anterior para un determinado valor de viento, obtendremos una curva de brazos escorantes (curva coseno) que una vez representada junto con la curva de brazos adrizantes, determinará un corte entre ambas que fijará un ángulo  $\Theta_1$ , que será el ángulo de escora producido por el viento. Este será el ángulo de equilibrio estático.

Realizando, adicionalmente, consideraciones dinámicas sobre el movimiento de escora provocado por el viento sobre el buque, sucederá que, al soplar un viento de fuerza **P** sobre una vela o superficie **S** el barco, evidentemente, se escorará a sotavento, con un resultado de que el par escorante va disminuyendo según aumenta la escora<sup>35</sup> mientras que el par adrizante va aumentando progresivamente con aquella<sup>36</sup>. Esto sucede hasta que par escorante y adrizante se igualen en la posición de escora  $\Theta_1$ . Se ha producido un equilibrio estático.

Sin embargo, el par escorante llega a este punto con un exceso de trabajo representado por el área OAB, exceso de trabajo que se traduce en energía cinética y que hace que el buque continúe escorando hasta  $\Theta_2$ , momento en el que el trabajo del par escorante se ha igualado con el realizado por el par adrizante. Se ha producido un equilibrio dinámico y el área BCD ha compensado al área OAB. El ángulo  $\Theta_2$  será el máximo de balance.



<sup>35</sup> Tener en cuenta que depende del coseno de la escora.

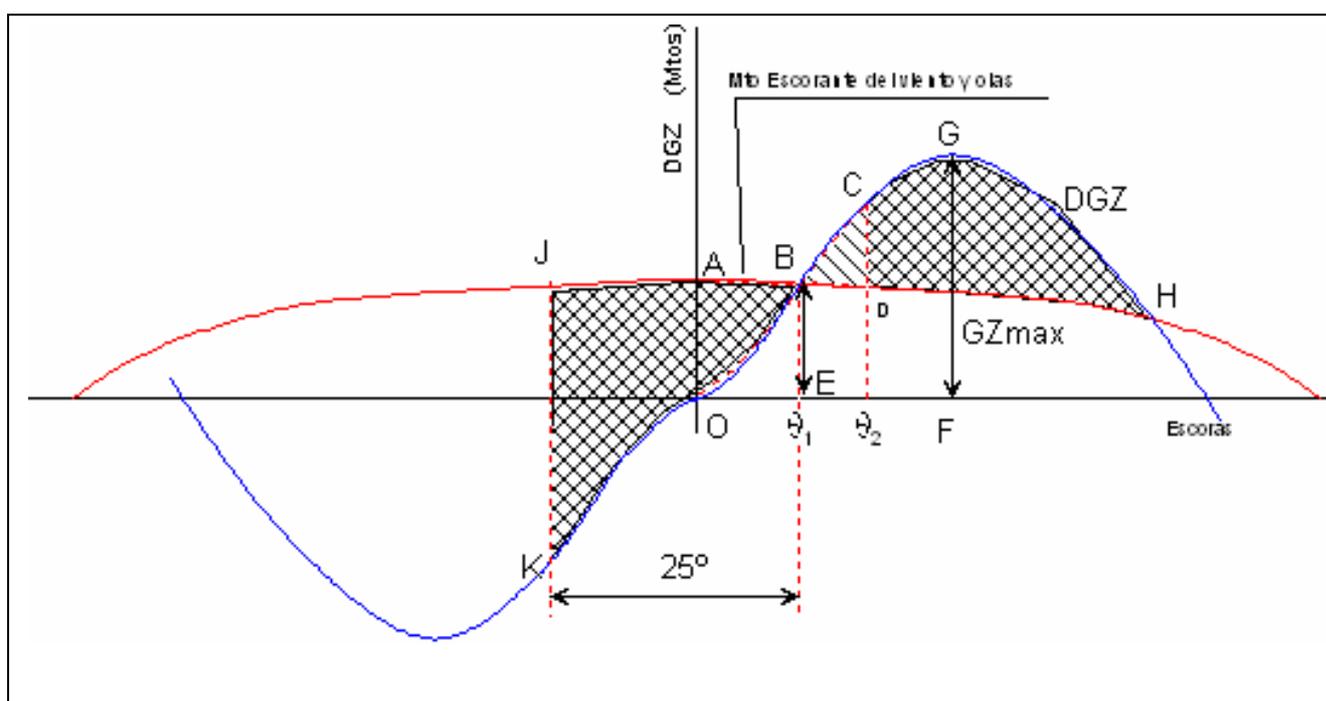
<sup>36</sup> Tener en cuenta que depende del seno de la escora.

Cuando el barco navega entre olas se producirá un balanceo continuado debido a la variación del volumen sumergido que da lugar a que el centro de carena está constantemente cambiando su posición relativa, generándose un par de fuerza que provocan la aparición de un momento DGZ, que tiende a compensar y corregir los balances hasta ciertos límites. Todo lo estudiado sobre estabilidad estática y dinámica es aplicable a esta situación.

Cuando consideramos al buque navegando entre olas y sometido a la acción de un viento dado, deberemos estudiar el efecto combinado de ambas acciones. Para superar la dificultad del cálculo de ambos efectos combinados lo que suele hacerse es acudir al uso de criterios de máximos, es decir criterios que nos proporcionarán unos valores que nunca deberán superarse, deduciendo de ellos unos valores mínimos que debe alcanzar la estabilidad dinámica para que el buque navegue en condiciones óptimas.

Uno de los criterios más usados es el determinado por el *Bureau of Ships* estadounidense, según el cual para que la estabilidad del buque sea satisfactoria bajo los efectos del mar y las olas debe cumplirse que:

- El valor del brazo GZ correspondiente a la intersección de la curva de brazos adrizantes y la de brazos escorantes no debe ser menor de 0,6 veces el brazo adrizante máximo. Es decir, en el gráfico a continuación  $BE \geq 0,6 GZ_{max}$ .
- El área BGHB nunca será menor que 1,4 veces el área BAJKOB, que está comprendida entre el punto B de intersección de las curvas de pares escorantes y adrizantes y la ordenada de  $25^\circ$  tomada hacia barlovento del punto de intersección B. Dicho ángulo de  $25^\circ$  es arbitrario pero suficiente para condiciones estimadas adversas de viento y mar.



Para poder calcular el área BAJKOB, definida hasta los  $25^\circ$  a barlovento (a la izquierda) desde el ángulo de escora permanente  $\Theta_1$ , se dibujan las curvas simétricas que se observan en el gráfico<sup>37</sup>

## 2.16 MOVIMIENTO DEL BUQUE

Ya hemos estudiado la estabilidad estática y dinámica así como los efectos de pares escorantes sobre el buque y su interrelación con los momentos adrizantes inducidos por la estabilidad.

También hablamos de que cuando el buque se mueve entre olas se producen movimientos de balance. Añadir, que además, se producen otros como la *arfada* y la *cabezada*, así como una combinación de todos los anteriores que se denomina *cuchareo*<sup>38</sup>.

Asimismo, habíamos visto que cuando al buque se le aplica un par escorante, aquél alcanzará una escora en la cual se equilibran los momentos adrizantes y escorantes.

Desde el punto de vista que estamos considerando, el momento adrizante derivado del par de estabilidad representa una energía potencial que no induce ningún movimiento al barco y que se destina a equilibrar los momentos escorantes provocados por fuerzas internas o externas al buque. Pero en el momento que esas fuerzas que dan lugar a momentos escorantes dejen de actuar, la energía potencial derivada del par adrizante de estabilidad se transformará en energía cinética que impulsará el barco a recuperar su posición de adrizado con un movimiento que alcanzará una velocidad determinada.

Cuando el barco haya alcanzado su posición de adrizado, el momento del par de estabilidad será nulo ( $GZ=0$ ), cesando de actuar. Sin embargo, el buque llegará a esa posición de adrizado con una velocidad ( $V$ ) por lo que seguirá moviéndose hacia la otra banda consumiendo la energía cinética restante con la energía potencial del par de estabilidad que empieza de nuevo a actuar en cuanto el buque comienza a escorarse otra vez. Estos balances a una banda y otra continuarán, pudiendo ocurrir que, si la fuerza escorante ha desaparecido, los movimientos de balance se vayan amortiguando hasta que el barco queda adrizado, o, si la fuerza escorante no ha desaparecido, continúen.

En un barco, los períodos de cabezada serán muy pequeños ya que, aunque el momento de inercia longitudinal es mucho mayor que el transversal, el radio metacéntrico longitudinal ( $CM_L$ ) también es mucho mayor que el transversal ( $CM_T$ ); efecto que podemos determinar de la observación de la fórmula que determina el período simple de balance longitudinal (cabezada), que es:

---

<sup>37</sup> Tener en cuenta que los senos de ángulos negativos son negativos y que los cosenos de ángulos negativos son positivos.

<sup>38</sup> Supongamos un barco con una eslora  $L$  navegando entre olas con mar de proa. Si la distancia entre olas es menor que  $L$  entonces el casco del barco encuentra apoyo sobre dos o más crestas de olas y esto supone solo un pequeño cabeceo, que es un movimiento de giro longitudinal, sobre un eje transversal que pasa por el centro de flotación. En cambio si la distancia entre olas es mayor que  $L$ , el barco se ve obligado a seguir las pendientes de subida y baja de las olas, produciéndose además de un cabeceo apreciable movimientos verticales con grandes aceleraciones (arfada). Los movimientos del barco a estribor y babor alrededor de un eje longitudinal se llama balance.

$$T_L = \pi \sqrt{\frac{I_{g_l}}{D(CM_L - b)}} = \pi \sqrt{\frac{I_{g_l}}{D \bullet GM_L}}$$

Donde:

- $T_L$  = período simple longitudinal  
 $I_{g_l}$  = momento de inercia longitudinal del buque respecto al centro de gravedad.  
 $D$  = desplazamiento  
 $CM_L$  = radio metacéntrico longitudinal  
 $b$  = distancia del centro de carena al centro de gravedad  
 $GM_L$  = altura metacéntrica longitudinal.

Para el balance transversal podemos llegar a una fórmula idéntica, solamente que referida al momento de inercia transversal del buque respecto de un eje longitudinal que pasa por el centro de gravedad y sustituyendo la altura metacéntrica longitudinal por la transversal.

$$T_T = \pi \sqrt{\frac{I_{g_T}}{D \bullet GM_T}}$$

Donde:

- $T_T$  = período simple transversal  
 $I_{g_t}$  = momento de inercia transversal del buque respecto al centro de gravedad.  
 $D$  = desplazamiento  
 $GM_L$  = altura metacéntrica longitudinal.

Analizando cualquiera de las dos fórmulas (período longitudinal y período transversal) se observa que a mayor GM el período de balance disminuye para un determinado desplazamiento (D).

Para el movimiento transversal, el momento motor del buque  $D \bullet GM \bullet \text{sen } \theta$  dividido entre el momento de inercia del mismo respecto al plano diametral ( $I_g$ ) nos dará la aceleración angular del balance transversal del buque entre olas.

Por lo tanto, y como se deduce de las fórmulas anteriores, y en concreto para el balance transversal que es el que más nos interesa por cuestiones evidentes de estabilidad, para un determinado desplazamiento (D), el período de balance del buque será inversamente proporcional a la altura metacéntrica (GM). Esto indica que un período de balance grande nos informará sobre una altura metacéntrica pequeña, una velocidad angular de balance también pequeña y una capacidad reducida de recuperación de la posición de adrizado cuando el buque está bajo los efectos de las olas, y al contrario un período de balance pequeño nos informará de una altura metacéntrica grande, una velocidad angular de balance grande y una capacidad importante de recuperación de la posición de adrizado.

## 2.17 BALANCE ABSOLUTO Y RELATIVO

Se denomina *balance absoluto* al ángulo que forma el plano diametral del buque con la vertical real ( $V_r$ ). A este ángulo lo denominamos  $\beta$ . La vertical real es siempre perpendicular a la lámina de agua en estado de reposo.

La vertical aparente ( $V_a$ ) es la perpendicular al perfil de la ola en un instante dado. Al ángulo que forma la  $V_r$  con la  $V_a$  lo denominamos  $\beta$ .

Se induce fácilmente que la vertical aparente va cambiando constantemente para los diferentes puntos del perfil de la ola.

Se denomina *balance relativo* al ángulo que forma el plano diametral del buque ( $LcG$ ) con la vertical aparente. Lo designaremos por  $\theta$ .

El valor de  $\beta$  se anula en la cresta y en el seno de la ola, donde coinciden  $V_a$ ,  $V_r$  y  $LcG$ .

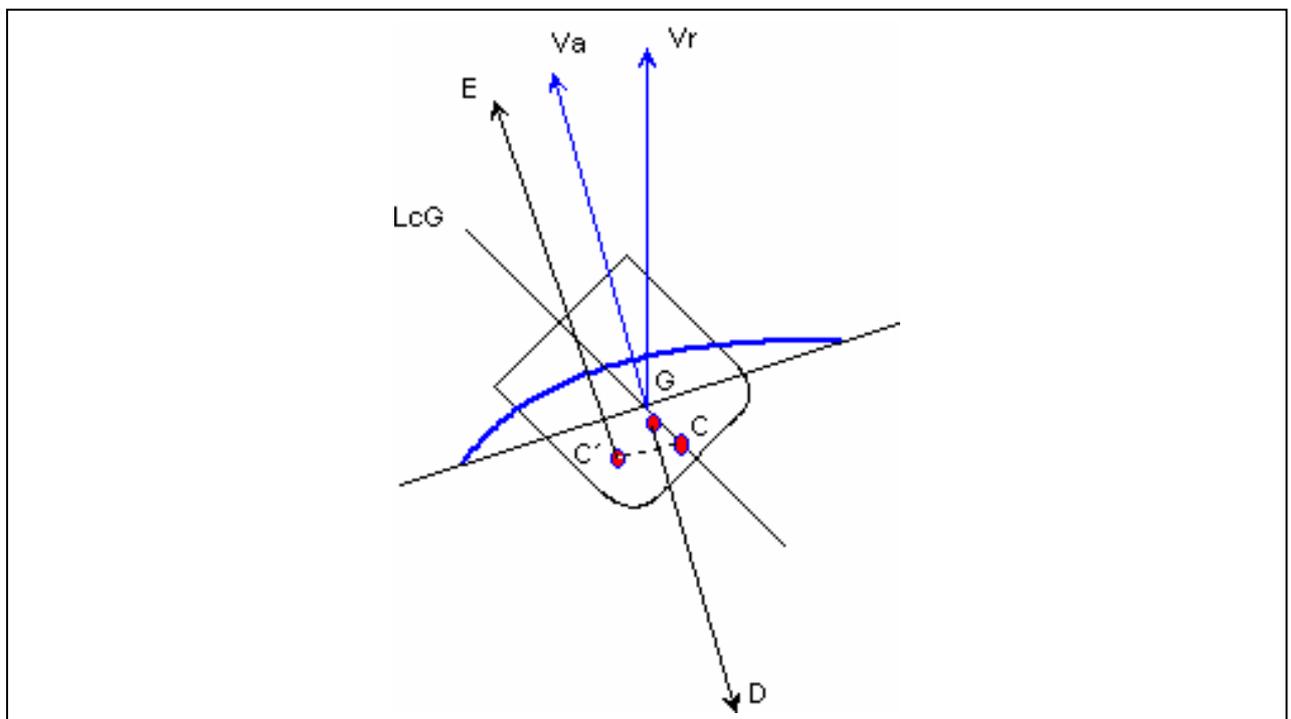
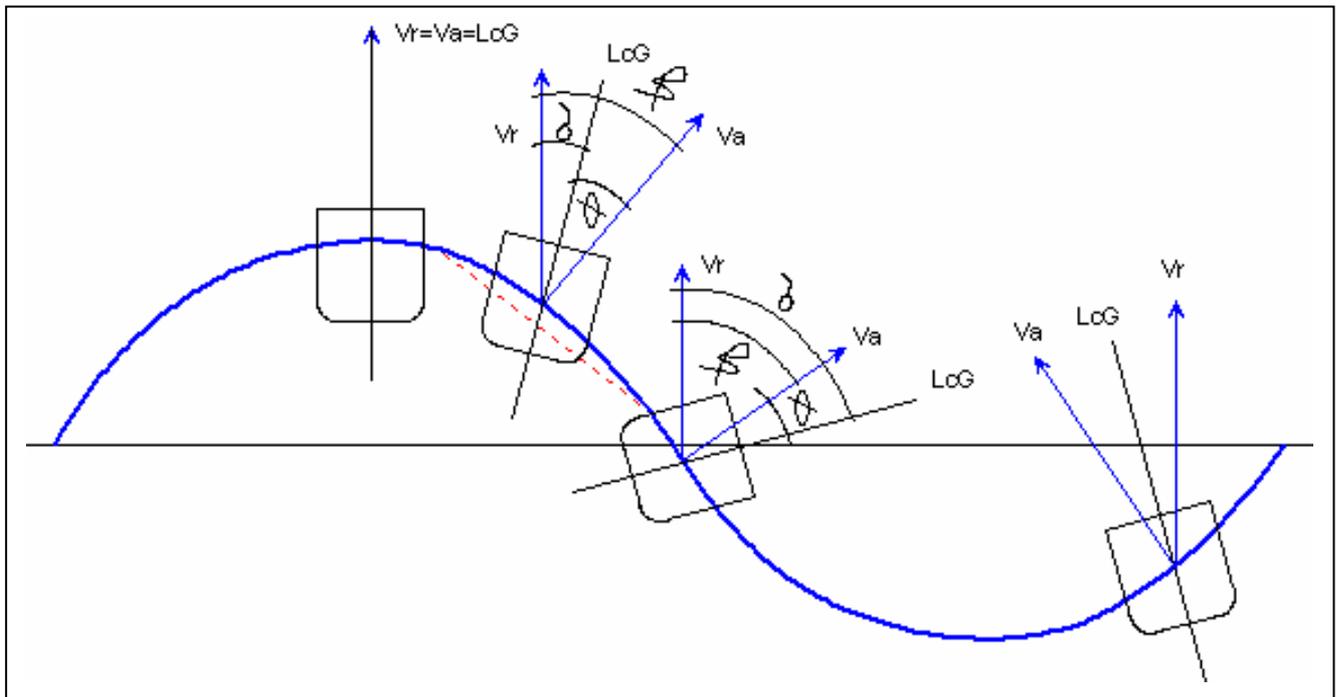
De la figura a continuación donde podemos deducir la relación entre el balance absoluto y relativo, obtenemos que:

$$\theta = \beta \pm \delta$$

Es evidente que el buque se encontrará en equilibrio cuando la vertical aparente ( $V_a$ ) coincida con el plano diametral ( $LcG$ ).

Como consecuencia del paso de la ola, el buque se irá escorando, por lo que el centro de carena pasará de  $C$  a  $C'$ , siendo la dirección de aplicación de desplazamiento ( $D$ ) y empuje ( $E$ ) perpendicular al perfil de la ola y por tanto paralelo a la vertical aparente ( $V_a$ ) en cada momento, vertical aparente que como dijimos cambia a cada momento según la ola va pasando.

Se producirá así el conocido par de adrizamiento debido a la estabilidad transversal que tenderá a llevar al buque a una posición en la que la vertical aparente coincida con el plano diametral.



## 2.18 EL EJE TRANQUILO

Como hemos visto los movimientos del buque en sentido transversal, es decir los balances, tienen un carácter complejo debido a la continua variación del perfil de las olas, la obra viva y los efectos que esto tiene sobre la respuesta producida por el par de estabilidad.

Debido a ello, el barco en su movimiento de balance no gira alrededor de un eje longitudinal que pase por el centro de flotación, sino que tiende a hacerlo sobre un eje que pasa por las proximidades del centro de gravedad, aunque no por éste.

La realidad es que el barco da sus balances sobre distintos centros de curvatura, describiendo arcos diferentes en los distintos puntos a lo largo de su eslora, movimiento que aún se complica más cuando lo combinamos con las cabezadas.

Para cada sección del barco encontraríamos así lo que podemos denominar *centro instantáneo de rotación*.

La posición promedio de todos los centros instantáneos de rotación no daría lo que se denomina *eje tranquilo*, el cual será entonces un eje sobre el que no habrá sensación de balance, o esta será mínima. Este eje se encuentra generalmente en la crujía y un poco por encima del centro de flotación.

## 2.19 RELACION ENTRE EL PERIODO DE BALANCE TRANSVERSAL Y LA ESTABILIDAD

Ya habíamos hablado del período de balance transversal definiéndolo como el tiempo que tarda el buque en dar una oscilación. Dicho período puede ser doble (se mide el tiempo que tarda el barco en ir de babor a estribor y volver otra vez a babor) o simple (se mide el tiempo que tarda el barco en ir de babor a estribor).

Al ángulo que va desde la posición de escora a una banda hasta la de escora hacia la otra banda se le llama *amplitud del balance*.

Recordando la fórmula del período simple:

$$T_T = \pi \sqrt{\frac{I g_T}{D \bullet GM_T}}$$

Donde:  $I g_T = D \bullet r^2$

Siendo:

D = desplazamiento

r = radio de inercia con respecto al centro de gravedad

Habíamos visto, también, que el período de balance y la altura metacéntrica eran inversamente proporcionales. Es decir, un GM grande implicará un período pequeño, el barco tendrá mucha estabilidad y dará los balances muy rápido; diremos que el barco es *rígido* o *duro*. En cambio, un GM pequeño implicará un período grande, el barco tendrá poca estabilidad y dará los balances muy lento; diremos que el barco es *blando*.

Los buques duros presentan condiciones de navegación muy incómodas, sometiendo arboladura, jarcia, grúas, etc., a bruscos balances y por tanto a esfuerzos innecesarios. Los barcos blandos presentarán quizás problemas de estabilidad durante su movimiento en mares agitados, o debidos a algún corrimiento de carga. Se deberá tener en cuenta esto a la hora de cargar los barcos para que queden con unas condiciones de estabilidad óptimas.

La fórmula del período doble se obtendrá multiplicando por 2 la estudiada para el período simple:

$$T_T = 2\pi \sqrt{\frac{I g_T}{D \bullet GM_T}}$$

Como hemos dicho cualquier cambio en las condiciones de carga del buque modificará el período de balance por la modificación que se produce en la altura metacéntrica.

También podemos modificar el período de balance modificando el momento de inercia ( $I_g$ ). Un traslado de pesos hacia las bandas aumentará dicho momento y por tanto aumentará el período de balance. De acuerdo con la fórmula  $I g_T = D \bullet r^2$  vemos que el citado momento de inercia es directamente proporcional al cuadrado del radio de inercia, es decir que cuanto más traslademos los pesos hacia las bandas la variación del momento será cuadráticamente mayor.

Conociendo el período de balance transversal podemos calcular la altura metacéntrica (GM) mediante la fórmula:

$$GM = \left( \frac{0,78 \bullet M}{T_{dT}} \right)^2$$

Con  $T_{dT} = T/N$

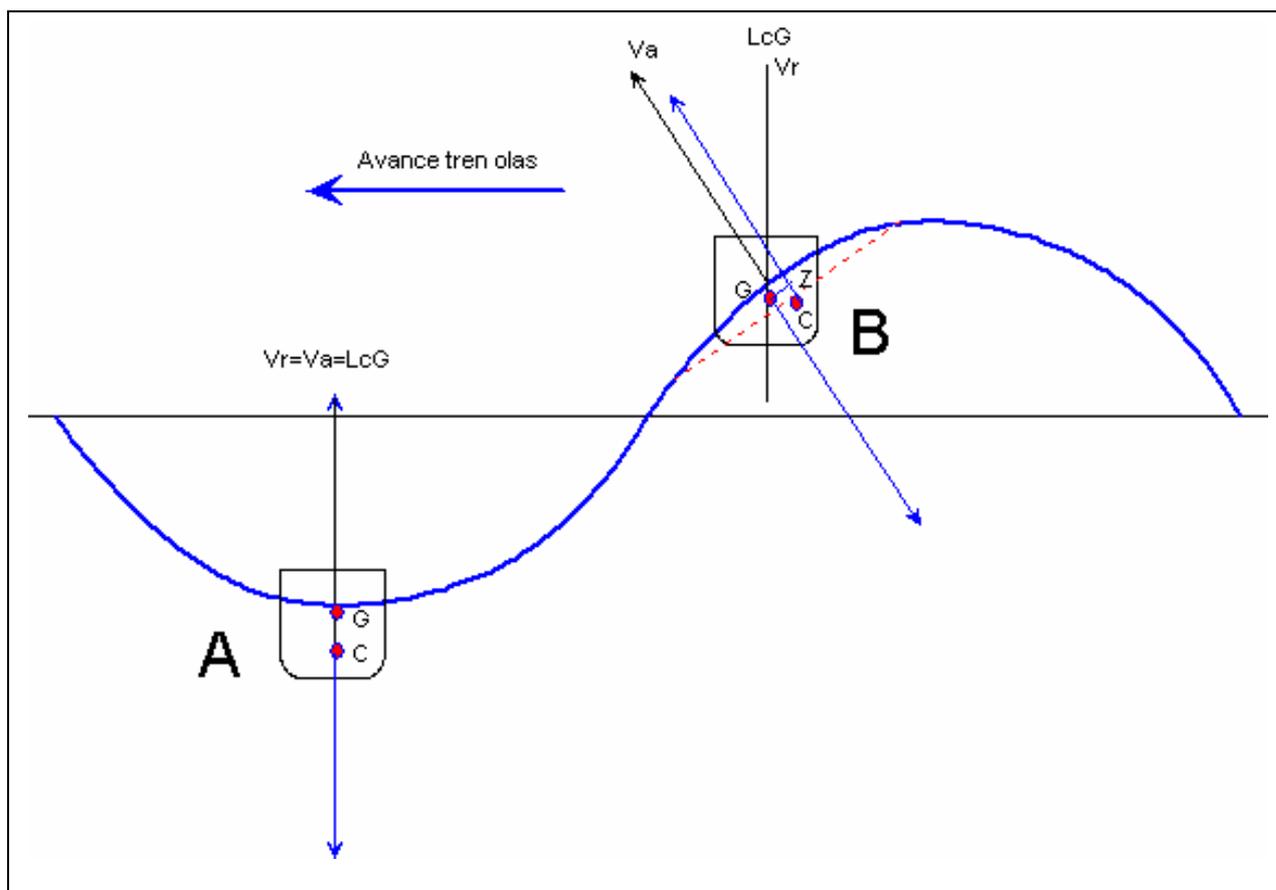
Siendo:

- $T_{dT}$  = Período doble transversal de balance  
 M = manga del buque  
 T = tiempo en segundos empleado en dar una oscilación doble  
 N = número de oscilaciones dobles

Es decir lo que se hace es dejar que el buque balancee entre olas que produzcan oscilaciones nunca mayores de  $10^\circ$ , midiendo el tiempo (T) en segundos que el barco tarda en ir de una banda a la otra y volver de nuevo a la primera (ER-BR-ER), dejando que se repita la operación un número dado de veces (N) con objeto de obtener valores medios más fiables. Aplicando las fórmulas anteriores se calcula el GM. También se puede realizar lo que se llama experiencia de estabilidad escorando el barco con un peso dado y realizando las mismas operaciones anteriores.

## 2.20 BUQUE ATRAVESADO ENTRE OLAS: ESTABILIDAD

Veamos de nuevo la figura en la que se observa el comportamiento de un buque sometido al paso de un tren de olas.



Partamos de la situación "A", en la cual el buque se encuentra adrizado en el seno de una ola. En esa posición coinciden, como ya se dijo, la vertical real, la aparente y el diametral.

Según avanza el tren de olas, cuando el barco se halla en la posición “B”, habrá variado el volumen sumergido y por tanto el centro de carena habrá cambiado pasando a ocupar una nueva posición (C). Como el centro de gravedad (G) no se ha movido, se formará un par de fuerzas de brazo GZ, cuyo momento será  **$D \cdot GM \cdot \text{sen}\theta$** , para escoras menores de  $10^\circ$ , o  **$D \cdot (KN - KG \text{sen}\theta)$**  para escoras mayores de  $10^\circ$ .

Como consecuencia del par el buque tenderá a escorar, en este caso a babor, intentando llevar el diametral a coincidir con la vertical aparente (Va). Cuando se produzca dicha coincidencia, el par de estabilidad se anulará, pero la inercia del movimiento, ya que llegará a ese punto de equilibrio con una energía cinética determinada, dará lugar a que se continúe escorando a la otra banda hasta que la energía potencial del nuevo par formado anule aquella energía cinética, repitiéndose los efectos, al estar variando constantemente la vertical aparente con el paso de los trenes de olas.

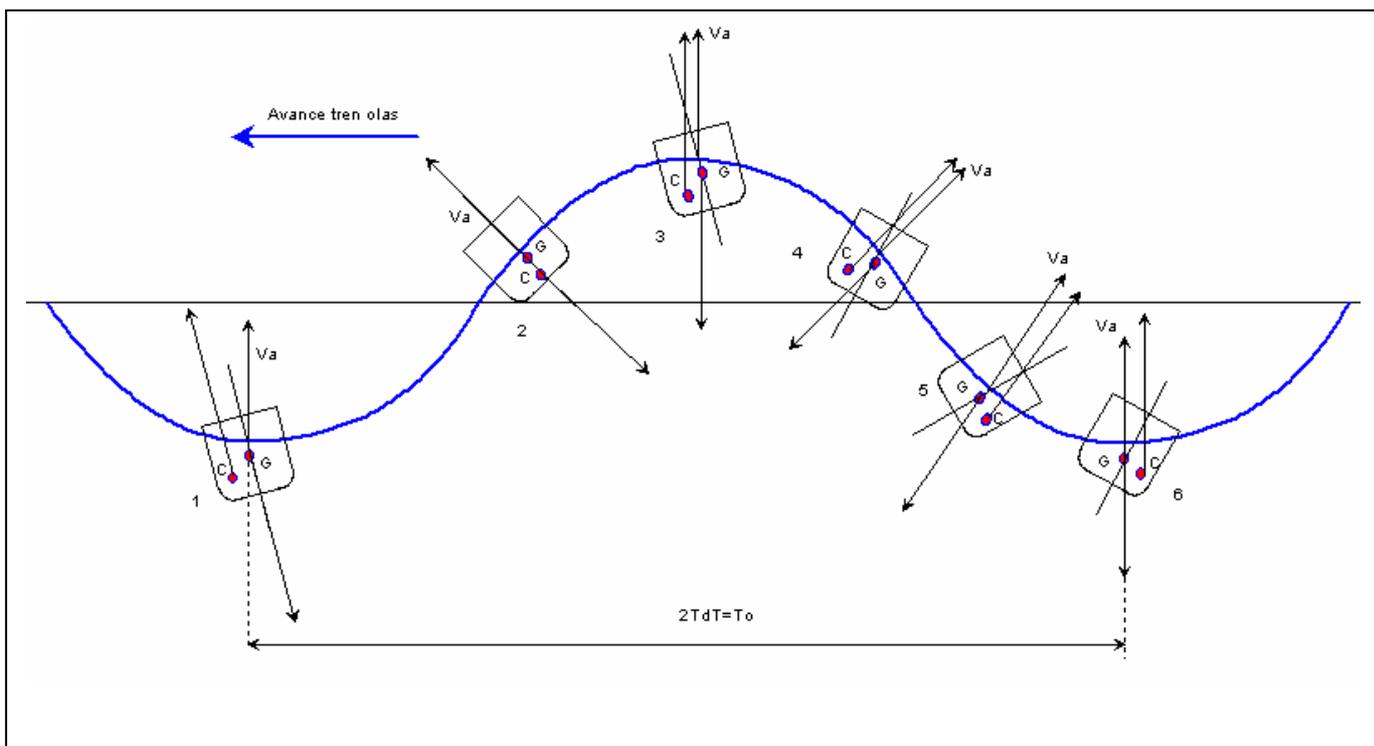
Por eso podemos decir que el movimiento de balance cuando el buque se mueve entre olas no es debido al choque de éstas contra el casco sino que deriva de la existencia de un par de estabilidad que tiende a hacer coincidir en cada momento el plano diametral con la vertical aparente.

Debido a la variación continuada de la vertical aparente como consecuencia del avance del tren de olas, y por tanto al continuo movimiento de balance que se produce, se debe considerar la relación que existe entre el período de balance y el período de la ola.

Supondremos tres casos:

- $T_o = 2T_{dT}$ : Este es el caso en el que se produce el denominado *sincronismo transversal*. Partamos de la situación en la que el buque se encuentra en el seno de la ola, después de haber superado el paso de la anterior (pos. 1). En esta posición, en la que el buque estará algo escorado a BR después de haber pasado la pendiente de la ola, afronta la nueva ola del tren. En estas circunstancias el centro de carena varía, debido a la variación del volumen sumergido, tendiendo el barco a continuar escorando debido al par de estabilidad que obliga a llevar el diametral a coincidir con la vertical aparente (pos. 2). El barco llegará a la cresta de la ola escorado a BR, donde por la razón anteriormente expuesta tenderá a iniciar su movimiento a ER comenzando a adrizarse (pos. 3). Cuando el barco afronta la pendiente contraria, debido al par de estabilidad tendrá tendencia a escorarse a ER (pos. 4), tendencia que continuará durante todo este tramo hasta llegar a la coincidencia entre el diametral y la vertical aparente (pos. 5). De esta forma el barco llega al seno de la siguiente ola con una escora e ER pronunciada, la cual irá aumentando con cada paso debido a que los períodos de balance del buque y de la ola son iguales.
- $T_o < 2T_{dT}$ : En este caso el período de balance del buque es grande en relación con el período de la ola. El balance del barco será lento y su movimiento de BR a ER tomará excesivo tiempo con respecto al paso de los sucesivos trenes de olas. Se dice que el barco tiene tendencia a *dormirse en las bandas*, el buque presentará con frecuencia elevada la cubierta al ataque de las olas embarcando mucho agua. A esta estabilidad se le llama *estabilidad de plataforma*.

- $T_o > 2T_{dT}$  : Estamos en el caso contrario al anterior. El período de balance del buque es pequeño en relación al período de las olas, por lo que el buque tendrá fuerte tendencia a mantener su diametral coincidiendo con la vertical aparente, siguiendo el perfil de la ola con bastante precisión. Se dice que el barco es muy marinero.



## 2.21 RESISTENCIA OFRECIDA POR EL BUQUE AL MOVIMIENTO

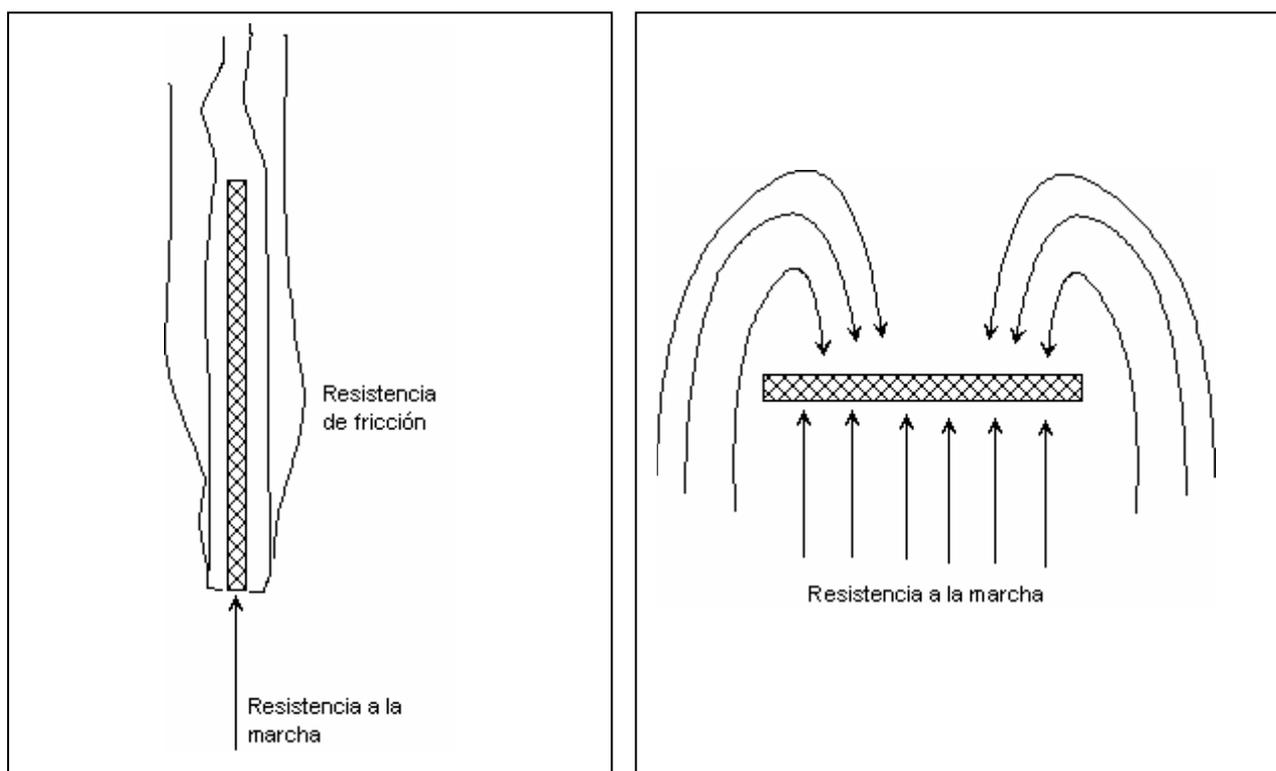
Es evidente que cualquier cuerpo que se mueva en un fluido experimenta una fuerza opuesta a su avance.

Un buque que se mueva en el fluido agua también, por tanto, experimentará esa fuerza.

Consideraremos primero la resistencia al movimiento que experimenta una lámina suficientemente delgada y realizaremos el estudio colocando la lámina, inicialmente, en dos posiciones extremas:

- La lámina se mueve longitudinalmente a los filetes líquidos: Sólo se producirá una perturbación de las moléculas del líquido que tocan la superficie mojada de la lámina y de las adyacentes debido al efecto de arrastre entre moléculas. Esta perturbación se debe al rozamiento. A mayor área mojada y a mayor velocidad de movimiento mayor será el rozamiento, ya que mayor número de moléculas contactarán con la superficie de la lámina por unidad de tiempo.

- La lámina se mueve perpendicularmente a los filetes líquidos: Cuando la lámina se mueve perpendicularmente a los filetes líquidos, presenta una cara a la masa de agua que choca contra la misma. Por tanto, por la cara delantera se producirá una fuerza que se opone al movimiento. El avance de la lámina empuja, entonces, la masa de agua con su cara delantera, dejando un vacío por su parte trasera que tiende a rellenarse con moléculas líquidas de la parte delantera, provocando perturbaciones y turbulencias en forma de remolinos que también se oponen al avance.



Los dos efectos comentados en párrafos anteriores dan lugar a los siguientes tipos de resistencia al avance del buque:

- Resistencia a la fricción: El rozamiento que afecta al cuerpo que se mueve en el fluido dependerá fundamentalmente de la velocidad de avance ( $V$ ), de la densidad del líquido ( $\delta$ ), de la superficie mojada del cuerpo ( $S$ ) y de la calidad de dicha superficie (rugosidad, etc). Este último factor determinará la existencia de un coeficiente denominado *coeficiente de fricción* ( $K_f$ ).

Los resultados de experiencias realizadas por investigadores en canales hidrodinámicos (*Fraude y otros*) han dado lugar a la siguiente fórmula empírica:

$$R_f = K_f \cdot S_c \cdot \delta \cdot V^{1,825}$$

Donde:

- $K_f$  = coeficiente de fricción  
 $S_c$  = superficie mojada o de la carena  
 $\delta$  = densidad del fluido  
 $V$  = velocidad en m/seg.

La anterior fórmula expresada en nudos sería:

$$R_f = K_f \cdot S_c \cdot \delta \cdot (0,51V)^{1,825}$$

La superficie de carena en un buque puede calcularse aproximadamente mediante la fórmula:

$$S_c = \frac{V_s}{C} + 1,7 \cdot E \cdot C$$

Donde:

- $E$  = eslora  
 $C$  = calado  
 $V_s$  = volumen sumergido

Esta resistencia de fricción es una parte importante de la resistencia total al avance, representando aproximadamente un 80% de ésta para velocidades moderadas y disminuyendo hasta un 40% para velocidades altas<sup>39</sup>.

- Resistencia a la marcha: Como dijimos, debida al choque del cuerpo contra la masa del fluido y a las turbulencias derivadas. Esta resistencia puede disminuirse, como es lógico, dando a la carena una forma adecuada, con objeto de que tanto el choque como las turbulencias sean mínimas.

Es por ello que esta resistencia, que también se la conoce como *resistencia directa*, disminuirá dando al caso perfiles como los finos de proa y popa. La resistencia directa suele ser un porcentaje de la resistencia de fricción. Dicho porcentaje dependerá del *coeficiente de afinamiento*<sup>40</sup> del buque.

$$R_d = \mu \cdot R_f$$

<sup>39</sup> No es que la resistencia por fricción disminuya al aumentar la velocidad, ya que sabemos que es proporcional a la misma, lo que sucede es que disminuye el porcentaje que representa en la resistencia total ya que al aumentar la velocidad aumenta mucho la resistencia debido a la formación de olas.

<sup>40</sup> Relación entre la superficie de flotación y la superficie del rectángulo que la contiene.

Donde:

$R_d$  = resistencia directa

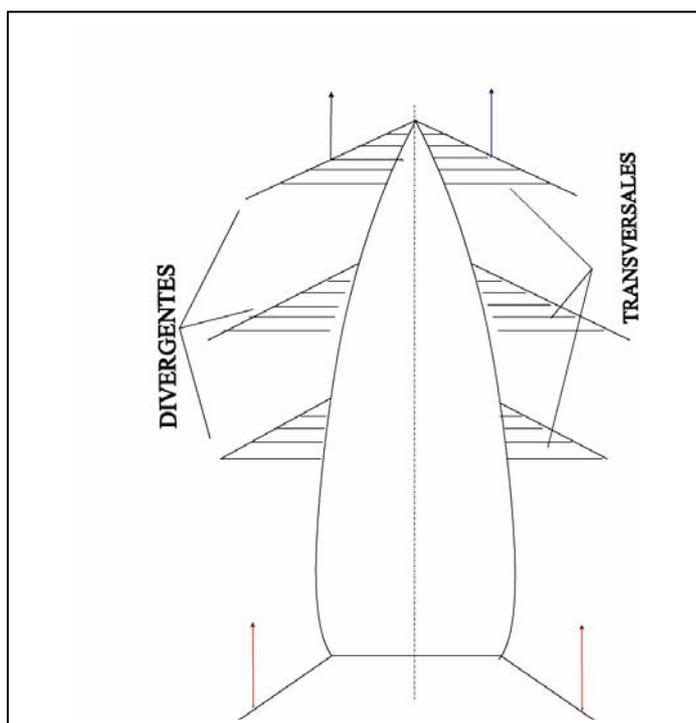
$R_f$  = resistencia de fricción

$\mu$  = coeficiente que es igual a 0,05 para buques finos y 0,08 para buques con formas llenas

Además de la resistencia a la marcha y la resistencia por fricción ya vistas, se debe considerar :

- Resistencia por formación de olas: Cuando el buque se mueve sobre la lámina de agua genera varios sistemas de olas que podemos simplificar en:

- Olas divergentes: Se propagan en dirección que diverge del movimiento del buque. Se dividen en:
  - Olas generadas a proa: Formadas por el choque de la proa del barco contra el fluido.
  - Olas generadas a popa: Debido al vacío que deja el casco del buque al pasar se crea una diferencia de presión que provoca que el fluido adyacente tienda a rellenar ese vacío. Ese movimiento de relleno da lugar a las olas de popa.
- Olas transversales: Al chocar la proa contra la masa de fluido se genera un movimiento a banda y banda (*bigotes*) que se propaga en la misma dirección en la que se mueve el buque. Estas olas son perpendiculares a la eslora del casco e interaccionan con las olas divergentes que vienen de proa, las cuales limitan la altura de aquellas.



Generar estas olas durante el avance consume una energía que será suministrada por el sistema propulsor.

La fórmula empírica aproximada que nos da la resistencia por formación de olas en el avance es:

$$R_o = \left( \frac{D^{\frac{2}{3}} \cdot V^4}{E} \right) \mu$$

Donde:

- $\mu$  = coeficiente ya estudiado (0,05 para buques finos y 0,08 para buques llenos)
- D = desplazamiento
- V = velocidad en nudos
- E = eslora

La resistencia total ofrecida por el fluido agua ( $R_a$ ) será la suma de todas las vistas anteriormente:

$$R_a = R_f + R_d + R_o$$

- *Resistencia de la masa de aire:* Igual que el fluido agua presenta una resistencia al avance, la masa de aire, que es un gas, dará lugar a resistencias que se oponen al avance, que será menores debido a que la densidad es más pequeña.

Por lo tanto, la masa de aire al chocar contra la obra muerta del buque se opondrá a su movimiento. Si la masa de aire está en calma, la resistencia que opone se calcula como un porcentaje de la resistencia ofrecida por el agua:

$$R_v = 0,03 \cdot R_a$$

Donde:

- $R_v$  = resistencia de la masa de aire
- $R_a$  = resistencia de la masa de agua

Si la masa de aire está en movimiento, es decir si existe viento:

$$R_v = \eta \cdot A \cdot (V \pm v \cdot \cos \alpha)^2$$

Donde:

- $\alpha$  = ángulo que forma el viento con el buque  
 $V$  = velocidad del barco  
 $v$  = velocidad del viento  
 $A$  = área total de una sección vertical de la obra muerta  
 $\eta$  = coeficiente que puede variar entre 0,025 y 0,032

Si el viento viene por la proa  $\alpha = 0^\circ$  y por tanto  $\cos\alpha = 1$ , por lo que:

$$Rv = \eta \cdot A \cdot (V + v)^2$$

Si el viento viene por la popa  $\alpha = 180^\circ$  y por tanto  $\cos\alpha = -1$ , por lo que:

$$Rv = \eta \cdot A \cdot (V - v)^2$$

La resistencia total a la que está sometido el buque en su avance será la suma de la derivada del fluido agua y de la del fluido aire:

$$Rt = Ra + Rv$$

En todas las expresiones anteriores en las que se ha estudiado la resistencia provocada por el fluido agua al avance del barco, ésta dependía fundamentalmente de la superficie mojada o superficie de carena y del desplazamiento del barco. Ambos factores dependen del calado por lo que a mayor calado mayor será la resistencia total al avance.

El asiento del barco no aparece como variable en ninguna de las fórmulas estudiadas, sin embargo cuando estudiamos la resistencia a la marcha habíamos supuesto un avance normal o perpendicular a los filetes líquidos. Si la citada lámina se mueve formando un cierto ángulo con los mismos la resistencia a la marcha disminuye.

Supongamos entonces una lámina XY, de longitud (L) que se remolca, en un fluido, tirando de ella por su centro de gravedad (G), y formando un ángulo  $\alpha$  con relación a los filetes líquidos. La resistencia o presión normal sobre la lámina será<sup>41</sup>:

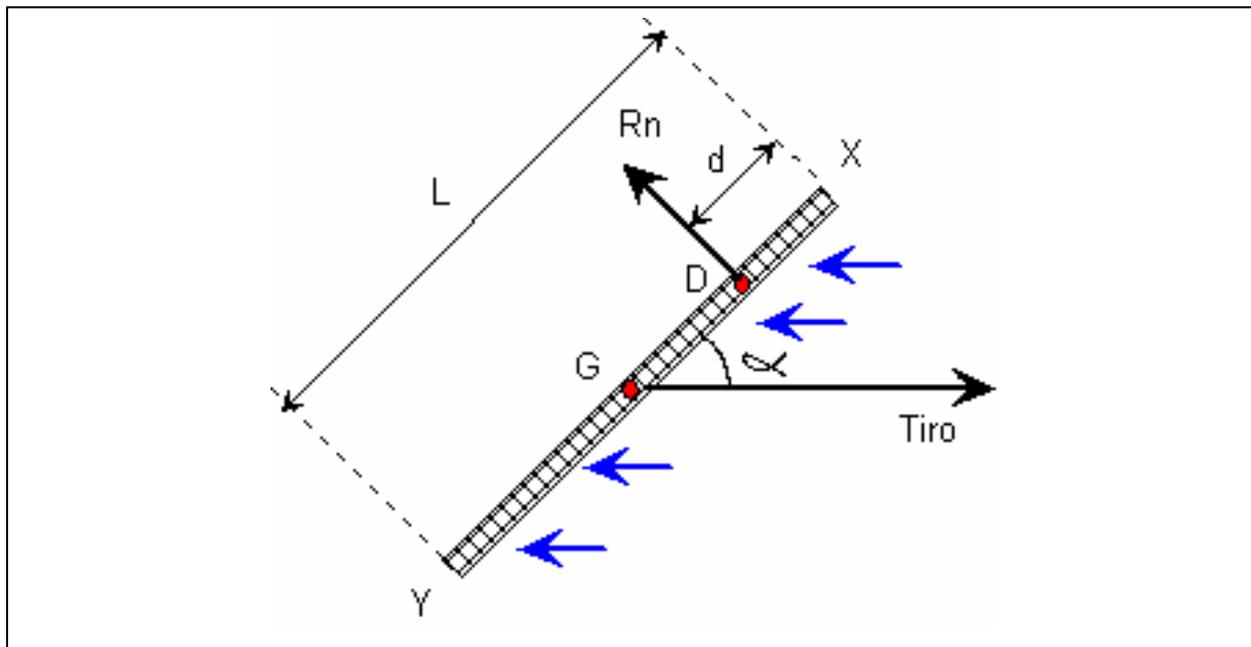
$$Rn = \frac{41,35 \cdot V^2 \cdot S \cdot \text{sen}\alpha}{0,2 + 0,3 \cdot \text{sen}\alpha}$$

Donde:

- $\alpha$  = ángulo entre lámina y fluido (sería sustituible a todos los efectos por el asiento del barco)

<sup>41</sup> De acuerdo a la fórmula de Joessel.

S = superficie de carena  
 V = velocidad en m/seg.



El punto de aplicación de esta resistencia estaría en:

$$d = (0,2 + 0,3 \cdot \text{sen} \alpha) \cdot L$$

Donde:

L = longitud de la lámina (sustituible por la eslora del buque)

De la fórmula de la resistencia normal vista, se deduce que la misma depende del asiento del buque, ya que a mayor asiento mayor será  $R_n$ .

## 2.22 VARADA

Se dice que un barco *vara* cuando su casco ha quedado apoyado en el fondo. Vamos a considerar dos modos distintos de producirse una varada:

- El buque vara en un punto contenido en el plano diametral.
- El buque vara en un punto situado fuera del plano diametral.

Consideremos el primer caso. Si el buque vara apoyando un punto situado en el plano diametral, cuando la marea baje, se pasará de la flotación  $F1L1$  a la  $F2L2$ . Si el buque estaba inicialmente, antes de la varada, adrizado, el centro de flotación estaría en el plano

diametral también y por tanto el punto de varada se encuentra en la misma vertical del centro de flotación por lo que ambas flotaciones serán paralelas.

Después de lo estudiado es fácil deducir que la estabilidad se habrá modificado ya que se habrá producido una disminución en el empuje que será igual al peso del volumen del fluido de la rebanada limitada por las dos flotaciones mencionadas.

Como peso (o desplazamiento) y empuje son fuerzas iguales pero de sentido contrario, cuando hablamos de disminución de empuje podemos deducir que habrá habido un aumento de peso en una cantidad equivalente.

Por el principio de acción – reacción, ese aumento de peso provocará una fuerza igual y contraria aplicada en el punto de apoyo de la varada. A esa fuerza la llamaremos *reacción* (R), y será igual:

$$R = E \bullet Tcm$$

Donde:

E = emersión debida a la bajada de la marea después de la varada

Tcm = toneladas por cm.

El efecto producido sobre la estabilidad del buque por esa fuerza (R) es similar al producido por una descarga de un peso en el punto de varada<sup>42</sup>, por lo que el centro de gravedad del buque se trasladará una distancia:

$$GG' = \frac{R \bullet dv}{D - R}$$

Por lo que la altura metacéntrica disminuirá hasta un valor:

$$G'M' = GM - GG'$$

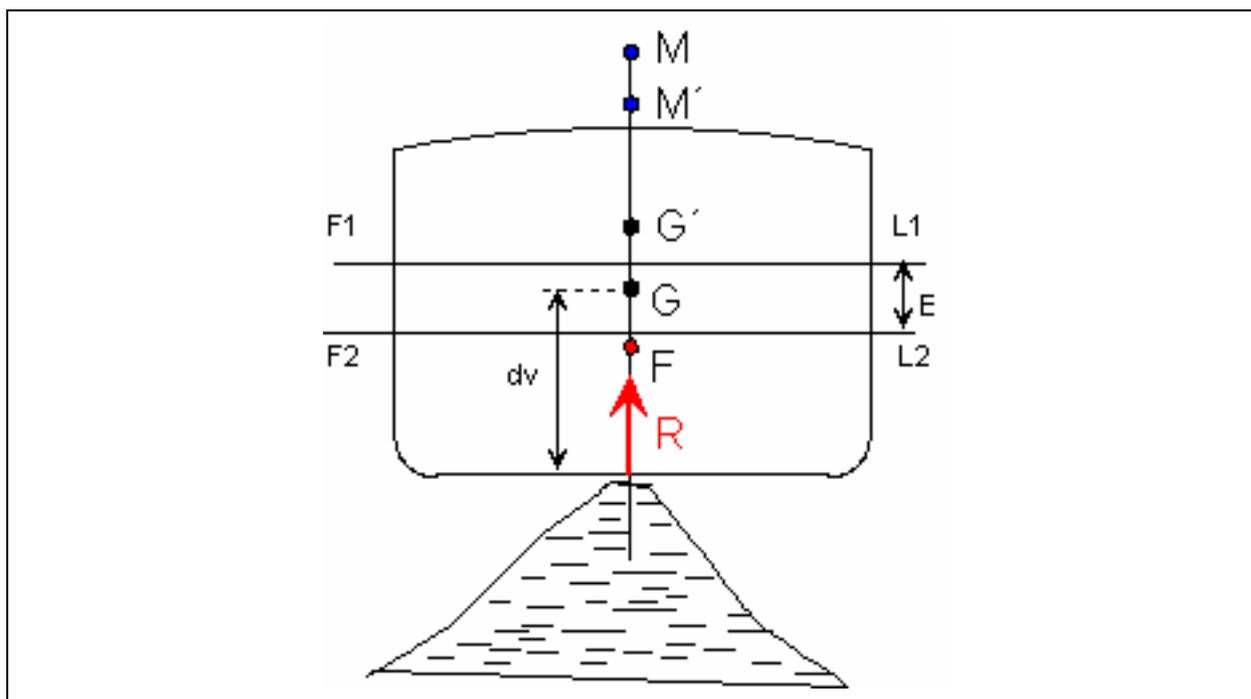
Donde:

G' = nueva posición del centro de gravedad contado el efecto de la reacción

G'M' = nueva altura metacéntrica

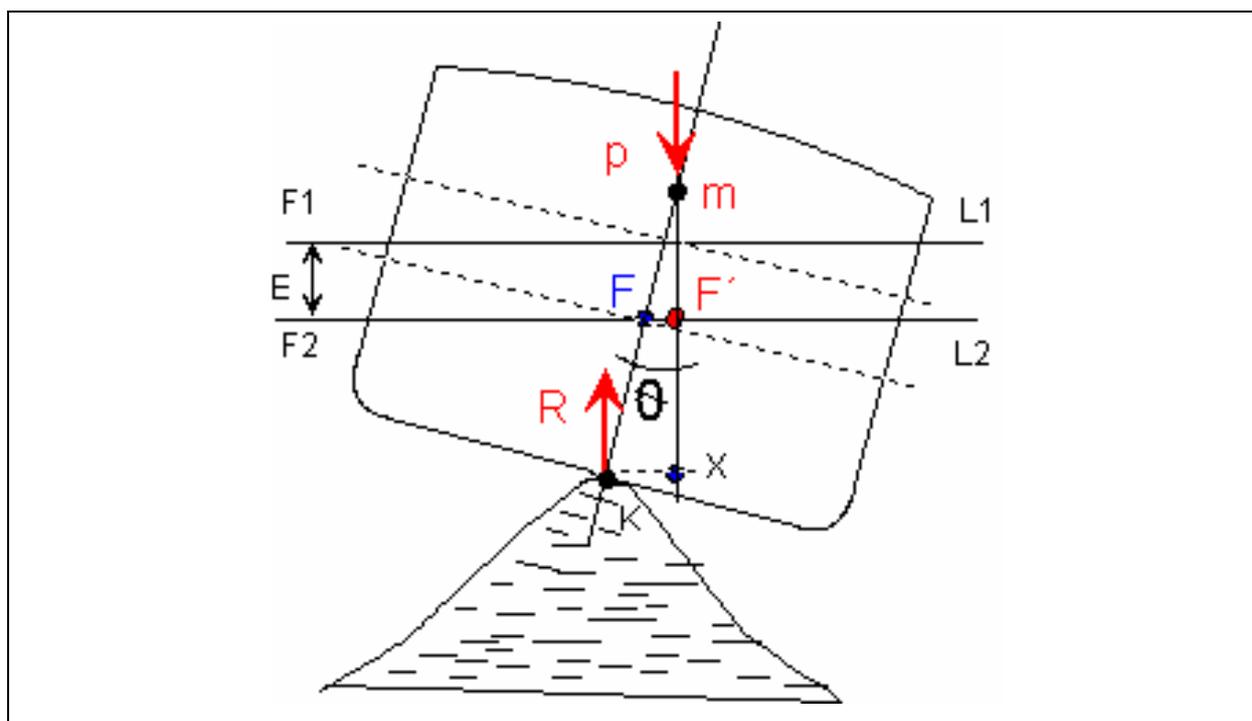
---

<sup>42</sup> Ver en el gráfico el sentido de la fuerza R.



Cuando un buque vara queda sometido a la acción de la mar. Consideremos el caso anterior y veamos que sucedería si debido a una fuerza externa, como puede ser el efecto de las olas, el buque se escorara.

Es evidente que ahora las dos fuerzas iguales y opuestas ( $R$ ) y ( $p$ ) formarán un par que dará lugar a un momento determinado por la fuerza multiplicada por el brazo.



Interesa en este estudio relacionar la estabilidad residual que le queda al buque, o la estabilidad pérdida, con la rebanada entre las dos flotaciones.

Al escorarse el barco el centro de flotación se sale de la diametral, pasando de  $F$  a  $F'$ . Llamaremos *metacentro diferencial*, al punto de intersección entre la diametral y la vertical que pasa por el nuevo centro de flotación  $F'$ . Para un buque de costados totalmente verticales, el centro de flotación no variará con la escora, ya que el aumento de superficie de flotación debido a la misma será simétrico para una y otra banda con lo que el centro de flotación permanecerá en la diametral. Es por ello, que para buques de costados verticales el metacentro diferencial coincidirá con el centro de flotación. Para buques con pantoques afinados, el centro de flotación variará con la escora, desplazándose hacia la banda donde se produce ésta. En el gráfico hemos considerado un buque con costados casi verticales, aunque con algo de pantoque, lo que produce un pequeño desplazamiento del centro de flotación de  $F$  a  $F'$ .

Pues bien, el producto de la fuerza por el brazo será:

$$M_{to} = p \cdot KX = p \cdot Km \cdot \text{sen} \theta$$

Pero:  $R = p = E \cdot T_{cm}$

Si consideramos un buque con costados verticales o casi verticales la altura del metacentro diferencial sobre la quilla será igual o aproximadamente igual al calado medio, por lo que podemos poner la expresión del momento como:

$$M_{to} = E \cdot T_{cm} \cdot Cm \cdot \text{sen} \theta$$

La estabilidad residual del barco será la que tenía inicialmente menos el momento determinado por la expresión anterior:

$$D \cdot GM \cdot \text{sen} \theta - E \cdot T_{cm} \cdot Cm \cdot \text{sen} \theta \Rightarrow (D \cdot GM - E \cdot T_{cm} \cdot Cm) \text{sen} \theta$$

Podremos encontrarnos con tres casos diferentes:

- $D \cdot GM > E \cdot T_{cm} \cdot Cm$ : La estabilidad residual es suficiente como para aguantar el barco escorado, en esa posición, sin que zozobre.
- $D \cdot GM < E \cdot T_{cm} \cdot Cm$ : La estabilidad residual no es suficiente para aguantar el barco en esa posición, por lo que continuará escorando y zozobrá.
- $D \cdot GM = E \cdot T_{cm} \cdot Cm$ : Momento crítico en el que el buque pierde toda su estabilidad. El par escorante es igual a la estabilidad residual y el momento resultante es cero.

De acuerdo con la última expresión podremos calcular a que calado medio el barco perderá toda su estabilidad, zozobrando a partir de ese momento:

$$D \cdot GM = E \cdot T_{cm} \cdot C_m \Rightarrow E = \frac{D \cdot GM}{T_{cm} \cdot C_m}$$

Cuando la emersión sobrepase el valor anterior, el barco perderá toda su estabilidad y zozobrá.

Veamos ahora el caso en el que la varada se produce en un punto fuera de la vertical del centro de flotación.

La distribución de los pares de fuerzas se puede ver en la figura a continuación. En ella vemos que ahora la reacción (R) se produce en el punto de varada (V), estando su opuesta (P) aplicada en la vertical del centro de flotación F, sobre el que podemos considerar aplicable lo dicho en párrafos anteriores.

Para realizar el estudio consideraremos aplicadas en (K) dos fuerzas iguales y de sentido contrario, de magnitud (P'), con lo que el sistema de fuerzas no se ve alterado.

Tendremos ahora aplicados dos momentos diferentes.

Por un lado tendremos:

$$M_{to} \text{ del par } (+p, -p') = p \cdot KX = E \cdot T_{cm} \cdot K_m \cdot \text{sen} \theta = E \cdot T_{cm} \cdot C_m \cdot \text{sen} \theta$$

Por otro lado, tendremos:

$$M_{to} \text{ del par } (+p', R) = p \cdot KS = E \cdot T_{cm} \cdot KV \cdot \text{cos} \theta = E \cdot T_{cm} \cdot dt \cdot \text{cos} \theta$$

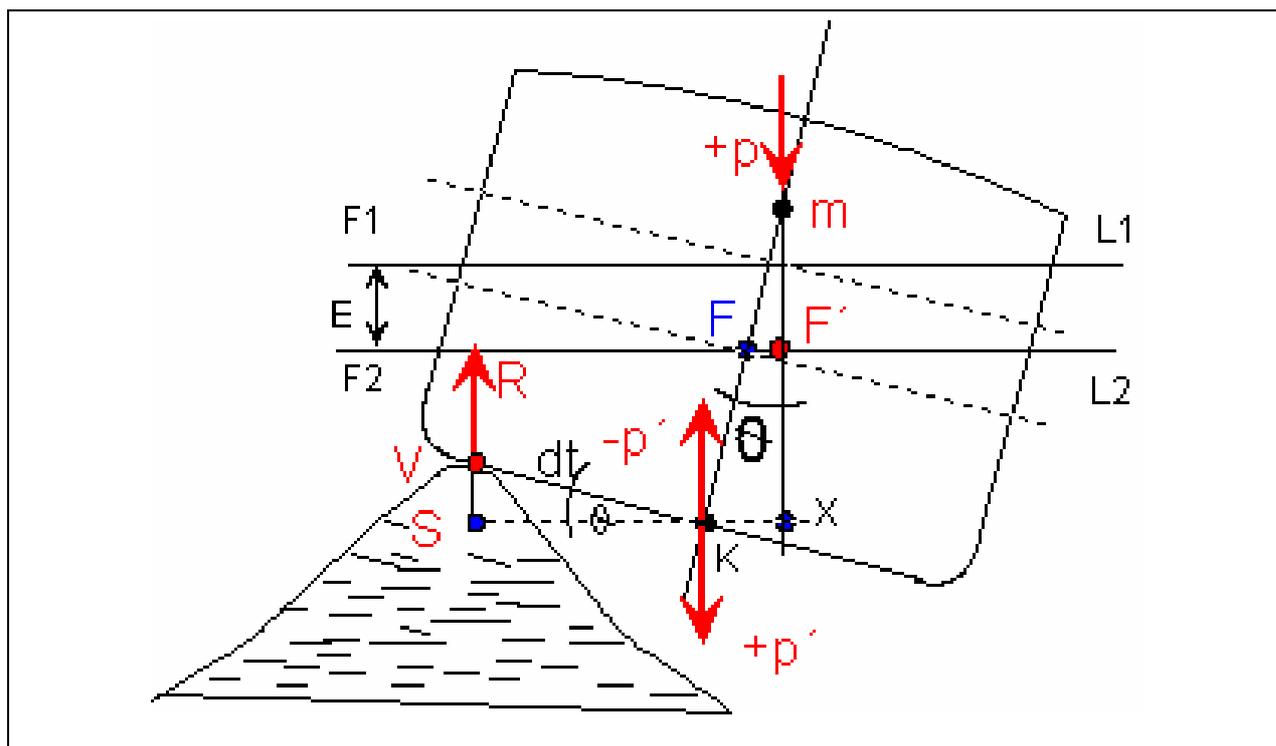
En la cual hemos sustituido en el último término KV por el valor (dt), es decir la distancia transversal del punto de varada.

Sumando ambos momentos, obtenemos:

$$M_{to_{total}} = E \cdot T_{cm} \cdot C_m \cdot \text{sen} \theta + E \cdot T_{cm} \cdot dt \cdot \text{cos} \theta$$

De donde:

$$M_{to_{total}} = E \cdot T_{cm} \cdot (C_m \cdot \text{sen} \theta + dt \cdot \text{cos} \theta)$$



La estabilidad residual del barco será la que tenía inicialmente menos el momento determinado por la expresión anterior:

$$D \cdot GM \cdot \text{sen } \theta - E \cdot T_{cm} \cdot (C_m \cdot \text{sen } \theta + dt \cdot \text{cos } \theta)$$

Se nos pueden dar los tres casos que ya vimos anteriormente:

- $D \cdot GM \cdot \text{sen } \theta > E \cdot T_{cm} \cdot (C_m \cdot \text{sen } \theta + dt \cdot \text{cos } \theta)$ : La estabilidad residual es suficiente como para aguantar el barco escorado, en esa posición, sin que zozobre.
- $D \cdot GM \cdot \text{sen } \theta < E \cdot T_{cm} \cdot (C_m \cdot \text{sen } \theta + dt \cdot \text{cos } \theta)$ : La estabilidad residual no es suficiente para aguantar el barco en esa posición, por lo que continuará escorando y zozobrá.
- $D \cdot GM \cdot \text{sen } \theta = E \cdot T_{cm} \cdot (C_m \cdot \text{sen } \theta + dt \cdot \text{cos } \theta)$ : Momento crítico en el que el buque pierde toda su estabilidad. El par escorante es igual a la estabilidad residual y el momento resultante es cero.

De acuerdo con la última expresión podremos calcular a que calado medio el barco perderá toda su estabilidad, zozobrando a partir de ese momento:

$$D \cdot GM \cdot \text{sen} \theta = E \cdot T_{cm} \cdot (C_m \cdot \text{sen} \theta + dt \cdot \text{cos} \theta) \Rightarrow E = \frac{D \cdot GM \cdot \text{sen} \theta}{T_{cm} \cdot (C_m \cdot \text{sen} \theta + dt \cdot \text{cos} \theta)}$$

Cuando la emersión sobrepase el valor anterior, el barco perderá toda su estabilidad y zozobrará.

Podemos calcular la escora que alcanzará el barco sin más que despejar  $\theta$  de la ecuación de igualdad de momentos. En esa ecuación vemos que tenemos el momento adrizante debido al par de estabilidad estática transversal y los momentos escorantes, uno debido a la pérdida de estabilidad por emersión de la rebanada entre las dos flotaciones paralelas y otro debido a la reacción producida al apoyarse el barco en el punto de varada.

Entonces:

$$D \cdot GM \cdot \text{sen} \theta = E \cdot T_{cm} \cdot (C_m \cdot \text{sen} \theta + dt \cdot \text{cos} \theta)$$

$$D \cdot GM \cdot \text{sen} \theta - E \cdot T_{cm} \cdot C_m \cdot \text{sen} \theta = E \cdot T_{cm} \cdot dt \cdot \text{cos} \theta$$

$$\text{sen} \theta (D \cdot GM - E \cdot T_{cm} \cdot C_m) = E \cdot T_{cm} \cdot dt \cdot \text{cos} \theta$$

$$\text{tg} \theta = \frac{E \cdot T_{cm} \cdot dt}{D \cdot GM - E \cdot T_{cm} \cdot C_m}$$

Realicemos ahora el estudio de los calados en los que quedaría el barco después de la varada. Para ello, consideraremos que lo que sucede es similar a descargar en (R) un peso igual a  $E \cdot T_{cm}$ , con lo que aplicando la fórmula de  $p \cdot dl = a \cdot Mu$  tendremos que despejando la *alteración*:

$$a = \frac{E \cdot T_{cm} \cdot dl}{Mu}$$

Una vez conocida la *alteración* solo deberemos aplicar las expresiones ya conocidas de:

$$C_{fpr} = C_{ipr} - E \pm apr$$

$$C_{fpp} = C_{ipp} - E \mp app$$

## 2.23 LIBRAR LA VARADA

Evidentemente librar una varada supone una tarea tanto más compleja cuanto más fuerte haya sido la varada; fuerte en el sentido de cuanto más emersión se haya producido más difícil será librarla.

Además, dependerá también del tipo de fondo en el que se haya producido la varada. Los fondos rocosos, probablemente hayan producido desgarramiento de casco y por lo tanto vía de agua. Debemos de evaluar esta situación sondando tanques. Los fondos fangosos, no habrán producido rotura del casco pero casi con seguridad provoquen un vacío entre el casco y el fondo que haga ventosa dificultando o impidiendo que el buque libere la varada.

En los fondos arenosos o fangosos, y después de haber comprobado que no se ha producido vía de agua, o que si se ha producido, está ya controlada, podemos intentar librar la varada dando máquina y actuando sobre el timón metiéndolo a una y otra banda intentando que el buque libere.

Dependiendo del punto donde se ha producido la varada, podemos intentar variar el asiento del buque trasladando pesos a bordo, trasegando tanques de lastre, combustible, etc, de una banda a otra o de una cabeza a otra. Cuando movamos pesos transversalmente siempre antes deberemos haber realizado un estudio de la estabilidad residual del buque, como hemos estudiado.

En cualquier caso, dejar que la marea suba, si hemos varado en la bajamar es lo más inteligente, mientras podemos estudiar la citada estabilidad residual y el peso que deberíamos descargar para quedar con calados tales que librasen al buque de la varada.

En cualquier caso, el peso, situado a una distancia ( $d_1$ ) del centro de flotación, que hay que descargar para producir al barco una emersión ( $E$ ) que lo coloque en una situación de calados que lo libren de la varada, se calculará de la siguiente forma:

Sabíamos que:

$$p \cdot dl = a \cdot Mu$$

En el caso que nos ocupa:

$$p \cdot d_1 = a \cdot Mu$$

Por otro lado, teníamos que la alteración producida por la varada era:

$$a = \frac{E \cdot T_{cm} \cdot dl}{Mu}$$

De las dos expresiones anteriores, obtenemos:

$$p \cdot d1 = E \cdot Tcm \cdot dl$$

Despejando el peso:

$$p = \frac{E \cdot Tcm \cdot dl}{d1}$$

## COMPLEMENTOS

### CALCULO DEL PERMISO DE AGUA DULCE

Cuando el barco pasa de flotar en agua de mar, con  $\delta = 1,025$  Kg/ltr., a flotar en agua dulce, con  $\delta = 1,000$  Kg/ltr., es evidente que para un mismo desplazamiento el volumen sumergido será diferente, ya que:  $D = V_s \cdot \delta$ .

Por lo tanto, en caso de pasar de agua de mar a agua dulce se cumplirá:

$$V_{S_{AD}} \cdot \delta_{AD} = V_{S_{mar}} \cdot \delta_{mar}$$

$$V_{S_{AD}} = V_{S_{mar}} \cdot \frac{\delta_{mar}}{\delta_{AD}}$$

Como la densidad del agua del mar es siempre mayor que la densidad del agua dulce, el volumen sumergido en agua dulce será mayor que el volumen sumergido en la mar. Es decir el barco aumenta su calado.

A este aumento de calado que se produce al pasar de agua de mar a agua dulce se le denomina *permiso de agua dulce (PAD)*. Se calcula mediante la siguiente fórmula

$$PAD = \frac{Dv}{40 \cdot Tcm}$$

La terminología usada en las fórmulas anteriores es:

$V_{sAD}$  = volumen sumergido en agua dulce  
 $V_{s\text{mar}}$  = volumen sumergido en la mar  
 $\delta_{\text{mar}}$  = densidad agua de mar  
 $\delta_{AD}$  = densidad agua dulce  
 $Dv$  = desplazamiento de verano<sup>43</sup>  
 $T_{cm}$  = toneladas por centímetro de inmersión

Si la densidad del agua a la que el buque pasa no es 1,000 Kg/ltr., es decir no es totalmente dulce, el cálculo del aumento de calado (X) lo realizaremos de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\frac{1,025 - 1,000}{1,025 - \delta_R} = \frac{PAD}{X} \Rightarrow X = PAD \cdot \frac{1,025 - \delta_R}{0,025}$$

Donde:

$\delta_R$  = densidad río

### **CORRECCION AL DESPLAZAMIENTO POR DENSIDAD**

Después de lo visto anteriormente, si la densidad es distinta de 1,000 Kg/ltr., la corrección al desplazamiento podemos hacerla aplicando la siguiente fórmula:

$$C = D \cdot \frac{1,025 - \delta}{1,025}$$

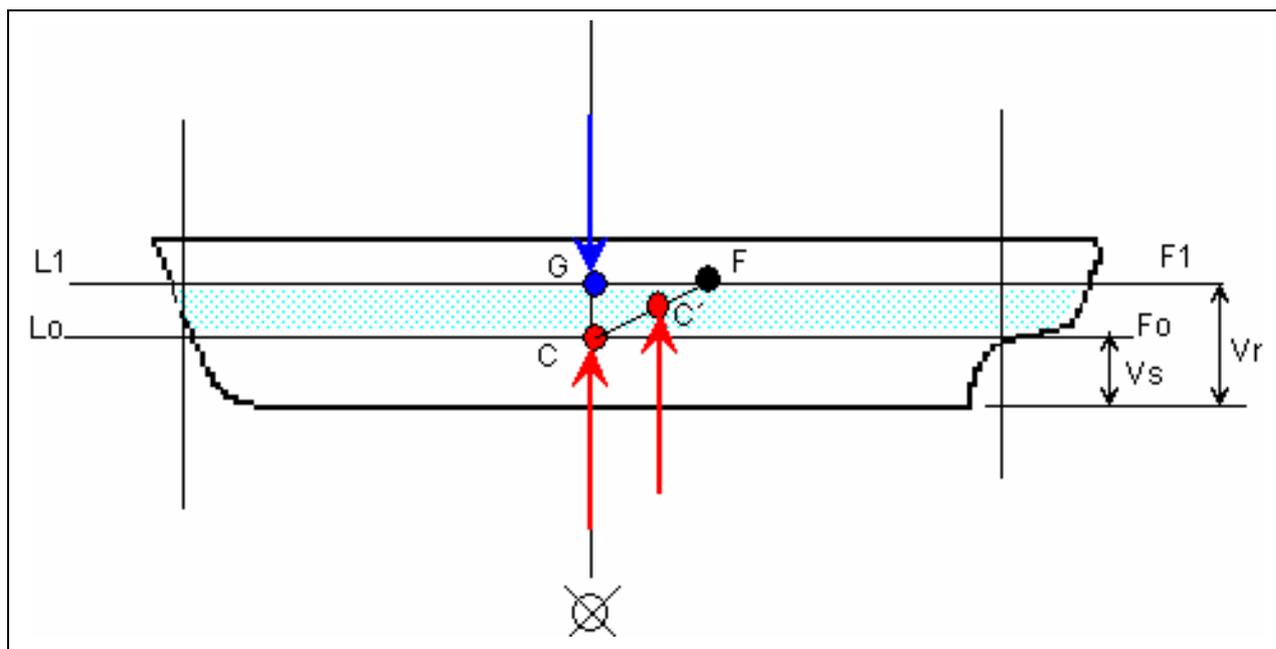
### **CORRECCION AL ASIENTO POR CAMBIO DE DENSIDAD**

Sabemos que un barco varía su calado cuando cambia de densidad. Además, también variará su asiento.

Cuando el barco pasa de densidad en agua salada a densidad de río, aumenta su volumen sumergido, por lo que el centro de carena se desplazará más hacia popa<sup>44</sup>, el centro de gravedad no cambiará ya que no se han modificado pesos a bordo, por lo que se producirá un par de fuerzas formado por desplazamiento y empuje que tenderán a hacer que el buque meta la proa hasta que aquellas fuerzas vuelven a encontrarse en la misma vertical.

<sup>43</sup> Desplazamiento para el calado de verano (máximo calado permitido para el buque cuando se encuentra en zona de verano).

<sup>44</sup> Teniendo en cuenta las formas de los buques (más afinados a proa que a popa).



Cuando el barco pasa de agua de río a agua de mar sucede el efecto contrario.

Resumiendo:

- Pasando de agua de mar a río se produce alteración aproante.
- Pasando de agua de río a mar se produce alteración apopante.

El traslado de C a C' será:

$$CC' = \frac{V_{rebanada} \bullet CF}{V_s} = \frac{(V_r - V_s) \bullet CF}{V_s}$$

Donde:

- $V_{rebanada}$  = volumen de la rebanada entre las flotaciones 0 y 1  
 $V_r$  = volumen sumergido en río  
 $V_s$  = volumen sumergido en agua salada  
 $CF$  = distancia entre centro de carena y centro de flotación

Pero  $V_s = \frac{D}{\delta_s}$  y  $V_r = \frac{D}{\delta_r}$

Por lo que:

$$CC' = \frac{D \cdot \left( \frac{\delta s - \delta r}{\delta r \cdot \delta s} \right) \cdot CF}{V_s} = CF \cdot \frac{\delta s - \delta r}{\delta r}$$

La alteración que se produce será:

$$a = \frac{P_{rebanada} \cdot CC'}{Mu}$$